AIDE À LA CORRECTION

MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES

PARTIE A

DATE : 7 juin 2021, après-midi

DURÉE DE L'EXAMEN :

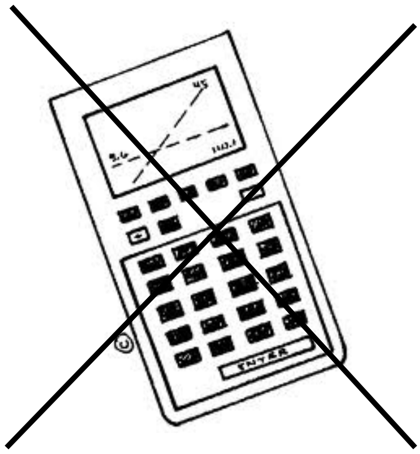
1 heure (60 minutes)

MATÉRIEL AUTORISÉ :

Examen sans support technologique

Crayon pour les graphiques

Formelsammlung/ Formula booklet/Recueil de formules



REMARQUES PARTICULIÈRES :

- Il est indispensable que les réponses soient accompagnées des explications nécessaires à leur élaboration.
- Les réponses doivent mettre en évidence le raisonnement qui amène aux résultats ou solutions.
- Lorsque des graphes sont utilisés pour trouver une solution, la réponse doit inclure des esquisses de ceux-ci.

- Sauf indication contraire dans la question, la totalité des points ne pourra être attribuée à une réponse correcte en l'absence du raisonnement et des explications qui permettent d'arriver aux résultats ou solutions.

- Lorsqu'une réponse est incorrecte, une partie des points pourra cependant être attribuée lorsqu'une méthode appropriée et/ou une approche correcte ont été utilisées.

PARTIE A		
	Page 1/7	**Barème**
1) On considère les fonctions f et g définies par $f(x)=\ln\left(\frac{1}{2}x+2\right)$ **et** $g(x)=1$ **.** **Déterminer les coordonnées du point d'intersection des graphiques de f et g.**		**5 points**
On résout l'équation $f(x)=g(x)$. $\ln\left(\frac{1}{2}x+2\right)=1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x+2=\mathrm{e} \Leftrightarrow \frac{1}{2}x=\mathrm{e}-2 \Leftrightarrow x=2\mathrm{e}-4$. $f(2\mathrm{e}-4)=g(2\mathrm{e}-4)=1$. Le point d'intersection des graphiques de f et g a pour coordonnées $(2\mathrm{e}-4\ ;\ 1)$.		
Écriture de l'équation à résoudre : 1 point. Résolution de l'équation : 2 points. Ordonnée du point : 1 point. Coordonnées du point : 1 point.		

<table>
<tr><th colspan="3">PARTIE A</th></tr>
<tr><th></th><th>Page 2/7</th><th>Barème</th></tr>
<tr><td colspan="2">2) On considère la fonction f définie par
$f(x)=x^3+x^2-x+1$.
Déterminer les abscisses des points où la tangente au graphique de f est parallèle à la droite d'équation $y=-x$.</td><td>5 points</td></tr>
<tr><td colspan="2">La tangente au graphique de f en un point est parallèle à la droite d'équation $y=-x \Rightarrow$ la pente de cette tangente est égale à -1.
La pente de la tangente au graphique de f en un point est la valeur de la dérivée de f en l'abscisse de ce point.
On résout l'équation $f'(x)=-1$.
$f'(x)=3x^2+2x+1$.
$3x^2+2x-1=-1 \Leftrightarrow 3x^2+2x=0 \Leftrightarrow x(3x+2)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=-\frac{2}{3}$.
La tangente au graphique de f est parallèle à la droite d'équation $y=-x$ en deux points ; ces points ont pour abscisses 0 et $-\frac{2}{3}$.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Détermination de la pente de la tangente et connaissance du lien entre celle-ci et la valeur de la dérivée : 1 point.
Écriture de l'équation à résoudre : 1 point.
Calcul de la dérivée : 1 point.
Résolution de l'équation : 1 point.
Abscisses des points : 1 point.</td><td></td></tr>
</table>

