$f(x):=-x^2+2\cdot x+\frac{1}{4}$ ▸ *Terminé*

$g(x):=\frac{e^x}{4}$ ▸ *Terminé*

a) **4 points** $fp(x):=\frac{d}{dx}(f(x))$ ▸ *Terminé*

$\text{solve}(fp(x)\geq 0,x)$ ▸ $x\leq 1$ et $\text{solve}(fp(x)\leq 0,x)$ ▸ $x\geq 1$.

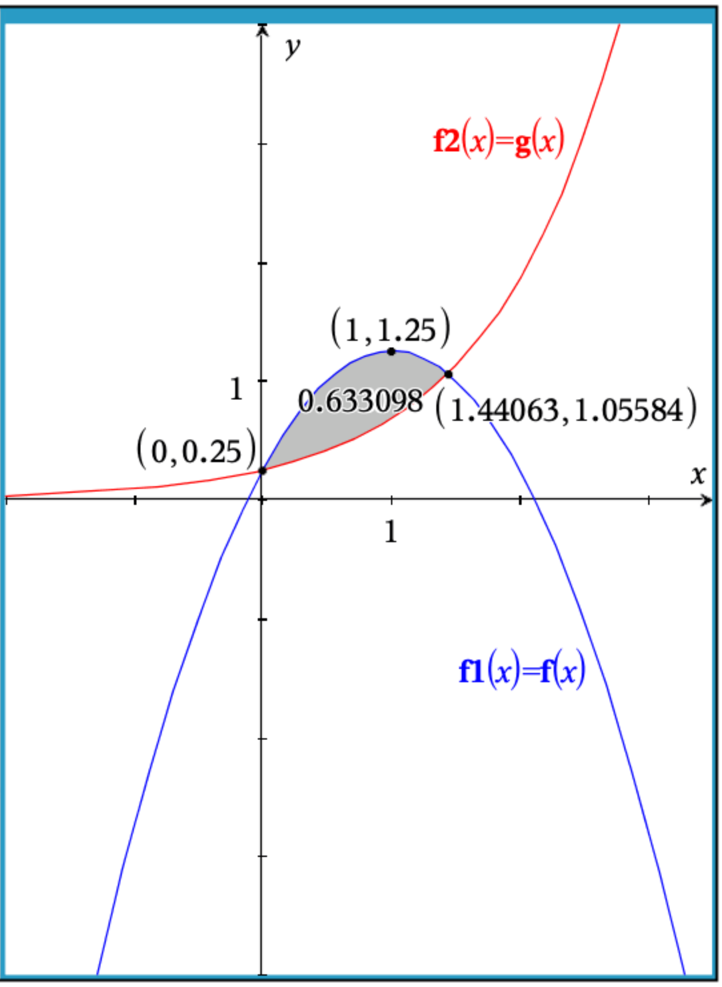
Donc ***f*** **est croissante dans]−∞ ; 1] et décroissante dans [1 ; +∞[.** *f* admet donc un maximum en 1 et $f(1)$ ▸ $\frac{5}{4}$. D'où le point de coordonnées $\left(\mathbf{1}\ ;\ \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}}\right)$ associé au **maximum** de *f*.

Autre méthode : voir ci−dessous.

b) **2 points** voir ci−contre.

Signe de la dérivée et variations de la fonction : 2 points.

Coordonnées du point associé au maximum de *f* : 2 points.



a) suite

OU : *f* est une fonction du second degré avec un coefficient de x^2 qui est négatif.

Donc *f* admet un maximum en $x=\frac{-b}{2a}=\frac{-2}{-2}$ ▸ 1 et $f(1)$ ▸ $\frac{5}{4}$.

D'où le point de coordonnées $\left(\mathbf{1}\ ;\ \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}}\right)$ associé au **maximum** de *f*.

On en déduit que ***f*** **est croissante dans]−∞ ; 1] et décroissante dans [1 ; +∞[.**

Détermination des coordonnées du sommet de la parabole : 2 points.

