

# Baccalauréat : années 2012 à 2020

## MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES

Compilation d'exercices gracieusement partagée par Martin Moritz, professeur à l'école européenne d'Helsinki.

Caractéristiques de l'épreuve :

- 1 heure pour la partie A (sans calculatrice) pour 40 points
- 2 heures pour la partie B (avec calculatrice) pour 60 points

Ce document compile tous les exercices de baccalauréat tombés aux écoles européennes entre 2012 et 2020. Nous nous entraînerons sur ces exercices très régulièrement. Gardez bien ce document avec vous, et entraînez-vous quand vous avez un peu de temps (demandez-moi au préalable si on a vu le cours nécessaire).

## Partie B (Avec calculatrice)



.....  
Analyse

**1 septembre 2020 (10 points)**

Utiliser la calculatrice en b) et c).

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies par

$$f(x) = -x^2 + 2x + \frac{1}{4} \text{ et } g(x) = \frac{e^x}{4}.$$

a) Déterminer l'intervalle où la fonction  $f$  est croissante et l'intervalle où  $f$  est décroissante. Calculer les coordonnées exactes du point associé à l'extremum de la fonction  $f$  et déterminer sa nature.

4 pts

b) Tracer les graphiques de  $f$  et  $g$  sur le même diagramme.

2 pts

c) L'aire  $A$  de la surface délimitée par les graphiques de deux fonctions  $f$  et  $g$  entre les abscisses  $a$  et  $b$  est donnée par :

4 pts

$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

On considère la surface bornée délimitée par les graphiques de  $f$  et  $g$ .

Déterminer l'aire de cette surface.

**2 septembre 2020 (15 points)**

Utiliser la calculatrice en a), b), c) et d).

La valeur d'un smartphone en fonction du temps peut être modélisée par la fonction  $P$  définie par

$$P(t) = 50 + 1050e^{-0,5t}$$

où  $t$  est le temps en années après l'achat du smartphone et  $P(t)$  est la valeur de ce smartphone en euros.

a) Tracer le graphique de la fonction  $P$ , depuis l'instant de l'achat du smartphone jusqu'à ce qu'il ait 10 ans.

3 pts

b) De combien de pourcents la valeur du smartphone a-t-elle diminué lorsqu'il a 2 ans ?

3 pts

c) Résoudre l'équation  $P(t) = 100$  et interpréter le résultat.

3 pts

d) Calculer le taux de diminution de la valeur du smartphone lorsqu'il a 3 ans.

3 pts

e) Déterminer, selon le modèle, la valeur à long terme du smartphone.

3 pts

**3 Juin 2019 (10 points)**

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies par

$$f(x) = -x^2 - 2x + 5 \text{ et } g(x) = x + 1$$

a) Esquisser les graphiques de  $f$  et de  $g$  dans le même repère.

4 pts

Déterminer les coordonnées de leurs points d'intersection.

b) L'aire  $A$  de la surface délimitée par les graphiques de deux fonctions  $f$  et  $g$  entre les abscisses  $a$  et  $b$  est donnée par :

2 pts

$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Calculer l'aire de la surface délimitée par les graphiques de  $f$  et  $g$  entre les abscisses  $-4$  et  $1$ .

4 pts

c) Déterminer l'abscisse du point du graphique de  $f$  où la tangente est parallèle au graphique de  $g$ .

**4 Juin 2019 (15 points)**

Utiliser la calculatrice en a), b), d) et e).

On a mené une expérience sur le temps d'infusion des feuilles de thé vert.

On verse de l'eau chaude sur les feuilles de thé. La théine contenue dans ces feuilles se dissout alors dans l'eau chaude.



La teneur en théine contenue dans le thé chaud, en fonction du temps, est modélisée par la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = 48 \cdot (1 - e^{-0,6x})$$

où  $x$  est le temps, en minutes, après avoir versé l'eau chaude sur les feuilles de thé et  $f(x)$  est la teneur en théine contenue dans le thé chaud exprimée en mg par gramme de thé.

- a) Calculer la teneur en théine après 1 minute et après 6 minutes. 2 pts
- b) Tracer le graphique de  $f$  pour les 10 premières minutes. 3 pts
- c) Interpréter le facteur 48 dans l'expression de  $f(x)$ . 3 pts
- d) Le thé est prêt à être consommé lorsque la teneur en théine atteint 33,6 mg/g  
Déterminer à quel moment le thé est prêt à être consommé. 3 pts
- e) Le thé contient aussi du tanin. La teneur en tanin contenu dans le thé chaud, en fonction du temps, est modélisée par la fonction  $g$  définie par 4 pts

$$g(x) = \frac{37}{1 + e^{-3x+6}} ,$$

où  $x$  est le temps, en minutes, après avoir versé l'eau chaude sur les feuilles de thé et  $g(x)$  est la teneur en tanin contenu dans le thé chaud exprimée en mg par gramme de thé.

Le goût du thé est optimal lorsque le taux de croissance de la teneur en tanin  $g'(x)$  est maximale.

Déterminer à quel moment le goût du thé est optimal.

#### 5 Juin 2018 (10 points)

Utiliser la calculatrice en b) et c).

La fonction  $f$  est définie par

$$f(x) = (x^2 - 4) \ln(x + 4).$$

- a) Déterminer le domaine de définition de  $f$ . 2 pts
- b) Déterminer les coordonnées des points associés aux extrema de  $f$  et spécifier leur nature. 4 pts
- c) Déterminer l'aire de la surface bornée délimitée par le graphique de  $f$  et l'axe des abscisses. 4 pts

#### 6 Juin 2018 (15 points)

Utiliser la calculatrice en b), c) et d).

En laboratoire, on étudie la croissance d'une culture bactérienne. Le nombre de bactéries présentes est modélisé par

$$f(t) = \frac{32\,000}{1 + 31e^{-0,753t}} , t \geq 0 ,$$

où  $t$  est le temps en jours à partir du début de l'étude.

- a) Calculer le nombre de bactéries présentes au début de l'étude. 2 pts
- b) À quel instant le nombre de bactéries sera-t-il égal à 16 000 ? 3 pts
- c) Déterminer  $f'(3)$  et interpréter le résultat. 4 pts
- d) Déterminer à quel instant le taux de croissance sera à son maximum. 3 pts
- e) Selon ce modèle, déterminer combien de bactéries seraient présentes si l'étude avait duré très longtemps. 3 pts

#### 7 Juin 2017 (10 points)

---

Les fonctions  $f$  et  $g$  sont définies par

$$f(x) = (x^2 - 1)(x - 2) \text{ et } g(x) = 4x - 4.$$

2 pts

a) Résoudre l'inéquation  $f(x) \leq 0$ .

b) L'aire  $A$  de la surface délimitée par les graphiques de deux fonctions  $f$  et  $g$  entre les abscisses  $a$  et  $b$  est donnée par :

$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

3 pts

Calculer l'aire de la surface délimitée par les graphiques de  $f$  et  $g$ .

5 pts

c) Déterminer les valeurs de  $c$  telles que la droite d'équation  $y = c$  et le graphique de  $f$  ont exactement deux points communs.

### 8 Juin 2017 (15 points)

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

On étudie le taux d'alcool dans le sang de Michaël après qu'il a consommé une certaine quantité d'alcool.

Son taux d'alcool dans le sang  $f(t)$ , en grammes par litre, est donné par

$$f(t) = 10(e^{-0,8t} - e^{-t}) \quad ; \quad t \geq 0,$$

où  $t$  est le temps en heures après avoir consommé l'alcool.

4 pts

a) Déterminer  $f'(2)$  et interpréter le résultat.

4 pts

b) Déterminer à quel instant le taux d'alcool dans le sang de Michaël atteint son maximum ainsi que la valeur de ce taux maximum.

c) Dans un certain pays, il est interdit de conduire une voiture avec un taux d'alcool dans le sang supérieur à 0,5 gramme par litre.

4 pts

Déterminer l'intervalle de temps au cours duquel Michaël n'aura pas le droit de conduire une voiture dans ce pays.

d) Le taux moyen d'alcool dans le sang de Michaël au cours d'une période allant de  $t = a$  à  $t = b$  est donné par

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt.$$

3 pts

Calculer le taux moyen d'alcool dans le sang de Michaël au cours des 4 premières heures, après avoir consommé l'alcool.

### 9 Juin 2016 (10 points)

Les fonctions  $f$  et  $g$  sont définies par  $f(x) = -4x^2 + 4x + 5$  et  $g(x) = -x + 5$ .

4 pts

a) Tracer les graphiques de  $f$  et  $g$  sur le même diagramme.

Déterminer les coordonnées des points d'intersection des graphiques de  $f$  et de  $g$ .

4 pts

b) Déterminer les coordonnées du point où la tangente au graphique de  $f$  est parallèle au graphique de  $g$ .

Établir dès lors une équation de cette tangente.

L'aire  $A$  de la surface délimitée par les graphiques de deux fonctions  $f$  et  $g$  entre les abscisses  $a$  et  $b$  est donnée par :

$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

2 pts

c) Calculer l'aire de la surface délimitée par les graphiques de  $f$  et de  $g$ .

### 10 Juin 2016 (15 points)

Utiliser la calculatrice pour a) et e).

---

La hauteur d'une montgolfière au-dessus du sol est donné par la fonction  $h$  définie par

$$h(t) = 2t^4 - 6t^3 + 4,5t^2,$$

où  $t$  est le temps en heure et  $h(t)$  la hauteur en kilomètres.

La montgolfière décolle à l'instant  $t = 0$ .

Le vol se termine lorsque la montgolfière se pose à nouveau sur le sol.

On peut supposer que la montgolfière survole un paysage totalement plat.

a) Calculer la hauteur de la montgolfière 1 heure après le décollage.

Tracer le graphique de  $h$ .

4 pts

b) A quel instant la montgolfière se pose-t-elle à nouveau sur le sol?

3 pts

c) Quelle est la hauteur maximale atteinte?

2 pts

d) Calculer  $h'(0,50)$ .

3 pts

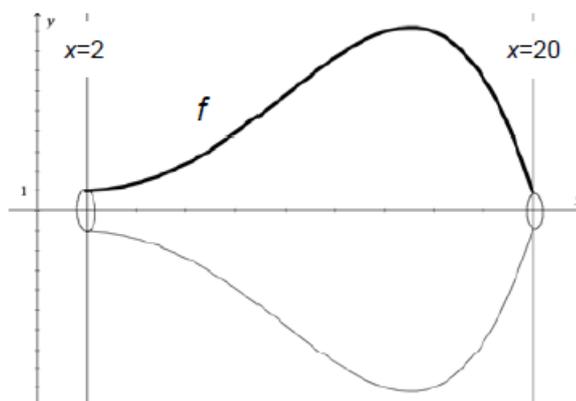
Que révèle ce résultat à propos de l'ascension de la montgolfière?

une forme approximative de la montgolfière est engendrée par la rotation autour de l'axe des abscisses du graphique d'une fonction  $f$  définie par

$$f(x) = -0,0005x^4 + 0,01x^3 + 0,001x^2 - 0,03x + 1, 2 \leq x \leq 20.$$

Voir le diagramme ci-dessous.

$x$  et  $y$  sont mesurés en mètres.



e) Calculer le volume  $V$  de la montgolfière en utilisant la formule  $v = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 dx$ .

3 pts

### 11 Juin 2015 (10 points)

Les fonctions  $f$  et  $g$  sont définies par

$$f(x) = 0,75x^3 - 1,25x^2 - 1 \text{ et } g(x) = x^2 - 1$$

a) Tracer les graphiques des fonctions  $f$  et  $g$  sur le même diagramme.

Calculer les coordonnées des points d'intersection de leurs graphiques.

4 pts

b) Calculer  $\int_0^3 (g(x) - f(x)) dx$ .

4 pts

Interpréter ce résultat en utilisant le diagramme.

La longueur  $L$  d'un arc de la courbe représentative de la fonction  $f$  entre les abscisses  $a$  et  $b$  est donné par la formule

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$

c) Utiliser la calculatrice pour déterminer  $L$  lorsque  $a = 0$  et  $b = 3$ .

2 pts

### 12 Juin 2015 (15 points)

Utiliser la calculatrice pour les calculs de a), b), c) et d).

À 22h00, la température d'une pièce est de  $20^\circ\text{C}$ . À cette heure, on éteint le chauffage dans la pièce.

La température  $f(t)$  dans la pièce après 22h00 est donnée par

$$f(t) = 9e^{-0,12t} + 11$$

où  $t$  est le nombre d'heures après 22h00 et est exprimée en °C.

- 3 pts a) Calculer la température à minuit et à 7h00 le lendemain matin.  
3 pts b) Déterminer  $f'(t)$  et démontrer que  $f$  est une fonction décroissante.  
3 pts c) Déterminer  $f'(2)$ .