PARTIE A

	Page 3/7	Barème

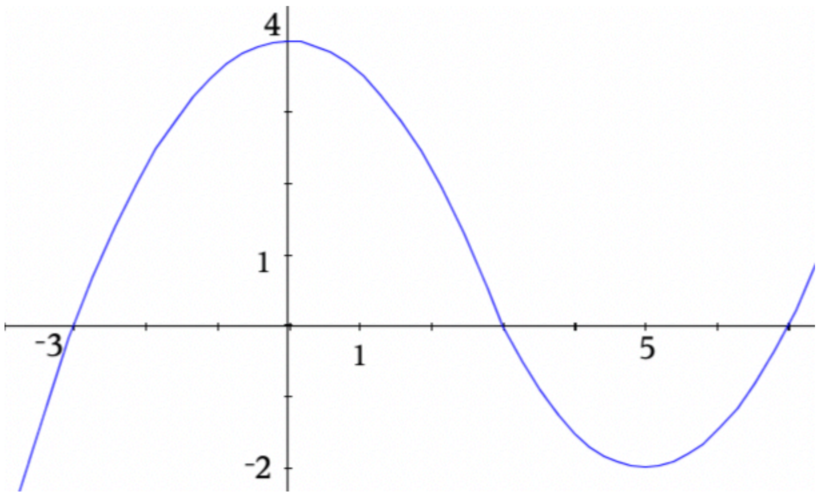
3) Sur la droite numérique ci-dessous, on donne des informations concernant la dérivée f' d'une fonction f.

x :		0		5	
$f'(x)$:	+	0	−	0	+

De plus $f(-3)=0$, $f(0)=4$ et $f(5)=-2$.

Esquisser le graphique d'une fonction f satisfaisant aux conditions ci-dessus. — **5 points**

Par exemple :

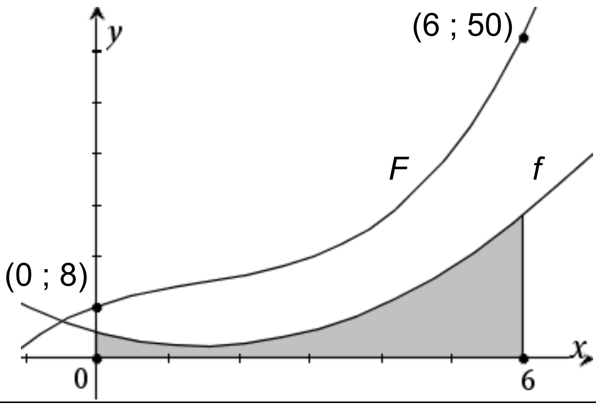


Points de coordonnées $(-3\ ;\ 0)$, $(0\ ;\ 4)$ et $(5\ ;\ -2)$: 1,5 point.
Croissance et décroissance : 1,5 point.
Maximum en 0 : 1 point.
Minimum en 5 : 1 point.

4) Calculer $\displaystyle\int_0^3 \frac{-6}{3x+1}dx$. — **5 points**

$$\int_0^3 \frac{-6}{3x+1}dx = \frac{-6}{3}\Big[\ln(3x+1)\Big]_0^3 = -2\big(\ln(10)-\ln(1)\big) = -2\ln(10) \text{ ou } \ln(0{,}01).$$

Intégration : 3 points.
Calcul : 2 points.

PARTIE A		
	Page 4/7	Barème
5) **Le diagramme ci-contre montre le graphique d'une fonction *f* et celui d'une primitive *F* de *f*.** **Calculer l'aire de la surface ombrée.** 		5 points
Soit A l'aire de la surface ombrée : $A = \int_0^6 f(x)dx = \left[F(x)\right]_0^6 = F(6) - F(0) = 50 - 8 = 42.$ (1) (2) (3) (4) (5)		
1 point pour chaque étape. Au cas où l'élève passe directement à la troisième étape et conclut correctement, il peut recevoir les 5 points.		

PARTIE A

	Page 6/7	Barème

6) On a étudié la consommation de café et de thé des habitants d'une ville.