Variations de la fonction : 2 points.

c) **4 points** Abscisses des points d'intersection des graphiques de *f* et *g* :

$\text{solve}(f(x)=g(x),x)$ ▸ $x=0.$ or $x=1.44063$⚠.

On peut aussi trouver les coordonnées des points d'intersection sur le graphique : voir plus haut.

Soit *A* **l'aire de la surface bornée délimitée par les graphiques de *f* et *g*.**

$$A=\int_0^{1.44063}\left|f(x)-g(x)\right|\,dx \approx \mathbf{0{,}633}.$$

Cette aire peut également être déterminée sur le graphique : voir plus haut.

Abscisses des points d'intersection des graphiques de *f* et *g* : 1 point.

Formule de l'aire (pas nécessaire en cas d'analyse graphique) : 1 point.

Résultat : 2 points (ou 3 en cas d'analyse graphique).

$\mathbf{p}(t) := 50+1050 \cdot \mathbf{e}^{-0.5 \cdot t}$ ▸ *Terminé*

a) **3 points** voir ci–contre.

b) **3 points** $\dfrac{\mathbf{p}(0)-\mathbf{p}(2)}{\mathbf{p}(0)}$ ▸ **0.603388**. **A 2 ans, le smartphone a perdu environ 60,3 % de sa valeur.**

Calcul : 2 points. Conclusion : 1 point.

c) **3 points** $\text{solve}(\mathbf{p}(t)=100,t)$ ▸ $\boldsymbol{t=6.08904}$.

A environ 6,1 ans, le smartphone vaut 100 €.

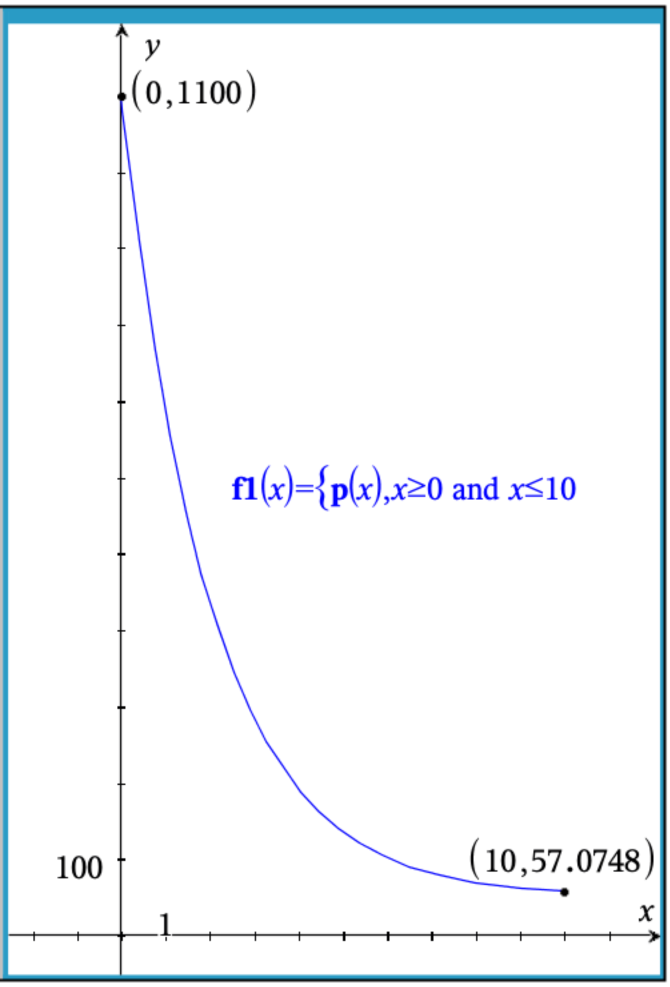
Résolution de l'équation : 1 point. Interprétation : 2 points.

d) **3 points** $\dfrac{d}{dt}(\mathbf{p}(t))|t=3$ ▸ **-117.143**. **A 3 ans, la valeur du smartphone diminue d'environ 117,14 € par an.**

Calcul de la dérivée en $t=3$: 2 points. Conclusion : 1 point.

e) **3 points** $\lim\limits_{t \to \infty}(\mathbf{p}(t))$ ▸ **50.** **Selon le modèle, la valeur à long terme du smartphone est de 50 €.**

Calcul de la limite : 2 points. Conclusion : 1 point.