Que nous révèle ce résultat à propos de la température de la pièce ?

- 3 pts d) À quelle heure de la matinée la température tombera-t-elle sous 15 °C ?  
L'énergie (en kWh) dissipée à l'extérieur de la pièce entre est donnée par

$$\int_{t_1}^{t_2} 0,70 \cdot e^{-0,12t} dt.$$

- 3 pts e) Calculer l'énergie dissipée à l'extérieur de la pièce de 22h00 à 7h00 le lendemain matin.

### 13 Réserve 2015 (15 points)

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

On injecte à un patient un médicament à l'instant  $t = 0$ .

Au cours du temps la concentration de ce médicament décroît.

On admet que l'expression :

$$f(t) = (0,6t + 1,7)e^{-0,5t}, \quad t \geq 0$$

donne la concentration du médicament dans le sang en grammes par litre (g/L) en fonction du temps  $t$  en heures (h).

- 2 pts a) Calculer la concentration du médicament 3 heures après l'injection.  
2 pts b) Tracer le graphique de  $f$  dans l'intervalle  $0 \leq t \leq 8$ .  
2 pts c) On estime que le médicament n'est plus actif à partir d'une concentration inférieure à 0,2g/L. À l'aide du graphique de  $f$  ou par une autre méthode, déterminer pendant combien de temps le médicament a été actif.  
5 pts d) Calculer  $f'(t)$  et montrer que la fonction  $f$  est décroissante.  
4 pts e) Calculer  $f'(3)$  et interpréter le résultat.

### 14 Juin 2014 (10 points)

La fonction  $f$  est définie par

$$f(x) = x^3 + ax^2 + x + b,$$

où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels.

- 3 pts a) Étant donné que  $f(0) = -2$  et que  $f'(1) = 0$ , calculer les valeurs de  $a$  et de  $b$ .  
Dans b) et c) soit  $a = -2$  et  $b = -2$ .

- 4 pts b) Calculer  $\int_0^2 f(x)dx$ .

Interpréter ce résultat en utilisant le graphique de  $f$ .

- 3 pts c) La surface délimitée par le graphique de  $f$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = x_1$  et  $x = x_2$  effectue une rotation autour de l'axe des abscisses.

Le volume  $V$  du solide de révolution ainsi engendré est donné par la formule :

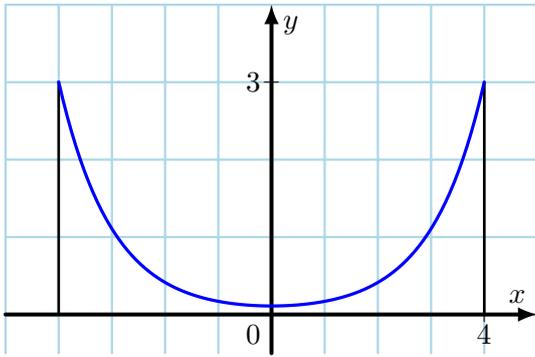
$$V = \pi \int_{x_1}^{x_2} (f(x))^2 dx.$$

utiliser la calculatrice pour déterminer le volume  $V$  lorsque  $x_1 = 0$  et  $x_2 = 2$ .

### 15 Juin 2014 (15 points)

Utiliser la calculatrice pour les calculs de a), c) et d).

---



Deux piquets de 3 m de haut sont situés à une distance de 8 m l'un de l'autre.

Une corde est suspendue par ses extrémités aux sommets des deux piquets. La situation est montrée sur le diagramme ci-dessus.

La courbe correspondant à la forme prise par la corde a pour équation :

$$y = c \cdot (e^x + e^{-x}),$$

où  $c$  est un nombre réel.

a) Montrer que la valeur de  $c$  arrondie à la troisième décimale est égale à 0,055. 4pts

b) Calculer la plus petite hauteur de la corde au-dessus du sol. 2pts

c) Sur la corde, deux points se trouvent à 2 m au-dessus du sol.

Déterminer la distance entre ces deux points. 4pts

d) Quelle est la longueur de la corde?

On peut utiliser la formule  $L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$ . 5pts

#### 16 Réserve 2014 (10 points)

Utiliser la calculatrice pour les calculs de b) et c).

La fonction  $f$  est définie par

$$f(x) = \ln(2x + 3).$$

a) Déterminer le domaine de définition de la fonction  $f$  et les coordonnées des points d'intersection du graphique de  $f$  avec les axes des coordonnées. 3pts

b) Calculer la longueur  $L$  de l'arc de la courbe représentative de  $f$ , situé dans le deuxième quadrant. 3pts

On peut utiliser la formule :  $L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$

c) Le graphique de  $f$ , l'axe des abscisses et la droite verticale  $x = t$  avec  $-1,5 < t < -1$  délimitent une surface. 4pts

Calculer l'aire  $A(t)$  de cette surface et la limite de cette aire quand  $t$  tend vers  $-1,5$ .

#### 17 Juin 2013 (10 points)

Les fonctions  $f$  et  $g$  sont définies respectivement par

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x \text{ et } g(x) = -x^2 - 2x.$$

a) Déterminer les abscisses des points d'intersection des graphiques de  $f$  et  $g$  et l'ensemble des valeurs de  $x$  pour lesquelles  $f(x) \geq g(x)$ .

b) Montrer que les graphiques de  $f$  et  $g$  ont une tangente commune au point d'abscisse  $x = 0$ .

Établir une équation de cette tangente.

c) Calculer  $\int_{-2}^0 (f(x) - g(x)) dx$ .

Interpréter le résultat graphiquement.

#### 18 Juin 2013 (15 points)

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question. Sur une île dépourvue d'écureuils, on introduit quelques écureuils. Un modèle mathématique de la croissance de la population d'écureuils

sur l'île est donné par la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \frac{1320}{1 + e^{5,1-0,66 \cdot x}}$$

où  $x$  est le temps, en années, écoulé depuis l'introduction.

- 3 pts a) Combien d'écureuils ont-ils été introduits sur l'île ?  
3 pts b) Combien d'écureuils vivent-ils sur l'île après 6 ans ?  
3 pts c) Quand 720 écureuils vivront-ils sur l'île ?  
3 pts d) Le nombre 1320 apparaît dans le modèle. Que révèle-t-il à propos de la population d'écureuils ?  
e) Un autre modèle décrit la population à l'aide de la fonction  $g$  donnée par

$$g(x) = 18,5x^2 - 59x + 8.$$

- 3 pts Faites des observations sur les deux modèles. Lequel choisiriez-vous ? Expliquez votre réponse.

**19 Réserve 2013 (10 points)**

Les fonctions  $f$  et  $g$  sont définies par

$$f(x) = -x^2 - x + 6 \text{ et } g(x) = \ln(x + 5).$$

- 3 pts a) Tracer les graphiques de  $f$  et de  $g$  sur un même diagramme.  
Déterminer les points d'intersection avec les axes.  
b) Écrire la formule qui permet de calculer l'aire de la région délimitée le graphique de  $f$  et l'axe des  $x$ .  
3 pts Calcule cette aire.  
c) L'aire de la région délimitée par les courbes de deux fonctions  $f$  et  $g$  entre  $x = a$  et  $x = b$  est donnée par la formule

$$\int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

- 4 pts Hachurer la région délimitée par les courbes de  $f$  et de  $g$  là où  $f(x) \geq g(x)$ .  
Utiliser la calculatrice pour déterminer l'aire de cette région (arrondir à deux chiffres après la virgule).

**20 Juin 2012 (10 points)**

La fonction  $f$  est définie par  $f(x) = a \cdot e^{bx}$ , où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels.

- 3 pts a) Étant donné que  $f(0) = 4$  et  $f'(0) = -2$ . Déterminer les valeurs de  $a$  et de  $b$ .

Pour la suite, on admettra que  $a = 4$  et  $b = -\frac{1}{2}$ .

- b) Écrire la formule donnant l'aire de la surface délimitée par le graphique de  $f$ , les axes de coordonnées et la droite d'équation  $x = 2$ .  
4 pts Calculer cette aire.  
c) La longueur  $L$  d'un arc d'une courbe représentative d'une fonction  $f$  entre les abscisses  $x_1$  et  $x_2$  est donnée par la formule

$$L = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

- 3 pts Pour  $x_1 = 0$  et  $x_2 = 2$ , utiliser la calculatrice pour déterminer  $L$  (arrondie à la deuxième décimale).

**21 Réserve 2012 (15 points)**

Utiliser la calculatrice pour les calculs de b), c), d) et e).

Une ville A comptait 15 000 habitants en l'an 2000. Sa population a alors augmenté avec un taux annuel constant de 1,5 % pendant les 10 années suivantes. En l'an 2000 il y avait 18 500 habitants dans une autre ville B. Celle-ci a vu alors sa population diminuer régulièrement au taux annuel constant de 2 %.

---

- a) Montrer que l'évolution du nombre d'habitants de la ville A à partir de l'an 2000 est décrite par la fonction  $f_A(x) = 15000 \cdot 1,015^x$ , où x désigne le nombre d'années après l'an 2000 . 3 pts
- b) Déterminer le nombre d'habitants de la ville A en 2005. 3 pts
- c) À partir de quelle année le nombre d'habitants de la ville A dépasse 17 000 ? 3 pts
- d) Au courant de quelle année les villes A et B comptent-elles le même nombre d'habitants ? 4 pts
- e) Déterminer ce nombre d'habitants. 2 pts

.....  
Probabilités

**22 Septembre 2020 (15 points)**

Utiliser la calculatrice en a), b), c) et d).

La masse (appelée communément poids) des ballons de basket-ball utilisés pour les championnats de basket-ball féminin doit être comprise entre 510 grammes et 567 grammes. Un ballon de basket est acceptable si sa masse se situe dans cet intervalle.

Dans une fabrique de ballons de basket, un examen montre que leur masse est normalement distribuée avec une moyenne de 545 grammes et un écart-type de 21 grammes.

- a) Calculer le pourcentage de ballons de basket pesant moins de 567 grammes. 3 pts
- b) Montrer que 19,5 % des ballons de basket ne sont pas acceptables. 2 pts
- Un entraîneur achète 10 ballons de basket de cette fabrique.
- c) Calculer la probabilité que la moitié des 10 ballons de basket ne soit pas acceptable. 3 pts
- d) Calculer la probabilité qu'au plus 2 des 10 ballons de basket ne soient pas acceptables. 3 pts
- e) Avant un match, l'arbitre estime la masse de l'un des 10 ballons de basket. 4 pts

La probabilité que l'arbitre décide d'utiliser un ballon de basket qui n'est pas acceptable est de 0,3.

La probabilité que l'arbitre décide d'utiliser un ballon de basket acceptable est de 0,9.

Calculer la probabilité que l'estimation de l'arbitre soit erronée.

**23 Juin 2019 (15 points)**

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

Une entreprise dispose de deux machines. L'une remplit des canettes avec du jus d'ananas et l'autre remplit des canettes avec du thé glacé. Il est exigé que chaque canette contienne 33 centilitres (cl). Les canettes qui contiennent moins de 31,5 cl ou plus de 34 cl sont classées comme mal remplies.

- a) Le volume de jus d'ananas versé dans chaque canette suit une distribution normale de moyenne  $\mu = 32,5$  cl et d'écart-type  $\sigma = 0,5$  cl. On choisit au hasard une canette de jus d'ananas. 3 pts
- Montrer que la probabilité que cette canette soit mal remplie est de 0,0241.

40 % des canettes remplies dans l'entreprise contiennent du thé glacé.

3,25 % des canettes de thé glacé sont classées comme mal remplies.

- b) On choisit au hasard une canette remplie dans l'entreprise. 3 pts
- Montrer que la probabilité que cette canette soit classée comme mal remplie est de 0,0275.
- c) Étant donné qu'une canette choisie au hasard est mal remplie, calculer la probabilité qu'elle contienne du jus d'ananas. 3 pts

Les canettes de jus d'ananas sont conditionnées par paquets de 6 canettes.

- d) Calculer la probabilité qu'il y ait exactement une canette mal remplie dans un paquet de 6 canettes de jus d'ananas choisi au hasard. 3 pts
- e) Calculer la probabilité qu'il y ait plus d'une canette mal remplie dans un paquet de 6 canettes de jus d'ananas choisi au hasard. 3 pts

**24 Juin 2018 (15 points)**

Utiliser la calculatrice en b), c), d) et e).

80 % des téléphones portables fabriqués par une entreprise sont équipés d'écrans tactiles.

Une étude de la production montre que :

7 % des téléphones portables avec écran tactile ont une pile défectueuse,

4 % des téléphones portables sans écran tactile ont une pile défectueuse.