80 % des habitants boivent du café,
60 % des habitants qui boivent du café boivent aussi du thé,
50 % des habitants qui ne boivent pas de café boivent du thé.

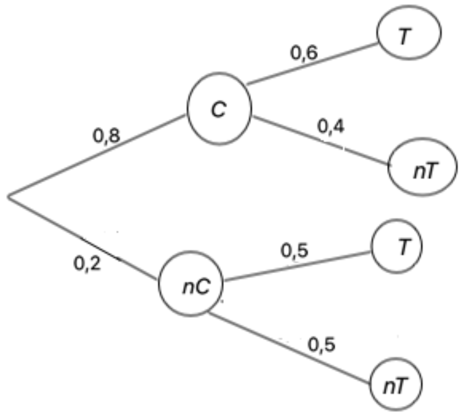
On choisit un habitant de cette ville au hasard.

Étant donné que cet habitant boit du thé, calculer la probabilité que cet habitant boive aussi du café. — **5 points**

On considère les événements :
C : « L'habitant boit du café » et T : « L'habitant boit du thé ».
On demande $P(C|T)$.

$$P(C|T)=\frac{P(C)\cdot P(T|C)}{P(C)\cdot P(T|C)+P(\overline{C})\cdot P(T|\overline{C})}=\frac{0{,}8\cdot 0{,}6}{0{,}8\cdot 0{,}6+0{,}2\cdot 0{,}5}=\frac{0{,}48}{0{,}58}=\frac{24}{29}.$$

On peut éventuellement utiliser un diagramme en arbre :



Note : $nA=\overline{A}$.

ou un tableau à double entrée :

	C	$\overline{C}$	Total
T	0,48	0,1	0,58
$\overline{T}$	0,32	0,1	0,42
Total	0,8	0,2	1

La probabilité que l'habitant boive également du café, étant donné qu'il boit du thé, est de $\frac{24}{29}$.

Connaissance de la formule de la probabilité conditionnelle : 1 point.
Détermination des différentes probabilités ou arbre ou tableau : 2 points.
Calcul et conclusion : 2 points.

PARTIE A		
	Page 5/7	Barème
7) Gisela et Anna participent à un concours de tir à l'arc en tirant des flèches sur une cible. La probabilité que Gisela atteigne la cible avec une flèche est de $\frac{1}{2}$ et la probabilité que Anna atteigne la cible est de $\frac{3}{4}$. Elles tirent chacune 2 flèches. Calculer la probabilité que Gisela atteigne la cible plus souvent que Anna.		**5 points**
Soit G le nombre de fois que Gisela atteint la cible et A le nombre de fois que Anna atteint la cible. $G > A \Leftrightarrow (G = 1 \text{ et } A = 0) \text{ ou } (G = 2 \text{ et } A = 0) \text{ ou } (G = 2 \text{ et } A = 1)$. (*) $P(G=1) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2 = \frac{1}{2}$ et $P(G=2) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$. $P(A=0) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$ et $P(A=1) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{3}{8}$. Les trois événements de (*) étant disjoints et les variables G et A étant indépendantes, on a : $P(G > A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{16} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{3}{32} = \frac{9}{64}$. La probabilité que Gisela atteigne la cible plus souvent que Anna est de $\frac{9}{64}$.		
Décomposition de l'événement $G > A$: 1 point. Calcul des 4 probabilités : 2 points. Calcul de $P(G > A)$ et conclusion : 2 points.		

PARTIE A		
	Page 7/7	**Barème**
8) Dans une école, 60 % du personnel enseignant sont des femmes et 40 % sont des hommes. L'âge moyen des enseignantes est de 32 ans. L'âge moyen des enseignants est de 42 ans. Déterminer l'âge moyen du personnel enseignant de cette école.		**5 points**
Calcul d'une moyenne arithmétique pondérée : $32 \cdot 0{,}6 + 42 \cdot 0{,}4 = 19{,}2 + 16{,}8 = 36$. L'âge moyen du personnel enseignant de cette école est de 36 ans.		
Application correcte de la formule de la moyenne pondérée : 3 points. Calcul et conclusion : 2 points.		