Soit X la masse d'un ballon de basket. X suit une loi normale avec $\mu=545$ et $\sigma=21$ (en grammes).

a) **3 points** $P(X<567)=\text{normCdf}(-\infty,567,545,21) \blacktriangleright 0.852593$.

Donc **environ 85 % des ballons de basket pèsent moins de 567 g.**

Utilisation de normCdf : 1 point. Résultat et conclusion : 2 points.

b) **2 points** Un ballon de basket n'est pas acceptable si sa masse est supérieure à 567 g ou inférieure à 510 g. $P(X>567)=1-0.852593 \blacktriangleright 0.147407$ et $P(X<510)=\text{normCdf}(-\infty,510,545,21) \blacktriangleright 0.04779$.

Donc $P(X>567 \text{ ou } X<510)=0.147407+0.04779 \blacktriangleright 0.195197$.

OU : $P(X>567 \text{ ou } X<510)=1-P(510<X<567)=1-\text{normCdf}(510,567,545,21) \blacktriangleright 0.195197$.

Donc **environ 19,5 % des ballons de basket ne sont pas acceptables.**

Méthode : 1 point. Calcul : 1 point.

Soit Y le nombre de ballons de basket, parmi les 10, qui ne sont pas acceptables.

Y suit une loi binomiale avec $n=10$ et $p=0{,}195$ (ou $p=0.195197$).

c) **3 points** $P(Y=5)=\text{binomPdf}(10,0.195,5) \blacktriangleright 0.024019$

(ou $P(Y=5)=\text{binomPdf}(10,0.195197,5) \blacktriangleright 0.024111$).

La probabilité que la moitié des 10 ballons de basket ne soit pas acceptable est donc d'environ 0,024 ou 2,4 %.

Reconnaissance de la loi binomiale et de ses paramètres (indication non obligatoire) : 1 point.

Utilisation de binomPdf : 1 point. Calcul et résultat : 1 point (ou 2 si la binomiale n'est pas indiquée).

d) **3 points** $P(Y\leq 2)=\text{binomCdf}(10,0.195,0,2) \blacktriangleright 0.692848$.

(ou $P(Y\leq 2)=\text{binomCdf}(10,0.195197,0,2) \blacktriangleright 0.692257$).

La probabilité qu'au plus 2 des 10 ballons de basket ne soient pas acceptables est donc d'environ 0,69 ou 69 %.

Utilisation de binomCdf : 1 point. Calcul et résultat : 2 points.

e) **4 points** On considère les événements A : "Le ballon est acceptable" et $\neg A$ l'événement contraire de A ainsi que U : "L'arbitre décide d'utiliser le ballon" et $\neg U$ l'événement contraire de U.

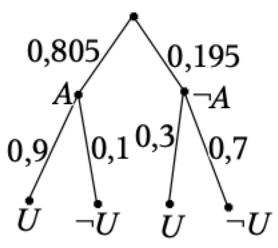
La probabilité que l'estimation de l'arbitre soit erronée =
$P(A\cap\neg U)+P(\neg A\cap U)=P(A)\cdot P(\neg U \mid A)+P(\neg A)\cdot P(U \mid \neg A)=$

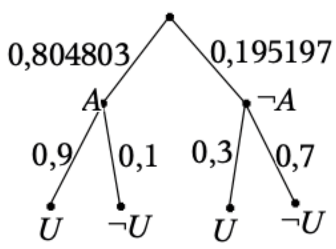
$0.805\cdot 0.1+0.195\cdot 0.3 \blacktriangleright \mathbf{0.139}$ (ou $0.804803\cdot 0.1+0.195197\cdot 0.3 \blacktriangleright \mathbf{0.139039}$).

On peut éventuellement utiliser un diagramme en arbre : voir ci-dessous.

La probabilité que l'estimation de l'arbitre soit erronée est donc d'environ 0,139 ou 13,9 %.