On choisit au hasard un téléphone portable dans la production.

a) Montrer que la probabilité que le téléphone portable choisi ait une pile défectueuse est de 0,064.

On choisit au hasard 10 téléphones portables dans la production.

b) Calculer la probabilité qu'exactly un des téléphones portables choisis ait une pile défectueuse.

c) Calculer la probabilité qu'au moins 8 des téléphones portables choisis n'aient pas de pile défectueuse.

Un client est préoccupé par la durée de vie d'un téléphone portable qu'il vient d'acheter. On suppose que la durée de vie des téléphones portables suit une loi normale de moyenne  $\mu = 48$  mois et d'écart-type  $\sigma = 10$  mois.

d) Calculer la probabilité que le téléphone portable acheté par ce client ait une durée de vie supérieure à 3 ans.

e) Étant donné que le téléphone portable a fonctionné pendant 2 ans, calculer la probabilité qu'il fonctionnera encore pendant au moins 2 ans.

**25 Juin 2017 (15 points)**

Utiliser la calculatrice dans c) et e).

Thomas travaille dans un bureau tous les jours du lundi au vendredi.

Parfois il emporte son parapluie lorsqu'il quitte son domicile.

Lorsque la matinée est ensoleillée, la probabilité qu'il emporte son parapluie est de 0,1.

Tous les autres matins, la probabilité qu'il emporte son parapluie est de 0,8.

La probabilité qu'une matinée soit ensoleillée est de 0,25.

a) Montrer que la probabilité que Thomas emporte son parapluie est de 0,625.

b) Étant donné que Thomas a emporté son parapluie, calculer la probabilité qu'il y eût du soleil ce matin-là.

c) Calculer la probabilité que, en 22 jours de travail, Thomas n'emporte pas son parapluie au moins 6 jours, mais pas plus de 12 jours.

Thomas prend le bus pour aller au bureau.

La probabilité que le bus soit à l'heure est de 0,9.

d) Calculer la probabilité qu'une certaine semaine de travail (du lundi au vendredi), le bus soit à l'heure uniquement le lundi et le vendredi.

On suppose que la durée du trajet en bus suit une loi normale de moyenne 25 minutes et d'écart-type 2,5 minutes.

Thomas arrive en retard au bureau si la durée du trajet en bus est supérieure à 30 minutes.

e) Calculer la probabilité que, un jour donné, Thomas arrive en retard au bureau.

**26 Juin 2016 (15 points)** Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

Dans une maison de campagne où vivent des chats domestiques, la probabilité qu'un chat mange du poisson le soir est de 0,15.

Si un chat mange du poisson le soir, la probabilité qu'il chasse des souris pendant la nuit est de 0,12.

Si un chat ne mange pas de poisson le soir, la probabilité qu'il chasse des souris pendant la nuit est de 0,80.

a) Montrer que la probabilité qu'un chat chasse des souris pendant la nuit est de 0,698.

b) Étant donné qu'un chat a chassé des souris pendant la nuit, calculer la probabilité qu'il ait mangé du poisson le soir.

Les souris tentent de s'échapper.

La probabilité qu'une souris réussisse à s'échapper est de 0,85.

Une certaine nuit, 100 souris tentent de s'échapper.

c) Calculer la probabilité qu'au moins 90 souris réussissent à s'échapper.

Une souris femelle va bientôt donner naissance à des petits souriceaux.

---

On sait que la masse (appelée communément «poids») d'un souriceau à la naissance suit une loi normale de moyenne  $\mu = 1,1\text{g}$  et d'écart-type  $\sigma = 0,3\text{g}$ .

d) Calculer la probabilité que la masse d'un souriceau à la naissance soit inférieure à  $1,0\text{g}$ . 3 pts

e) La probabilité que la masse d'un souriceau à la naissance soit inférieure à  $x$  grammes est de  $0,75$ . Calculer  $x$ . 3 pts

### 27 Réserve 2015 (15 points)

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

Le poids des œufs pondus par les poules d'un grand élevage suit une loi normale de moyenne  $60\text{ g}$  et d'écart-type  $4\text{ g}$ .

a) Calculer la probabilité qu'un de ces œufs pèse moins de  $65\text{ g}$ . 3 pts

b) Calculer la probabilité que le poids d'un de ces œufs diffère de la moyenne de moins de  $3\text{ g}$ . 3 pts

c) Déterminer  $k$  de telle sorte que la probabilité que le poids d'un œuf appartienne à l'intervalle  $[60 - k; 60 + k]$  soit de  $0,50$ . 3 pts

Les œufs sont rangés dans des boîtes de 6 ou 12.

Lors du transport, les œufs peuvent se casser.

La probabilité qu'un œuf soit cassé lors du transport est de  $0,0075$ .

d) Calculer la probabilité qu'une boîte de 6 œufs contienne exactement un œuf cassé. 3 pts

e) Calculer la probabilité qu'une boîte de 12 œufs ne contienne aucun œuf cassé. 3 pts

### 28 Juin 2014 (15 points)

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

Une usine produit des puces électroniques.

Chaque puce peut avoir deux défauts que l'on appelle défaut a et défaut b.

On prélève une puce au hasard.

On note  $A$  l'événement «la puce a le défaut a» et  $B$  l'événement «la puce a le défaut b».

On admet que ces deux événements sont indépendants et que leurs probabilités sont  $P(A) = 0,02$  et  $P(B) = 0,01$ .

Une puce est dite défectueuse lorsqu'elle a au moins un des deux défauts.

a) Calculer la probabilité que la puce prélevée ne soit pas défectueuse. 3 pts

b) Étant donné que la puce prélevée est défectueuse, calculer la probabilité qu'elle ait les deux défauts. 3 pts

Supposons maintenant que la probabilité que n'importe quelle puce de la production ne soit pas défectueuse est de  $0,97$ .

c) On prélève au hasard 100 puces dans la production.

Calculer la probabilité qu'au moins 95 puces ne soient pas défectueuses. 3 pts

d) Un client commande un certain nombre de puces. Il souhaite que la probabilité qu'il y ait au moins 50 puces non défectueuses soit supérieure à  $0,995$ .

Une commande de 52 puces sera-t-elle suffisante ?

Déterminer le nombre minimum de puces qu'il doit commander. 3 pts

e) On admet que le poids des puces produites suit une loi normale de moyenne  $500\text{ mg}$  et d'écart-type  $4\text{ mg}$ .

Calculer le pourcentage de puces dont le poids est compris entre  $490\text{ mg}$  et  $510\text{ mg}$ . 3 pts

### 29 Réserve 2014 (15 points)

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

Dans une certaine région, la taille des femmes est distribuée normalement. La taille moyenne est de  $1,65\text{ m}$  et l'écart-type est de  $6\text{ cm}$ .

a) Calculer la probabilité que la taille d'une femme choisie au hasard soit comprise entre  $1,58\text{m}$  et  $1,68\text{m}$ . 4pts

b) On considère le groupe des 20 % des femmes les plus grandes.

Calculer la taille des femmes les plus petites de ce groupe. 4pts

*Dans cette même région, la taille des hommes est aussi distribuée normalement.*

La taille moyenne des hommes est de  $1,78\text{ m}$

---

80 % des hommes mesurent entre 1,69 m et 1,87 m.

4pts

c) Calculer l'écart-type de la taille des hommes.

8 % de toutes les femmes de cette région ont les cheveux blonds.

On choisit 160 femmes au hasard.

3pts

d) Calculer la probabilité que 16 de ces femmes aient les cheveux blonds.

**30 Juin 2013 (15 points)**

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

Lors d'une étude, une population est divisée en deux groupes A et B.

Pour le groupe A, le rythme cardiaque au repos, en pulsations par minute, est normalement distribué avec une moyenne de 80 et un écart-type de 10.

4pts

a) Calculer la probabilité (arrondie à la troisième décimale) qu'une personne choisie au hasard dans le groupe A ait un rythme cardiaque au repos compris entre 70 et 100.

4pts

b) La probabilité qu'une personne choisie au hasard dans le groupe A ait un rythme cardiaque au repos inférieur à  $k$  est de 0,16. Calculer  $k$ .

Pour le groupe B, le rythme cardiaque au repos, en pulsations par minute, est normalement distribué avec une moyenne de 50. 95% des personnes du groupe B ont un rythme cardiaque au repos compris entre 40 et 60.

3pts

c) Calculer l'écart-type des rythmes cardiaques dans le groupe B.

98% de la population appartiennent au groupe A, le reste au groupe B.

2pts

d) Calculer la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la population ait un rythme cardiaque au repos inférieur à 55. Utiliser la valeur  $\sigma = 5$  pour l'écart-type dans le groupe B.

2pts

e) Calculer la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la population appartienne au groupe B, étant donné que cette personne a un rythme cardiaque au repos inférieur à 55.

**31 Réserve 2013 (15 points)**

On réalise une enquête auprès d'une population de 150000 abonnés à un opérateur de téléphonie mobile. Il n'existe que deux opérateurs A et B.

Une personne ne peut être abonnée qu'auprès d'un seul de ces opérateurs.

30% de la population est abonnée auprès de l'opérateur A.

70% des abonnés auprès de l'opérateur A possèdent un smartphone.

55% des abonnés auprès de l'opérateur B possèdent un smartphone.

On choisit une personne au hasard dans cette population et on admet que la probabilité d'un événement est assimilée à la fréquence correspondante.

On considère les événements A, B et S et leurs probabilités :

A : « la personne choisie est abonnée auprès de l'opérateur A »

B : « la personne choisie est abonnée auprès de l'opérateur B »

S : « la personne possède un Smartphone » .

a) Modéliser cette situation par un arbre de probabilités.

b) Calculer la probabilité que la personne choisie soit abonnée auprès de l'opérateur A et possède un smartphone.

c) Montrer que la probabilité de l'événement S est égale à 0,595

d) Calculer la probabilité que la personne choisie soit abonnée auprès de l'opérateur A, étant donné qu'elle possède un Smartphone.

e) On choisit au hasard 6 personnes dans cette population. Utiliser la calculatrice pour déterminer la probabilité (arrondie à la deuxième décimale) qu'exactement 3 des 6 personnes choisies possèdent un Smartphone.

**32 Juin 2012 (15 points)**

Utiliser la calculatrice pour les calculs de a), b) et c).

5 % des balles de golf produites par la société Golfygreen sont défectueuses.

a) On choisit 12 balles de golf au hasard dans la production.

3pts

En spécifiant la distribution utilisée, calculer la probabilité (arrondie à la troisième décimale) qu'exactement 2 d'entre elles soient défectueuses.

---

- b) Calculer la probabilité (arrondie à la sixième décimale) que, dans un échantillon de 250 balles, aucune balle ne soit défectueuse ? 2pts
- c) Calculer la probabilité (arrondie à la troisième décimale) que, dans un échantillon de 250 balles, le nombre de balles défectueuses soit supérieur à 10 ? 3pts
- Golfygreen utilise une machine pour tester les balles.  
 Cette machine classe 99 % des balles défectueuses correctement comme défectueuses, tandis que 2 % des balles non défectueuses sont classifiées incorrectement comme défectueuses.
- d) Tracer un diagramme en arbre pour exposer toute information pertinente. 4pts
- e) Golfygreen juge la machine fiable si le pourcentage de balles classifiées incorrectement ne dépasse pas 2 %.
- La machine est-elle fiable ? 3pts

**33 Septembre 2012 (15 points)**

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

Dans un entrepôt il y a un très grand stock de pommes. Le poids d'une pomme est distribué normalement avec  $\mu = 105$  g et  $\sigma = 5,4$  g.

Le gardien de l'entrepôt prend au hasard une pomme du stock.

- a) Calculer la probabilité que le poids de cette pomme soit compris entre 90 g et 115 g. 3pts
- b) Calculer la probabilité que le poids de cette pomme soit supérieur à 110 g. 3pts
- c) On considère les 15 % des pommes les plus lourdes du stock.  
 Calculer le minimum de leurs poids. 4pts

L'expérience montre que 5 % des pommes ne sont pas assez belles pour être vendues.

- d) Quelqu'un prend au hasard 80 pommes du stock.  
 Calculer la probabilité qu'il ait pris plus de 5 pommes qui ne peuvent être vendues. 5pts

.....  
 Statistiques

**34 Septembre 2020 (20 points)**

Utiliser la calculatrice en b), d) et e).

Le tableau suivant indique la production d'énergie éolienne en MW (mégawatts) dans un certain pays.

Année	1998	2000	2002	2004	2006	2008	2010
Temps en année après 1998 ( $x$ )	0	2	4	6	8	10	12
Production d'énergie éolienne en MW ( $y$ )	112	164	216	301	354	432	531

- a) Tracer un graphique en nuage de points pour représenter les données du tableau ci-dessus et expliquer si un modèle linéaire semble approprié. 3 pts
- b) ) Établir l'équation de la forme  $y = mx + b$  de la régression linéaire de  $y$  en  $x$ . 4 pts
- Donner les valeurs de  $m$  et  $b$  à 0,01 près (2 décimales).
- c) Utiliser le modèle de régression linéaire suivant pour la production d'énergie éolienne :

$$f(x) = 34,5x + 94,5 , .$$

3 pts

Expliquer ce que, dans ce modèle linéaire, le nombre 34,5 indique sur la croissance annuelle de la production d'énergie éolienne prévue.

Les données pour les années après 2010 suggèrent qu'un modèle exponentiel est préférable pour décrire la croissance de la production d'énergie éolienne. Le modèle exponentiel suivant est basé sur des

données couvrant les années 1998 à 2015 :

$$g(x) = 122 \cdot 1,14^x .$$

où  $x$  est le temps en années après 1998 et  $g(x)$  est la production d'énergie éolienne.

d) En utilisant ce modèle de régression exponentielle, prédire la production d'énergie éolienne en MW en 2020.

e) En quelle année la production d'énergie éolienne va-t-elle, pour la première fois, dépasser 3000 MW selon le modèle exponentiel ?

f) Déterminer le taux de croissance annuel en pourcentage de la production d'énergie éolienne selon le modèle exponentiel.

**35 Juin 2019 (20 points)**

Utiliser la calculatrice en a), b), c), d) et f). Le tableau ci-dessous montre la production globale de plastique de 2010 à 2013.

Année	2010	2011	2012	2013
Temps en années après 2010 (x)	0	1	2	3
Production de plastique en millions de tonnes (y)	313	325	338	352

La fonction  $f$  définie par

$$f(x) = e^{5,745+0,040x}$$

est un modèle exponentiel basé sur les données du tableau.  $f(x)$  est une estimation de la production de plastique en millions de tonnes au temps  $x$  en années après 2010.

a) Dans un même repère, tracer un graphique en nuage de points représentant les données du tableau ainsi que le graphique de la fonction  $f$ .

b) En utilisant la fonction  $f$ , estimer la production de plastique pour 2015.

c) En utilisant la fonction  $f$ , estimer en quelle année la production de plastique dépassera, pour la première fois, 450 millions de tonnes.

d) Établir une équation de la forme  $y = a \cdot b^x$  de la régression exponentielle de  $y$  en  $x$  en utilisant les données du tableau. Arrondir le nombre  $b$  au dix-millième (4 décimales).

Pour e) et f), utiliser le modèle de régression exponentielle  $g$ , où

$$g(x) = \del{313 \cdot 1,040^x} \quad 313 \cdot 1,040^x$$

e) Quel est le taux de croissance annuel en pourcentage selon le modèle  $g$  ?

f) En utilisant chacun des deux modèles, estimer la production de plastique en 2020.

Commenter les résultats.

**36 Juin 2018 (20 points)**

Utiliser la calculatrice en c), d) et f).

Une étude a été menée sur la croissance des feuilles sur un certain arbre. Le tableau ci-dessous indique la longueur d'une feuille (en mm) sur une période de 70 jours.

Jour ( $x$ )	0	10	20	30	40	50	60	70
Longueur ( $y$ )	4,9	7,2	11,5	18,4	29,4	47	75,1	120

a) Établir une équation de la droite de Mayer.

b) Tracer un graphique en nuage de points représentant les données du tableau et utiliser ce graphique pour expliquer si un modèle linéaire est approprié.

c) Établir une équation de la forme  $y = a \cdot b^x$  de la régression exponentielle de  $y$  en  $x$ . Arrondir les nombres  $a$  et  $b$  au dix-millième (4 décimales).

Pour d), e) et f), utiliser le modèle de régression exponentielle :  $y = 4,67 \cdot 1,047^x$ .

- d) Ajouter cette courbe de régression exponentielle au diagramme de b). 2 pts  
 e) Que signifie, dans ce modèle, le nombre 1,047 quant à la croissance d'une feuille? 3 pts  
 f) Estimer la longueur d'une feuille après 25 jours et après 130 jours. 4 pts

Commenter ces résultats.

**37 Juin 2017 (10 points)**

Un objectif clé de l'UE en matière de consommation d'énergie est que, en 2020, au moins 20 % de celle-ci provienne de sources renouvelables.

Le tableau ci-dessous montre le pourcentage de consommation d'énergie provenant de sources renouvelables pendant les années 2004-2014.

Année		2004	2006	2008	2010	2012	2014
Nombre d'années après 2004	x	0	2	4	6	8	10
Pourcentage	y	8,5	9,5	11,0	12,8	14,3	16

- a) Tracer un graphique en nuage de points représentant les données du tableau. 3 pts  
 b) Établir une équation de la droite de Mayer. 4 pts  
 c) Utiliser la calculatrice pour établir une équation de la forme  $y = mx + b$  de la droite de régression de  $y$  en  $x$  et donner le coefficient de corrélation linéaire  $r$ .  
 Arrondir les nombres  $m$ ,  $b$  et  $r$  au millième (3 décimales). 3 pts  
 Pour d), e) et f), utiliser le modèle de régression linéaire  $y = 0,77x + 8,2$ .  
 d) Ajouter cette droite de régression au diagramme de a). 2 pts  
 e) Que signifie, dans ce modèle, le nombre 0,77 quant au pourcentage d'énergie provenant de sources renouvelables dans l'UE? 3 pts  
 f) Estimer le pourcentage d'énergie provenant de sources renouvelables dans l'UE en 2017. Prévoir en quelle année le pourcentage d'énergie provenant de sources renouvelables dans l'UE atteindra 20 %. 5 pts

**38 Juin 2016 (20 points)**

Utiliser la calculatrice pour les calculs de b), c), d) et e).

Le tableau ci-dessous montre, de mai à septembre 2014, quel est le nombre total de personnes infectées par le virus Ebola. Les données sont enregistrées le 1er de chaque mois.

Mois		mai	juin	juill.	août	sept.
Temps en mois après le 1er mai	x	0	1	2	3	4
Nombre total de cas d'Ebola	y	242	419	759	1603	3707

Source : Organisation Mondiale de la Santé.

- a) Tracer un graphique en nuage de points représentant les données du tableau. 3 pts  
 b) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire. 3 pts  
 Pour c), d) et e), utiliser les modèles :  
 Modèle linéaire :  $y = 811x - 277$   
 Modèle exponentiel :  $y = 219 \cdot (1,97)^x$ .  
 c) Ajouter la droite de régression et le graphique de la fonction exponentielle de régression au diagramme de a). 5 pts  
 d) En utilisant le modèle exponentiel, déterminer quand le nombre total de personnes infectées par le virus atteindra 50 000. 4 pts  
 L'Organisation Mondiale de la Santé a enregistré 13 567 cas d'Ebola le 1er novembre 2014.  
 e) En utilisant chacun des deux modèles, estimer le nombre total de personnes qui seront atteintes par le virus le 1er novembre 2014 et commenter ces deux valeurs par comparaison à la valeur enregistrée de 13 567. 5 pts

**39 Juin 2015 (20 points)**

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

On mesure tous les 5 ans le taux de cholestérol, dans le sang, d'un patient.

Le tableau ci-dessous montre les lectures de cholestérol d'un patient particulier depuis ses 15 ans jusqu'à ses 50 ans.

On donne le taux de cholestérol dans les unités de mmol/L.

Âge	15	20	25	30	35	40	45	50
Cholestérol	3,70	4,32	4,39	4,73	3,10	4,69	5,41	5,14

a) Dessiner un nuage de points pour représenter les données du tableau.

b) Déterminer le coefficient de corrélation et une équation de la droite de régression.

Ajouter la droite de régression au nuage de points.

Les points du nuage qui sont situés à plus de 0,90 mmol/L au-dessus ou en dessous de la droite de régression sont considérés, dans ce cas, comme aberrants.

c) Y a-t-il des points aberrants? Expliquer la réponse.

d) On décide d'ignorer le point du nuage correspondant à l'âge de 35 ans et ensuite, de répéter l'analyse des données.

En omettant ce point, déterminer le nouveau coefficient de corrélation et une équation de la nouvelle droite de régression.

Ajouter cette nouvelle droite de régression au diagramme.

e) Utiliser chacune des deux droites de régression pour prévoir le taux de cholestérol du patient à l'âge de 55 ans.

f) Si son taux de cholestérol atteint 6,0 mmol/L, le patient devrait commencer à suivre un traitement médical.

Utiliser chacune des deux droites de régression pour prévoir à quel âge le patient devrait commencer à suivre son traitement.

**40 Réserve 2015 (20 points)**

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

Une entreprise s'intéresse au nombre de connexions sur son nouveau site internet chaque mois.

Le tableau ci-dessous donne le nombre de connexions, en milliers, durant les quatre mois suivant l'ouverture du site :

Rang du mois ( $x$ )	1	2	3	4
Nombre ( $y$ ) de connexions en milliers	40	45	55	70

a) Établir une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$ .

b) En supposant que cet ajustement reste valable durant la première année, donner une estimation du nombre de connexions au cours du 12<sup>ème</sup> mois suivant l'ouverture du site.

À la vue des résultats des 4 premiers mois, le directeur décide de lancer une campagne publicitaire afin d'augmenter le nombre de visiteurs sur le site à partir du 5<sup>ème</sup> mois.

Le tableau ci-dessous donne le nombre de connexions, en milliers, durant les 7 mois suivant l'ouverture du site :

Rang du mois ( $x$ )	1	2	3	4	5	6	7
Nombre ( $y$ ) de connexions en milliers	40	45	55	70	95	125	175

c) On pose  $z = \ln(y)$ . Déterminer une équation de la droite de régression de  $z$  en  $x$ .

d) En déduire une expression de  $y$  en fonction de  $x$ .

e) En utilisant ce nouvel ajustement, montrer qu'une nouvelle estimation (au millier près) du nombre de connexions au cours du 12<sup>ème</sup> mois suivant l'ouverture du site est de 563 mille.

f) Déterminer, selon le modèle initial, le nombre de mois qui auraient été nécessaires pour atteindre ce résultat sans campagne publicitaire.

**41 Juin 2014 (20 points)**

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la production annuelle de poissons d'une ferme aquacole.

Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année $x$	1	2	3	4	5	6
Nombre de tonnes produites $y$	65	76	119	162	260	505

a) Déterminer une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$ .

4pts

b) On pose  $z = \ln(y)$ .

3pts

Reproduire et compléter le tableau suivant.

Rang de l'année $x$	1	2	3	4	5	6
$z$						

c) Déterminer une équation de la droite de régression de  $z$  en  $x$ .

3pts

d) En déduire une expression de  $y$  en fonction de  $x$ .

3pts

e) En utilisant les deux modèles, calculer le nombre de tonnes de poissons prévu pour 2014.

2pts

f) Utiliser le meilleur des deux modèles pour prévoir en quelle année la production annuelle dépassera 3000 tonnes. Justifier le choix du modèle.

5pts

**42 Réserve 2014 (10 points)**

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

On prend note de la consommation d'essence d'une auto. L'auto démarre avec 70 litres d'essence et est conduite jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'essence.

Le tableau ci-dessous montre les résultats des 4 premières heures :

$x$ (heures)	0	1	2	3	4
$y$ (litres d'essence restante)	70	59,7	54,2	40,7	37,5

a) Établir une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$ .

3pts

b) Utiliser l'équation trouvée en a) pour estimer après combien de temps le réservoir de l'auto sera vide. Donner la réponse en heures et minutes à la minute près.

4pts

c) Expliquer si la droite de régression constitue un modèle approprié.

3pts

**43 Réserve 2015 (10 points)**

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

Le tableau ci-dessous indique les 10 meilleurs lanceurs de javelot catégorie hommes aux Jeux Olympiques de Londres en 2012. L'unité est le mètre.

a) Déterminer la moyenne, l'écart-type, la médiane et l'écart inter-quartile des distances en donnant les réponses arrondies à la deuxième décimale.

3pts

b) L'écran ci-dessous donne un sommaire partiel des 10 meilleurs lanceurs de javelot aux Jeux Olympiques de Beijing en 2008.

	Statistique	Valeur
8	MinX	79.79
9	Q <sub>1</sub> X	80.06
10	MedianX...	80.81
11	Q <sub>3</sub> X	82.61
12	MaxX	83.51

Tracer deux boîtes à moustaches : une pour 2008 et une pour 2012.

3pts

c) En se basant sur ces boîtes, faire un commentaire mettant en évidence des différences entre les résultats de 2008 et ceux de 2012.

**44 Juin 2013 (10 points)**

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

Le tableau ci-dessous indique les résultats des mesures de la pression artérielle  $y$  de 8 hommes ainsi que leurs âges respectifs  $x$  en années.