Méthode : 2 points. Calcul : 2 points. Seule construction d'un arbre : 1 point.



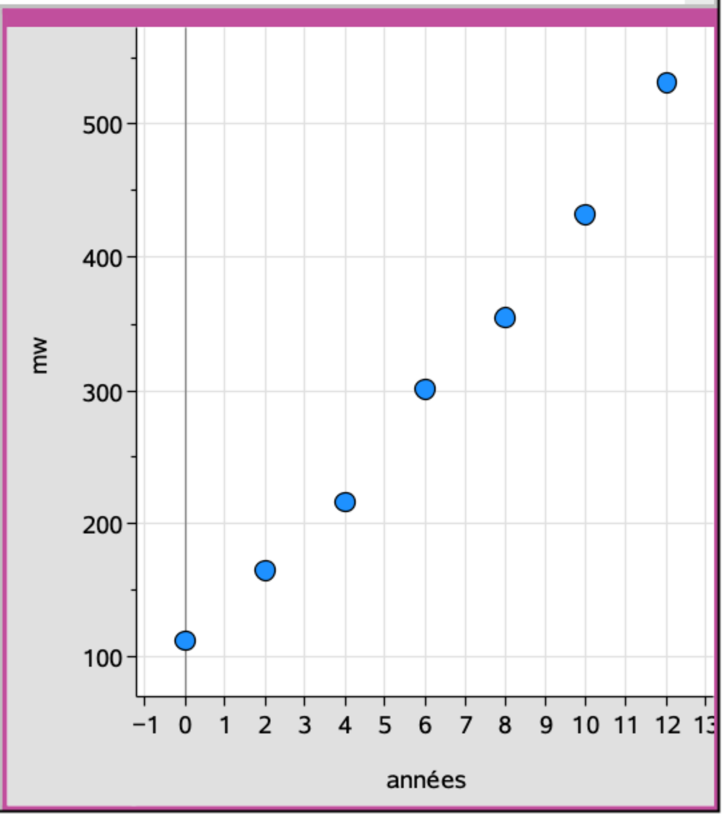


a) 3 points Il semble, d'après le graphique en nuage de points ci–dessous qu'un modèle linéaire représenterait bien les données du tableau. Il y a cependant une légère courbure.

Graphique : 2 points. Explication : 1 point. Les graphiques des deux régressions ne sont pas demandés.

	A années	B mw	C	D
=				=LinRegM
1	0	112	Titre	Régress...
2	2	164	RegEqn	m*x+b
3	4	216	m	34.4821
4	6	301	b	94.5357
5	8	354	r^2	0.989496
6	10	432	r	0.994734
7	12	531	Resid	{17.4642..
8				
9				
10				
11				

A1 0



b) 4 points Equation de la droite de régression : $y=34{,}4821\cdot x+94{,}5357$ (voir tableur plus haut). En arrondissant les coefficients m et b au centième : $\boldsymbol{y=34{,}48\cdot x+94{,}54}$. m : 2 points. b : 2 points.

c) 3 points La production d'énergie éolienne prévue par ce modèle linéaire augmente de 34,5 MW par an.

d) 3 points $g(x):=122\cdot(1.14)^x$ ▸ *Terminé*

En 2020, $x=22 \Rightarrow g(22)$ ▸ 2179.05. **En 2020, la production d'énergie éolienne prévue par ce modèle exponentiel sera d'environ 2179 MW.**

Calcul de g(22) : 2 points. Conclusion : 1 point.

e) 4 points solve$(g(x)>3000,x)$ ▸ $x>24.4401$. "la première fois"$\Rightarrow x=25$. **La production d'énergie éolienne prévue par ce modèle exponentiel dépassera pour la première fois 3000 MW 25 ans après 1998, donc en 2023.** Inéquation à résoudre : 2 points. Résolution : 1 point. Conclusion : 1 point.

f) 3 points Selon ce modèle, la production d'énergie éolienne est multipliée, chaque année, par 1,14. **Son taux de croissance en pourcentage est donc de 14 %.**