Âge $x$	36	41	43	49	55	60	68	72
Pression artérielle $y$	118	125	140	145	155	155	152	160

- a) Établir une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$ .  
b) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre  $x$  et  $y$ .  
c) Établir une équation de la droite de Mayer pour les données du tableau.

**45 Juin 2013 (10 points)**

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

Dans un pays, le montant des recettes touristiques  $y$ , en millions d'€, est donné dans le tableau suivant, où  $x$  est le nombre d'années après 2005 :

Années $x$	0	1	2	3	4	5
Recettes touristiques $y$	24495	26500	29401	33299	33675	34190

La fonction  $f$  est définie par

$$f(x) = e^{10,13+0,07 \cdot x}$$

est un modèle basé sur les données du tableau. Autrement dit  $f(x)$  estime le montant des recettes touristiques, en millions d'€, pour l'année 2005 +  $x$ .

- a) En utilisant ce modèle, calculer le montant des recettes touristiques pour 2017.  
b) En utilisant ce modèle, déterminer l'année à partir de laquelle le montant des recettes touristiques dépassera 45000 millions d'€  
c) Déterminer un ajustement exponentiel de  $y$  en  $x$  en utilisant les données du tableau.

Comparer cette fonction avec la fonction  $f$ .

**46 Juin 2012 (20 points)**

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

Le tableau ci-dessous montre la production de fraises dans une région pendant les 8 dernières années et le prix par kg de fraises correspondant sur le marché.

$x$ (tonnes)	500	700	850	1100	1300	1620	1950	2300
$y$ (€/kg)	3,00	2,75	2,58	2,42	2,30	2,20	2,12	2,05

- a) Dessiner un graphique en nuage de points en utilisant les données du tableau.  
b) Établir une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$ .  
c) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre  $x$  et  $y$ .  
d) Établir une équation de la droite de Mayer en groupant d'une part les données des quatre premières années et d'autre part celles des quatre dernières.  
e) Le graphique en nuage de points suggère qu'un modèle exponentiel serait plus approprié qu'un modèle linéaire. Considérons ainsi la variable  $z = \ln(y)$ .  
Établir une équation de la droite de régression de  $z$  en  $x$ .  
Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre  $x$  et  $z$ .  
f) Estimer le prix par kg de fraises pour une production de 3000 tonnes en utilisant les trois modèles obtenus en b), d) et e).

Donner un court commentaire à propos des résultats.

**47 Réserve 2012 (10 points)**

Utiliser la calculatrice pour tous les calculs de cette question.

Le tableau ci-dessous donne les temps des records mondiaux masculins du marathon (en secondes) dans les années 1981-2007.

année	1981	1984	1985	1988	1998	1999	2002	2003	2007
temps	7698	7685	7632	7610	7565	7542	7538	7495	7466

L'évolution des records mondiaux du marathon dans les années 1981-2007 peut être décrit par un modèle du type  $f(x) = ax + b$ , où  $x$  désigne le nombre d'années à partir de 1981 et  $f(x)$  le temps de record mondial en secondes.

a) Déterminer les nombres  $a$  et  $b$ .

4pts

b) Selon ce modèle, quel temps de record mondial peut-on prévoir pour l'année 2012 ?

3pts

c) Selon ce modèle, pour quelle année peut-on prévoir un temps de record mondial inférieur à 7200 secondes ?

3pts

---

Partie A (Sans calculatrice)

$2x^2yy' + y^2 = 2$   
 $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$   
 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2; \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad \vec{n} = (F_x; F_y; F_z)$   
 $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$   
 $A = \begin{pmatrix} x_1 & 1 & x_1^2 & 1 \\ y_1 & 1 & y_1^2 & 1 \\ z_1 & 1 & z_1^2 & 1 \end{pmatrix}; x=0, y=1, z=2$   
 $\sum_{i=0}^n (P_2(x_i) - y_i)^2$   
 $A = [1; 0; 3]$   
 $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{C} \quad \sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$   
 $\frac{\sin x}{x} \leq \frac{x}{x} = 1$   
 $\lambda x - y + z = 1$   
 $x + y + z = \lambda$   
 $x + y + \lambda z = \lambda^2$

$X_1 = \begin{pmatrix} \alpha + \beta + \gamma \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$   
 $z = \frac{1}{x} a + \cos \ln \frac{\sqrt{z}}{z}$   
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3} \ln^2 + 1 + n$   
 $\lambda_2 = i\sqrt{14}$   
 $y' = \frac{\sqrt{y}}{x+2} = 0; y(0) = 1$

$\cos p = \frac{(1,0) \cdot (\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}})}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}$   
 $a^2 + b^2 = c^2$   
 $b^2 = c \cdot c_b$   
 $a^2 = c \cdot c_a$   
 $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$   
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$   
 $e^2 - xyz = e; A[0; e; 1]$   
 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$   
 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad 2 \arctan x - x = 0, I = (1, 10)$   
 $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x \quad \vec{\partial}(P_2) = \sqrt{0; 16}$   
 $\text{grad} f = \left( \frac{\partial f}{\partial x}; \frac{\partial f}{\partial y} \right)$   
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{5x} = \frac{2}{5}$   
 $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$   
 $f(x) = 2^{-x} + 1, \epsilon = 0.005$   
 $\tan x \cdot \cot x = 1 \quad \sin \alpha \cos \alpha = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha$

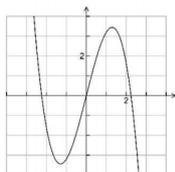
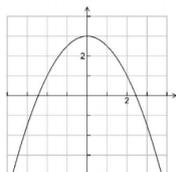
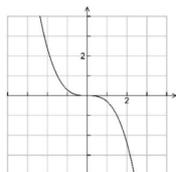
.....  
Analyse

**101 septembre 2020 (5 points)** On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = 2e^{x+1} - 4.$$

Calculer les coordonnées des points d'intersections du graphique de  $f$  avec les axes de coordonnées.

**102 septembre 2020 (5 points)** On montre ci-dessous les graphiques des fonctions dérivées des fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$ .

Graphique de  $f'$ Graphique de  $g'$ Graphique de  $h'$ 

Montrer qu'une seule de ces fonctions  $f$ ,  $g$ ,  $h$  admet un maximum local pour  $-2 < x < 2$ .

**103 septembre 2020 (5 points)** On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = 2 \ln(x + 4).$$

Déterminer les coordonnées du point où la pente de la tangente au graphique de  $f$  est égale à 2.

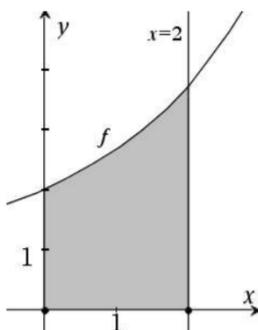
**104 septembre 2020 (5 points)** On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}, x > 0.$$

Déterminer la primitive  $F$  de  $f$  telle que  $F(1) = 0$ .

**105 septembre 2020 (5 points)** La fonction  $f$  est définie par

$$f(x) = 1 + e^{\frac{x}{2}}.$$



Calculer l'aire de la surface délimitée par le graphique de  $f$ , les axes de coordonnées et la droite

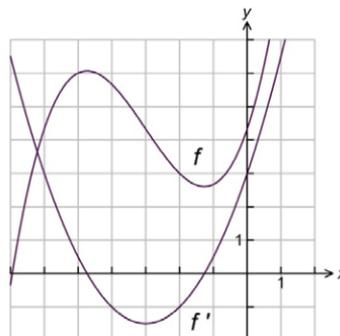
d'équation  $x = 2$ .

**106 Juin 2019 (5 points)**

Résoudre l'équation  $e^{4x-1} = 1$

**107 Juin 2019 (5 points)**

Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction  $f$  et celui de sa fonction dérivée  $f'$ .



Établir une équation de la tangente au graphique de  $f$  au point d'abscisse  $x = -2$ .

**108 Juin 2019 (5 points)** Le tableau ci-dessous donne des informations sur la fonction  $f$  et sur sa fonction dérivée  $f'$ .

$x$	-4	-3	-2	-1	0
$f(x)$	0	4	2	0	4
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Donner une esquisse d'une représentation graphique possible de cette fonction  $f$ .

**109 Juin 2019 (5 points)**

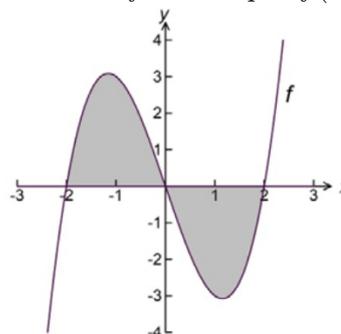
On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = 2x + 3 + \frac{1}{x+3}, x > -3$$

Déterminer la primitive  $F$  de  $f$  telle que  $F(-2) = 2$ .

**110 Juin 2019 (5 points)**

Le diagramme ci-dessous montre le graphique de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x^3 - 4x$ .



Calculer l'aire de la surface ombrée.

**111 Juin 2018 (5 points)**

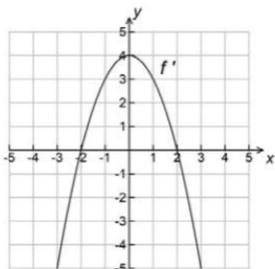
On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies par

$f(x) = 2 \cdot \ln(3x - 2)$  et  $g(x) = 2$ .

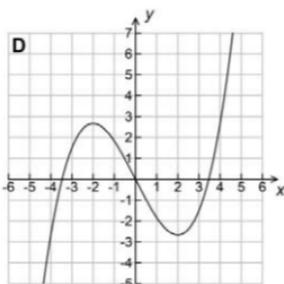
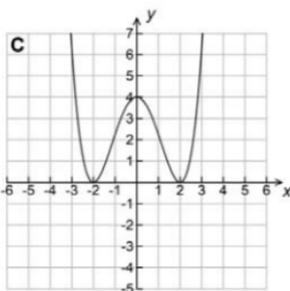
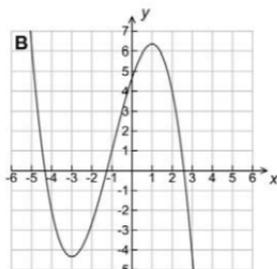
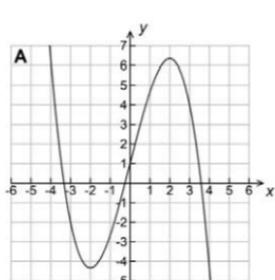
Calculer les coordonnées du point d'intersection de leurs graphiques

**112 Juin 2018 (5 points)**

Le diagramme ci-dessous montre le graphique de  $f'$  la dérivée d'une fonction polynomiale  $f$ .



Un seul des quatre diagrammes A, B, C et D ci-dessous montre le graphique de la fonction  $f$ . Identifier ce diagramme et expliquer la réponse.



**113 Juin 2018 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = x^3 + ax.$$

Étant donné que  $f'(2) = 0$ , déterminer la valeur de  $a$ .

**114 Juin 2018 (5 points)**

Calculer  $\int_{-2}^0 \frac{2}{2x+5} dx$ .

**115 Juin 2018 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = x^2 - 6x$$

Calculer l'aire de la surface bornée délimitée par

le graphique de  $f$  et l'axe des abscisses.

**116 Juin 2017 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = 4e^x + 1$$

Calculer  $f(0)$  et  $f'(0)$ .

**117 Juin 2017 (5 points)**

Résoudre l'équation  $8^x = 4$ .

**118 Juin 2017 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = 2x + \ln(2x - 1)$$

Établir une équation de la tangente au graphique de  $f$  au point d'abscisse  $x = 1$ .

**119 Juin 2017 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = e^{2x+3} + x$$

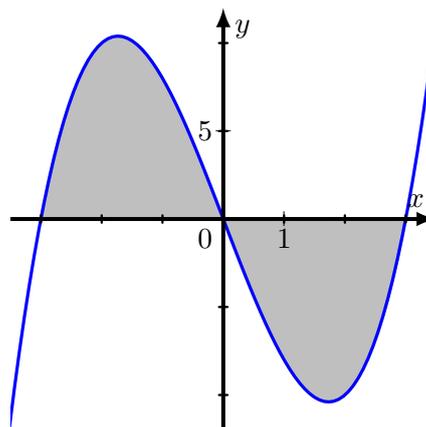
Déterminer la primitive  $F$  de  $f$  telle que  $F(-1) = \frac{1}{2}$ .

**120 Juin 2017 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = x^3 - 9x$$

Le diagramme ci-dessous montre le graphique de  $f$ .



Calculer l'aire de la surface ombrée.

**121 Réserve 2017 (5 points)**

Résoudre l'équation  $\ln(2x + 1) = 1$ .

**122 Réserve 2017 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = 2x + e^{0,5x}$$

Déterminer une équation de la tangente au graphique de  $f$  au point d'abscisse  $x = 2$ .

**123 Réserve 2017 (5 points)**

Tracer le graphique d'une fonction  $f$  qui vérifie les conditions suivantes :

$$f(1) = -1, \quad f(3) = 2, \quad f(0) = f(2) = f(4) = 0,$$

$$f'(1) = f'(3) = 0,$$

$$f'(x) < 0 \text{ pour } x \in ]-\infty; 1[ \text{ et pour } x \in ]3; +\infty[,$$

$$f'(x) > 0 \text{ pour } x \in ]1; 3[.$$

**124 Réserve 2017 (5 points)** Calculer une primitive de la fonction  $f$  définie par

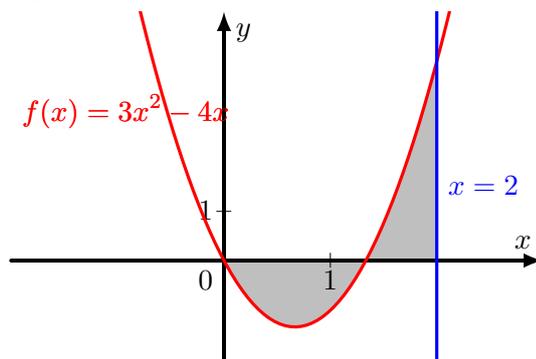
$$f(x) = \frac{5}{3x-6} \text{ pour } x > 2.$$

**125 Réserve 2017 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = 3x^2 - 4x.$$

On a tracé ci-dessous le graphique de cette fonction.



Calculer  $\int_0^2 f(x)dx$  et interpréter graphiquement le résultat.

**126 Juin 2016 (5 points)**

Résoudre l'équation  $e^{3x+2} = 1$ .

**127 Juin 2016 (5 points)**

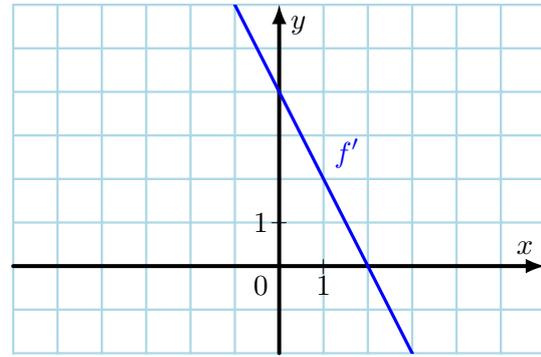
On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = 3e^{2x+2}.$$

Établir une équation de la tangente au graphique de  $f$  au point de coordonnées  $(-1; 3)$ .

**128 Juin 2016 (5 points)**

Le diagramme ci-dessous montre le graphique de la dérivée  $f'$  d'une fonction  $f$ .



$f$  est l'une des fonctions  $f_1, f_2, f_3$  et  $f_4$  définies par :

$$f_1(x) = x^2 - 4x$$

$$f_2(x) = x^2 + 4$$

$$f_3(x) = -x^2 + 4x - 4$$

$$f_4(x) = -x^2 + 4$$

Déterminer laquelle est  $f$ .

**129 Juin 2016 (5 points)**

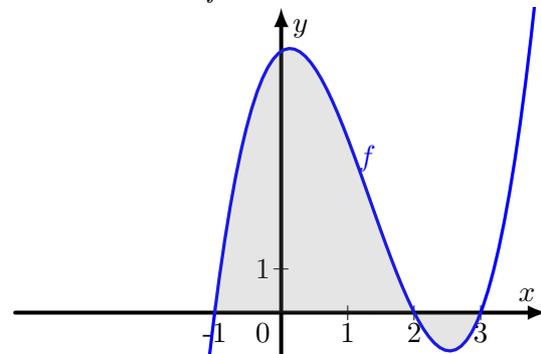
On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{x-2}, \quad x > 2.$$

Déterminer la primitive  $F$  de  $f$  telle que  $F(3) = 10$ .

**130 Juin 2016 (5 points)**

Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction  $f$ .

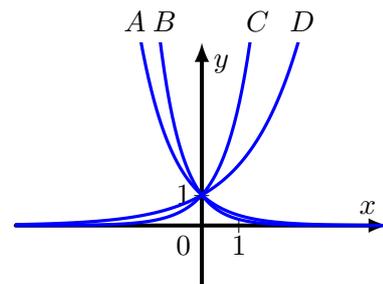


On donne les intégrales suivantes :

$$\int_{-1}^2 f(x)dx = 11,3 \text{ et } \int_{-1}^3 f(x)dx = 10,7.$$

Calculer l'aire totale de la surface ombrée.

**131 Réserve 2015 (5 points)**



Le diagramme ci-dessus montre les graphiques des fonctions  $f_1, f_2, f_3$  et  $f_4$  définies par :

$$f_1(x) = (0,2)^x, f_2(x) = 2^x, f_3(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x \text{ et } f_4(x) = 4^x.$$

Associer à chaque fonction le graphique correspondant. Justifier la réponse.

**132 Réserve 2015 (5 points)**

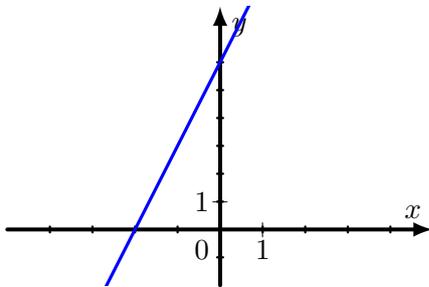
On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \ln(5 - 2x) \text{ .}$$

Établir une équation de la tangente au graphique de  $f$  au point d'abscisse 2.

**133 Réserve 2015 (5 points)**

Le diagramme ci-dessous montre le graphique de la dérivée  $f'$  d'une fonction  $f$ .



Déterminer la valeur de  $x$  pour laquelle la fonction admet un extremum et spécifier la nature de celui-ci. Justifier la réponse.

**134 Réserve 2015 (5 points)**

Calculer  $\int_0^{\ln(2)} (e^{2x-1} dx)$ .

**135 Réserve 2015 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = -x^2 + 2x + 3 \text{ .}$$

Calculer l'aire de la surface délimitée par le graphique de  $f$  et l'axe des abscisses.

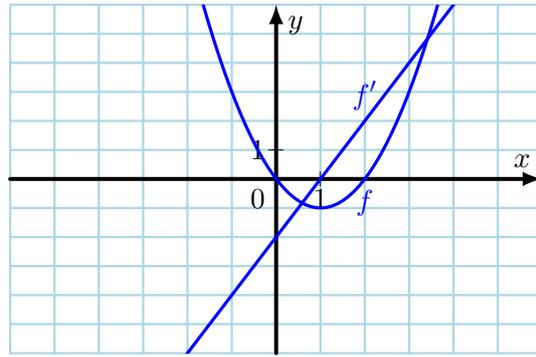
**136 Juin 2015 (5 points)**

Résoudre l'équation

$$\ln(3x - 14) = 0 \text{ .}$$

**137 Juin 2015 (5 points)**

Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction  $f$  et de sa dérivée  $f'$ .



Établir une équation de la tangente au graphique de  $f$  au point d'abscisse  $x = 1$ .

**138 Juin 2015 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{1}{3} \text{ .}$$

Déterminer l'intervalle où  $f$  est décroissante.

**139 Juin 2015 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = 1 - \frac{3}{x+2} \text{ , } x > -2$$

Déterminer la primitive  $F$  de  $f$  telle que  $F(3) = 0$ .

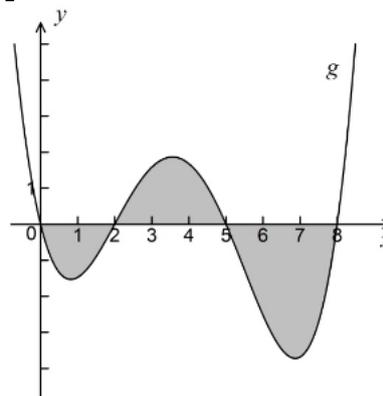
**140 Juin 2015 (5 points)**

Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction  $f$ . On donne les intégrales suivantes :

$$\int_0^5 g(x) dx = 1,6$$

$$\int_2^5 g(x) dx = 3,6$$

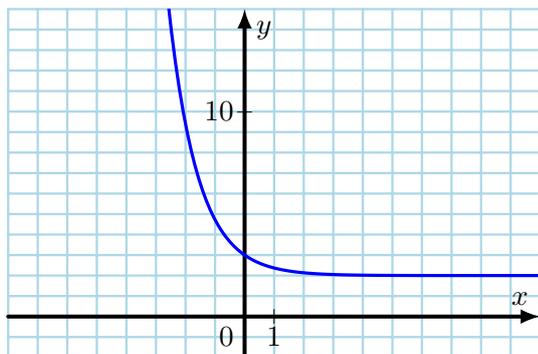
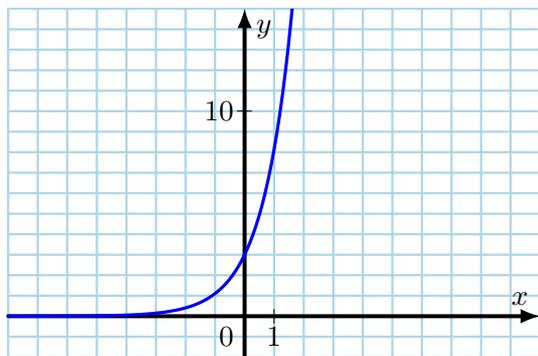
$$\int_2^8 g(x) dx = -3,4.$$



Calculer l'aire totale de la surface ombrée.

**141 Juin 2014 (5 points)**

À partir de la liste suivante, déterminer la fonction correspondant à chacun des deux graphiques ci-dessous :



$$\begin{aligned} f_1(x) &= 3e^{-x}, \\ f_2(x) &= 4 - e^x, \\ f_3(x) &= 3e^x \text{ et} \\ f_4(x) &= 2 + e^{-x}. \end{aligned}$$

**142 Juin 2014 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \ln(5 - x) \quad .$$

Établir une équation de la tangente au graphique de  $f$  au point d'abscisse  $x = 4$ .

**143 Juin 2014 (5 points)**

La fonction  $f$  a pour dérivée la fonction  $f'$  définie par  $f'(x) = (x - 3) \cdot (2 - x)$ .

Déterminer l'intervalle où  $f$  est croissante.

**144 Juin 2014 (5 points)**

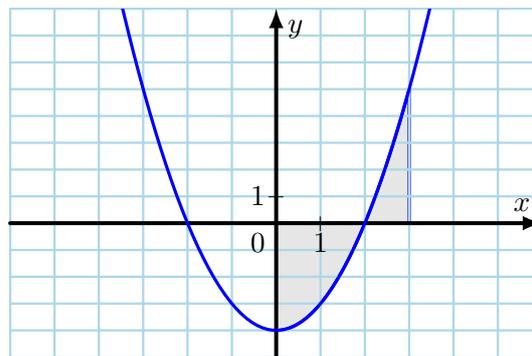
Calculer  $\int_0^1 (3e^{2x} + x) dx$ .

**145 Juin 2014 (5 points)**

Calculer l'aire de la surface ombrée délimitée par la courbe d'équation

$$y = x^2 - 4,$$

l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 3$ .



**146 Réserve 2014 (5 points)**

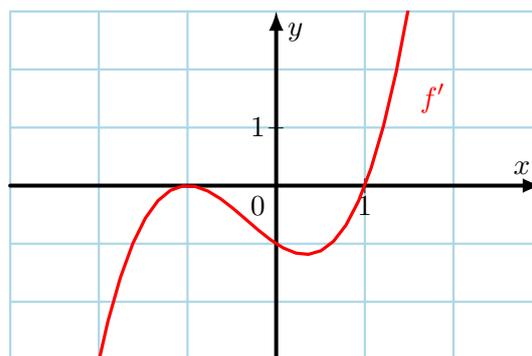
On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = e^{4x+1} - 1.$$

Calculer les coordonnées des points d'intersection du graphique de  $f$  avec les axes des coordonnées.

**147 Réserve 2014 (5 points)**

Le diagramme ci-dessous montre le graphique de la dérivée  $f'$  d'une fonction  $f$ .



Déterminer la ou les valeurs de  $x$  où la fonction  $f$  admet un extremum et spécifier sa nature. Justifier la réponse.

**148 Réserve 2014 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = 3e^{2x-1} \quad .$$

Établir une équation de la tangente au graphique de  $f$  au point d'abscisse  $x = 0$ .

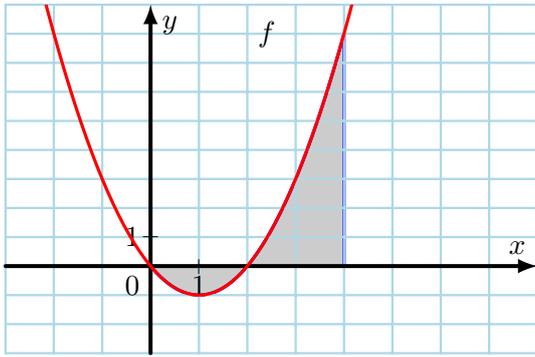
**149 Réserve 2014 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{3}{2x+1}$ ,  $x > -\frac{1}{2}$ .

Déterminer la primitive  $F$  de  $f$  telle que  $F(0) = 2$ .

**150 Réserve 2014 (5 points)**

Sur le diagramme ci-dessous l'aire de la surface grisée est 8 et on sait de plus que  $\int_2^4 f(x) dx = \frac{20}{3}$



Déterminer la valeur de  $\int_0^2 f(x)dx$ . Justifier la réponse

**151 Juin 2013 (5 points)**

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies respectivement par

$$f(x) = 1 - x^2 \text{ et } g(x) = 4(x^2 - 1).$$

Calculer les coordonnées des points d'intersection de leurs courbes représentatives.

**152 Juin 2013 (5 points)**

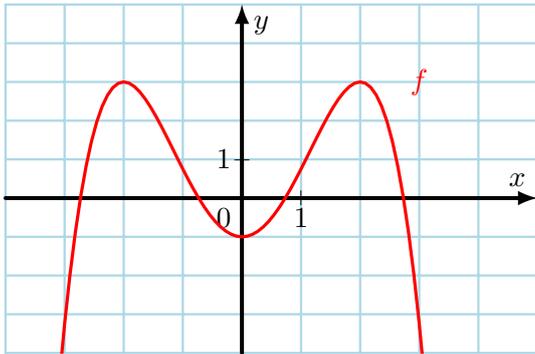
On considère la fonction définie par  $f(x) = e^{2x} + 3$ . Établir une équation de la tangente au graphique de  $f$  au point d'abscisse  $x = 0$ .

**153 Juin 2013 (5 points)**

Calculer  $\int_1^e \frac{3x - 4}{x} dx$

**154 Juin 2013 (5 points)**

Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction  $f$  définie pour  $-3 < x < 3$ .



Donner les valeurs de  $x$  telles que  $f'(x) = 0$  et les intervalles où  $f'(x) < 0$ .

**155 Juin 2013 (5 points)**

Calculer l'aire de la surface délimitée par la courbe d'équation

$$y = 3x^2 - 6x$$

et l'axe des abscisses.

**156 Réserve 2013 (5 points)**

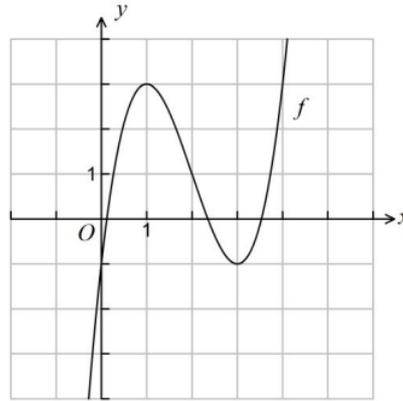
On considère les fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  définies par  $f(x) = 3e^x$ ,  $g(x) = e^{-3x+2}$  et  $h(x) = 3e^{-4x-1}$ .

Les graphiques des fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  coupent l'axe des  $y$  respectivement en  $F$ ,  $G$  et  $H$ .

Laquelle de ces fonctions coupe-t-elle l'axe des  $y$  au point le plus haut.

**157 Réserve 2013 (5 points)**

On a représenté le diagramme d'une fonction  $f$ .



Esquisser le graphique de  $f'$ , la dérivée de  $f$ .

**158 Réserve 2013 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \ln(3x - 4)$$

Trouver l'équation de la tangente au graphique de  $f$  au point d'abscisse  $x = 3$ .

**159 Réserve 2013 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = e^{-2x}$ . Trouver la primitive  $F$  de  $f$  telle que  $F(0) = 0$ .

**160 Réserve 2013 (5 points)**

On donne deux fonctions  $f$  et  $g$  définies par  $f(x) = x^2$  et  $g(x) = -x^2 + 8$ .

Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par les courbes de  $f$  et de  $g$ .

**161 Juin 2012 (5 points)**

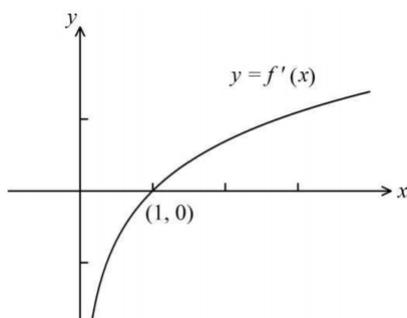
On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies respectivement par

$$f(x) = x^2 - 4x + 2 \text{ et } g(x) = 2x - 3.$$

Calculer les coordonnées des points d'intersection de leurs courbes représentatives.

**162 Juin 2012 (5 points)**

Le diagramme ci-dessous montre le graphique de la dérivée  $f'$  d'une fonction  $f$ .



Déterminer la valeur de  $x$  pour laquelle la fonction  $f$  admet un extremum et spécifier la nature de celui-ci. Justifier la réponse.

**163 Juin 2012 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = 4 \ln(2x - 5) \quad .$$

Établir une équation de la tangente au graphique de  $f$  au point d'abscisse  $x = 3$ .

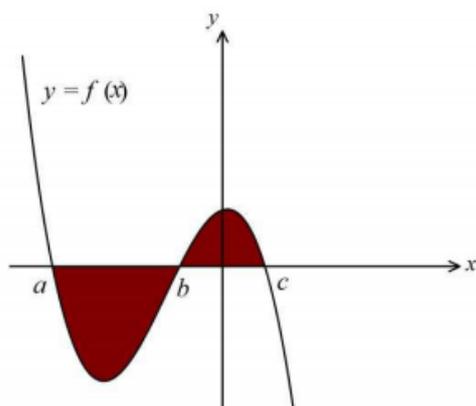
**164 Juin 2012 (5 points)**

Calculer  $\int_{-\frac{1}{2}}^1 e^{2x+1} dx$ .

**165 Juin 2012 (5 points)**

Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction  $f$ .

Parmi les expressions suivantes, déterminer celles qui donnent l'aire de la surface ombrée du diagramme.

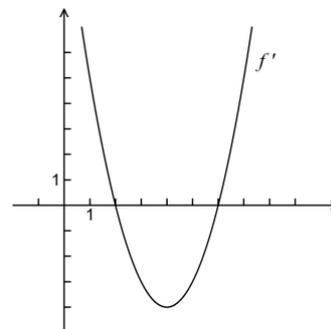


- a)  $\int_a^c f(x) dx$    b)  $\left| \int_a^c f(x) dx \right|$    c)  $\int_a^c |f(x)| dx$   
 d)  $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$    e)  $-\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$

**166 Réserve 2012 (5 points)**

Résoudre l'équation  $\ln(1 - 2x) = 0$ .

**167 Réserve 2012 (5 points)** Le diagramme ci-dessous montre le graphique de la dérivée  $f'$  d'une fonction  $f$ .



Déterminer les valeurs de  $x$  pour lesquelles la fonction  $f$  admet un extremum.

Pour chacune de ces valeurs spécifier s'il lui correspond un maximum ou un minimum. Justifier la réponse.

**168 Réserve 2012 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = a \cdot \ln(2x + 1)$$

où  $a$  est un nombre réel.

Calculer  $a$  de telle sorte que  $f'(1) = 6$ .

**169 Réserve 2012 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

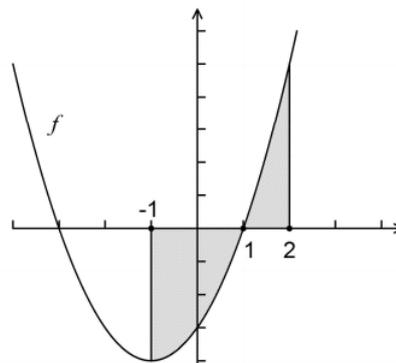
$$f(x) = x^2 + \frac{2}{x} + \frac{2}{3} \quad .$$

Calculer la primitive  $F$  de  $f$  telle que  $F(1) = 2$ .

**170 Réserve 2012 (5 points)**

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = x^2 + 2x - 3 \quad .$$



Calculer l'aire de la surface ombrée du diagramme ci-dessus.

.....  
**Probabilités**

**171 Septembre 2020 (5 points)**

Lors d'un tournoi d'échecs, la probabilité que Boris gagne une partie est de  $\frac{2}{3}$ .

Le tournoi se compose de 4 parties.

Calculer la probabilité que Boris gagne au moins une de ces quatre parties

**172 Septembre 2020 (5 points)**

L'année dernière, dans un certain pays, 80 films ont été projetés dans les salles de cinéma :

25 films où le rôle principal était joué par une femme,  
 30 films sans aucune violence, 2 films où le rôle principal était joué par une femme et où il y avait au moins une scène violente.

On choisit un film au hasard.

Calculer la probabilité que le rôle principal de ce film soit joué par un homme et que ce film ne comporte aucune scène violente.

**173 Juin 2019 (5 points)**

Dans une classe de 21 élèves, 12 élèves étudient la biologie, 14 élèves étudient la musique et 2 élèves n'étudient ni la biologie ni la musique.

Calculer la probabilité qu'un élève choisi au hasard dans cette classe étudie à la fois la biologie et la musique.

**174 Juin 2019 (5 points)**

Des tranches identiques de pain grillé sont beurrées d'un seul côté.

On sait, par expérience, que si une tranche de pain grillé tombe par terre, la probabilité qu'elle tombe sur le côté beurré est de  $\frac{3}{5}$ .

3 tranches de pain grillé tombent par terre.

Calculer la probabilité qu'exactly 2 de ces tranches tombent sur le côté beurré.

**175 Juin 2018 (5 points)**

Dans une bibliothèque, il y a 40 romans policiers. Dans chaque roman, il y a exactement un assassin. Un quart de ces romans sont écrits par des femmes.

Dans exactement 8 romans écrits par des femmes, l'assassin est une femme.

Dans exactement 8 romans écrits par des hommes, l'assassin est une femme.

Expliquer pourquoi les événements « l'auteur est une femme » et « l'assassin est une femme » ne sont pas indépendants.

**176 Juin 2018 (5 points)**

Lors d'un entraînement de saut en hauteur, un athlète essaie de sauter 1,90 m.

À chaque essai, sa probabilité de réussite est de  $\frac{1}{4}$ .

Calculer la probabilité que l'athlète réussisse s'il dispose de 3 essais maximum.

**177 Juin 2017 (5 points)**

Dans un groupe de 60 étudiants,

38 ne pratiquent ni le football ni le tennis,

15 pratiquent le football,

5 pratiquent les deux sports, football et tennis.

On choisit un étudiant au hasard.

Calculer la probabilité que cet étudiant pratique uniquement le tennis.

**178 Juin 2017 (5 points)**

Fred tire sur une cible.

La probabilité qu'il atteigne la cible est de  $\frac{2}{3}$ .

Il tire 4 fois.

Calculer la probabilité qu'il atteigne la cible au moins une fois.

**179 Réserve 2017 (5 points)**

Une personne achète deux billets de loterie. La probabilité qu'un billet soit gagnant est de 0,2.

Calculer la probabilité qu'au moins un des billets de loterie soit gagnant.

**180 Réserve 2017 (5 points)**

Elisabeth a acheté un sac qui contient 5 pommes. Malheureusement une de ces pommes n'est pas mangeable.

Elle choisit au hasard deux pommes dans ce sac.

Calculer la probabilité qu'une seule de ces pommes soit mangeable.

**181 Juin 2016 (5 points)**

On lance une pièce de monnaie. Quel est l'événement le plus probable : obtenir exactement 2 fois «face» sur 4 lancers ou exactement 3 fois «face» sur 6 lancers ?

**182 Juin 2016 (5 points)**

Dans une certaine école, 30% des élèves sont des garçons. 40% des garçons et 20% des filles mesurent plus de 1,50 m. On choisit un élève au hasard.

Étant donné que cet élève mesure plus de 1,50 m, calculer la probabilité que ce soit un garçon.

**183 Réserve 2015 (5 points)**

Dans une classe de 25 étudiants, il y a 15 garçons et 10 filles.

3 garçons et 2 filles de cette classe vont à l'école à pied.

On choisit au hasard un étudiant dans cette classe. Calculer la probabilité que cet étudiant soit une fille qui ne va pas à l'école à pied.

**184 Réserve 2015 (5 points)**

Soit  $X$  une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p$ . On donne :  $n = 4$  et  $E(X) = 2$ .

Calculer  $P(X \geq 1)$ .

**185 Juin 2015 (5 points)**

Le propriétaire d'une maison a deux porte-clés.

Il y a trois clés sur l'un des porte-clés et cinq clés sur l'autre.

Chacun des deux porte-clés contient une seule clé qui ouvre la porte de la maison.

Le propriétaire prend d'abord un porte-clés au hasard ; puis, il prend au hasard une clé de ce même porte-clés.

Calculer la probabilité que cette clé ouvre la porte de la maison.

**186 Juin 2015 (5 points)**

Sophie tire sur une cible. La probabilité qu'elle atteigne la cible est de  $\frac{3}{5}$ .

Elle tire trois fois.

Calculer la probabilité qu'elle atteigne la cible exactement une fois.

**187 Juin 2015 (5 points)**

Il y a 28 élèves dans une classe, 15 d'entre eux étudient la chimie, 18 étudient la physique et 2 n'étudient ni la chimie, ni la physique.

Calculer la probabilité qu'un élève choisi au hasard étudie à la fois la chimie et la physique.

**188 Juin 2014 (5 points)**

À l'entraînement, la probabilité qu'un certain joueur de football marque un penalty est de  $\frac{2}{3}$ .

Lors d'un entraînement, il tire 4 penalties.

Calculer la probabilité qu'il marque exactement 3 penalties.

**189 Réserve 2014 (5 points)**

Le tableau ci-dessous donne la couleur des yeux d'un groupe de 100 étudiants.

	Brun	Bleu	Vert
Garçons	21	16	9
Filles	20	20	14

Un étudiant est choisi au hasard.

Calculer la probabilité que cet étudiant ait les yeux verts sachant qu'il s'agit d'une fille.

**190 Réserve 2014 (5 points)**

On lance une pièce de monnaie truquée.

La probabilité d'obtenir «face» est 0,3.

Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux fois «face» lorsqu'on effectue trois lancers de pièce.

**191 Juin 2013 (5 points)**

Dans un groupe de 7 personnes, il y a 3 hommes et 4 femmes.

On choisit 2 personnes au hasard dans ce groupe.

Calculer la probabilité que toutes les deux soient des hommes.

**192 Juin 2013 (5 points)**

Un test est composé de 4 questions. Pour chaque question sont données deux réponses dont une seule est correcte.

Jean répond au hasard aux 4 questions.

Calculer la probabilité que Jean ait exactement 3 réponses correctes.

**193 Réserve 2013 (5 points)**

Une usine de jouets fabrique des voitures électriques.

9% des voitures ont une batterie défectueuse,

4% des voitures ont une roue bloquée,

2% des voitures ont les deux défauts.

Calculer la probabilité qu'une voiture électrique choisie au hasard à la sortie de cette usine n'ait aucun de ces deux défauts.

**194 Réserve 2013 (5 points)**

Dans une loterie où on vend un grand nombre de tickets, la probabilité d'avoir un ticket gagnant est  $\frac{1}{5}$ .

Anna achète 3 tickets.

Calculer la probabilité qu'elle ait acheté au moins un ticket gagnant.

**195 Juin 2012 (5 points)**

Marc et Jeff jouent 4 matches de tennis l'un contre l'autre.

La probabilité que Marc gagne un match particulier quelconque est de  $\frac{1}{3}$ .

Les résultats des matches sont indépendants.

Calculer la probabilité que Marc gagne exactement un des 4 matches.

**196 Réserve 2011 (5 points)**

Monsieur  $A$  travaille dans une usine de pièces pour ordinateurs. 10% de toutes les pièces fabriquées dans l'usine sont défectueuses. Monsieur  $A$  fabrique 6% de toutes les pièces et 20% des pièces qu'il fabrique sont défectueuses.

On choisit une pièce au hasard dans la production.

Calculer la probabilité que cette pièce ait été fabriquée par monsieur A, étant donné qu'elle était défectueuse.

**197 Réserve 2012 (5 points)**

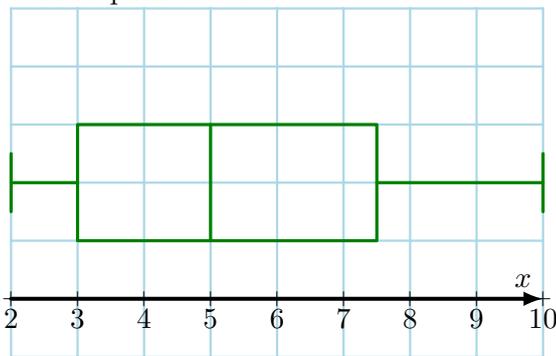
Un dé (avec des faces 1-2-3-4-5-6) a été truqué de telle sorte que la probabilité d'obtenir un nombre pair est le double de la probabilité d'obtenir un nombre impair.

On jette le dé deux fois et on additionne les nombres obtenus.

Calculer la probabilité d'obtenir une somme impaire.

.....  
**Statistiques**

**198 Septembre 2020 (5 points)** Alexia a obtenu 6,5 à un test de mathématiques. La boîte à moustaches montre la répartition des notes de sa classe pour ce test.



Alexia a dit à ses parents qu'elle se situait parmi les 25 % meilleures élèves de sa classe à ce test.

Ce qu'Alexia a dit à ses parents est-il exact ? Justifier la réponse

**199 Juin 2019 (5 points)** 10 élèves ont obtenu les résultats suivants lors d'un test :

10 5 5 7 8 5 6 7 8 4

Déterminer la médiane, le premier et le troisième quartiles et représenter les données par une boîte à moustaches.

**200 Juin 2018 (5 points)**

Dans une compétition, les participants sont divisés en deux groupes A et B.

Dans le groupe A, la moyenne et la médiane sont toutes les deux de 18 points et l'écart interquartile est de 4 points.

Dans le groupe B, les points sont : 17 21 20 20 15 22 18 19 .

Comparer les deux groupes en utilisant les moyennes, les médianes et les écarts interquartiles.

**201 Juin 2017 (5 points)**

Le nombre d'entraînements auxquels ont assisté le mois dernier 13 membres d'un club de gymnastique est noté ci-dessous :

4, 5, 7, 7, 7, 8, 10, 10, 11, 11, 13, 13, 14 .

Après avoir déterminé la médiane, le premier et le troisième quartiles, représenter les données sur une boîte à moustaches.

**202 Juin 2017 (5 points)**

Paul a passé trois tests. Voici comment on calcule sa moyenne :

- le premier test compte pour 30% de la moyenne
- le deuxième test compte pour 20% de la moyenne
- le troisième test compte pour 50% de la moyenne

Chaque test est noté sur 10.

Paul a eu la note de 6 au premier test, la note de 8 au deuxième.

Sa moyenne est de 6,9.

Calculer la note qu'a eu Paul au troisième test.

**203 Juin 2016 (5 points)**

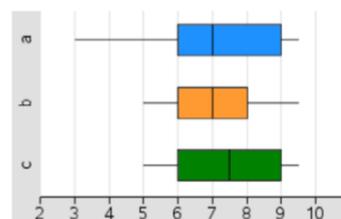
Le tableau suivant montre les notes obtenues par des élèves à un test :

Notes	3	4	5	6	7
Nombre d'élèves	1	5	4	2	$k$

Étant donné que la note médiane est de 5, déterminer toutes les valeurs possibles de  $k$ .

**204 Réserve 2015 (5 points)**

On considère 3 diagrammes en boîte à moustache correspondant aux notes obtenues par 3 classes a, b et c.



Associer à chacune des propositions ci-dessous la classe correspondante. Justifier les réponses.

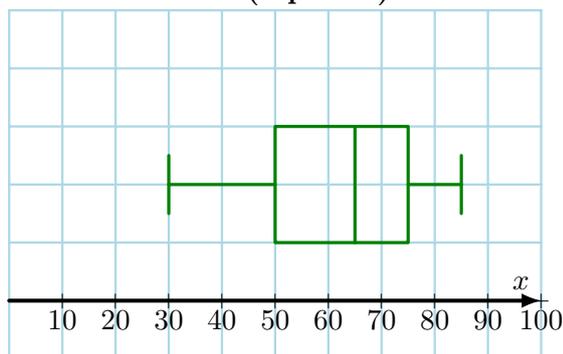
- a. Cette classe est la plus hétérogène.
- b. Cette classe est la plus homogène.
- c. Dans cette classe, la médiane n'est pas la moyenne des quartiles.

**205 Juin 2015 (5 points)**

Dans une province, il y a 200 000 habitants répartis dans 400 villages. Le nombre médian d'habitants par village est de 150.

Calculer le nombre moyen d'habitants par village. Dans ce cas, donner une explication plausible de la différence entre la valeur de la moyenne et celle de la médiane.

**206 Juin 2014 (5 points)**



Le diagramme ci-dessus montre la boîte à moustaches des résultats des élèves à un certain examen de mathématiques.

La note minimale requise pour réussir l'examen est de 60 points sur 100.

Le diagramme permet-il de conclure qu'au moins la moitié des élèves ont réussi l'examen ? Justifier la réponse.

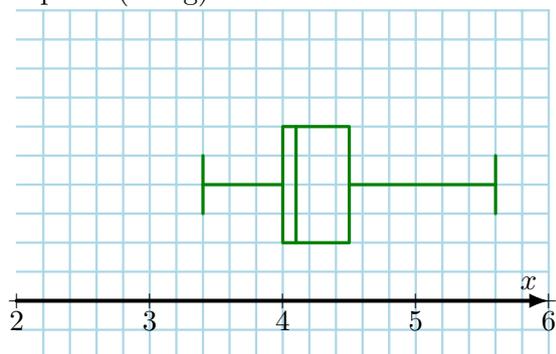
**207 Réserve 2014 (5 points)**

Cinq employés travaillent dans un magasin. Leur moyenne d'âge est de 42 ans. L'employé le plus âgé a 65 ans ; il prend sa retraite et est remplacé par une personne de 25 ans.

Déterminer la moyenne d'âge du nouveau groupe d'employé.

**208 Juin 2013 (5 points)**

Dans une entreprise, certaines caisses doivent être transportées. Leur poids moyen est de 4,3 kg et l'écart-type de leurs poids est de 0,5 kg. Le diagramme ci-dessous montre une boîte à moustaches du poids (en kg) de ces caisses.



Afin d'identifier les caisses, on fixe à chacune d'elles une plaque métallique de 0,1 kg en guise d'étiquette.

Déterminer la moyenne, l'écart-type, la médiane, et les premier et troisième quartiles des poids des

caisses étiquetées. Expliquer la réponse.

**209 Réserve 2013 (5 points)**

On donne la liste des notes obtenues par un élève lors d'une année scolaire :

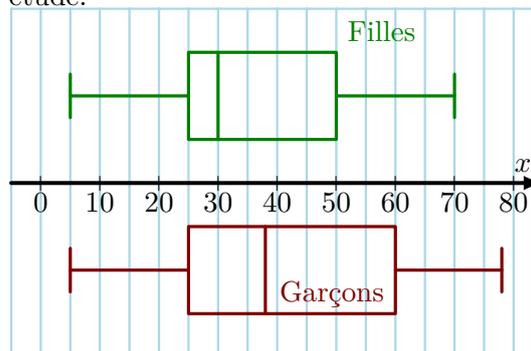
7	8	1	6	7	9	4	4	4	9	1	8	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Tracer la boîte à moustaches qui correspond à cette série statistique.

**210 Juin 2012 (5 points)**

Lors d'études d'aptitude spatiale, des différences apparaissent entre les garçons et les filles.

Le diagramme ci-dessous montre une boîte à moustaches des résultats des tests d'une telle étude.



Tous les résultats des tests sont des nombres entiers et, pour les filles comme pour les garçons, tous les entiers compris entre le minimum et le maximum sont des résultats effectivement obtenus.

Une fille particulière du groupe d'étude obtient un résultat plus élevé que ceux de 75 % des garçons. Quels sont les résultats possibles de cette fille ?

**211 Réserve 2012 (5 points)**

Neuf employés travaillent dans un bureau. Pendant leurs pauses, ils peuvent consommer du café. On note pour chacun d'eux le nombre de tasses consommées pendant une journée :

4 , 1 , 3 , 7 , 3 , 6 , 6 , 4 , 4 .

Dessiner la boîte à moustaches représentant cette série statistique.

**212 Septembre 2012 (5 points)**

28 athlètes participent à une compétition de 100 mètres.

Lors des qualifications on note le temps de chaque athlète. Le temps moyen est de 11 secondes.

Les 8 athlètes qui ont fait les meilleurs temps sont qualifiés pour la finale. Le temps moyen de ces 8 athlètes est de 10,5 secondes.

Calculer le temps moyen des 20 athlètes non qualifiés pour la finale.