Pré-baccalauréat : années 2016 à 2021

MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES

Professeurs : Allaud, Barsamian, Duroyon, Heinrichs, Huizink, Souissi.

Caractéristiques de l'épreuve :

- 1 heure pour la partie A (sans calculatrice) pour 40 points
- 2 heures pour la partie B (avec calculatrice) pour 60 points

Ce document compile tous les exercices de pré-baccalauréat tombés à l'EEB1 entre 2016 et 2021. Nous nous entraînerons sur ces exercices très régulièrement. Gardez bien ce document avec vous, et entraînez-vous quand vous avez un peu de temps (demandez-moi au préalable si on a vu le cours nécessaire).

1 Analyse

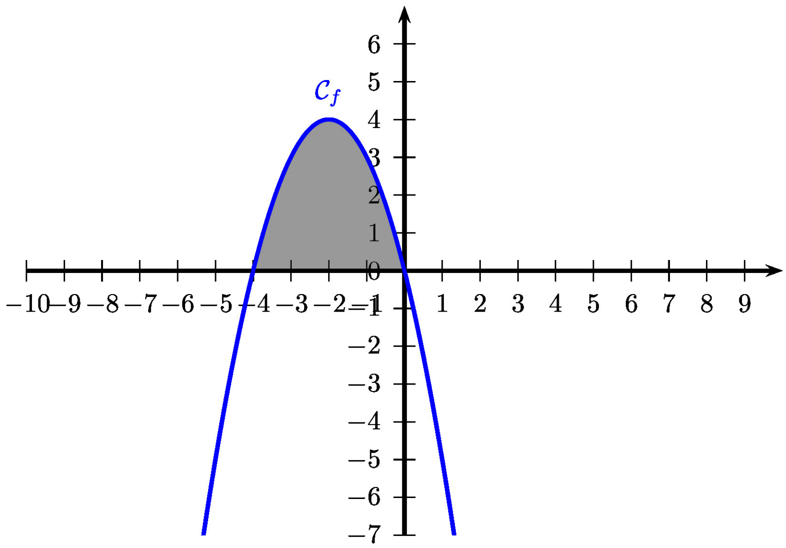
Exercice 1 Calc. : ✗

5 points	Calculez la primitive $F(x)$ de la fonction $f(x) = 6x^2 + 8x - 5$ satisfaisant $F(-1) = 5$.

Exercice 2 Calc. : ✗

5 points

Soit la fonction $f(x) = -x^2 - 4x$ dont le graphe est donné ci-dessous :



Prouvez que l'aire grisée est égale à $\frac{32}{3} \approx 10,7$ u.a.

Exercice 3 Calc. : ✗

5 points	Soit la fonction $f(x) = 4\ln(2x - 5)$. Calculez l'équation de la tangente au graphe de f au point d'abscisse $x = 3$.

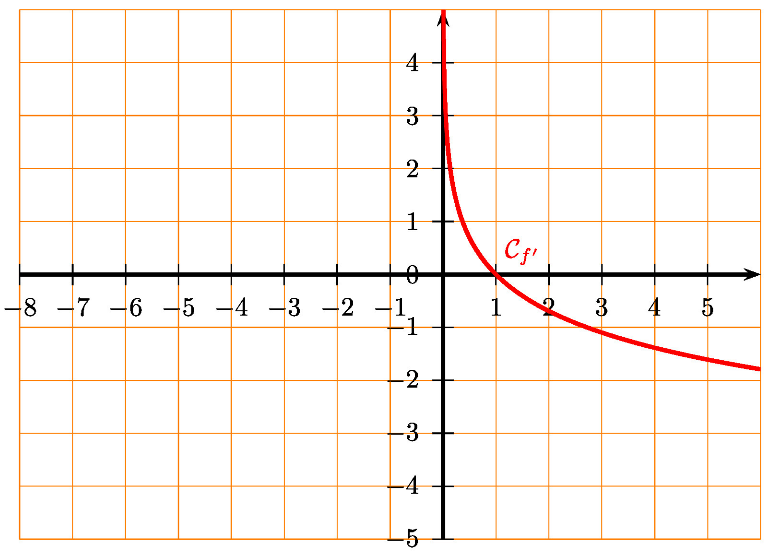
Exercice 4 Calc. : ✗

5 points	Résoudre l'équation $2e^{-3x-3} + 4 = 6$.

Exercice 5 Calc. : ✗

5 points

Soit la fonction f dont la dérivée f' est représentée dans le graphe ci-dessous :



Déterminez l'abscisse de l'extrémum de f en précisant le type d'extrémum. Justifiez.

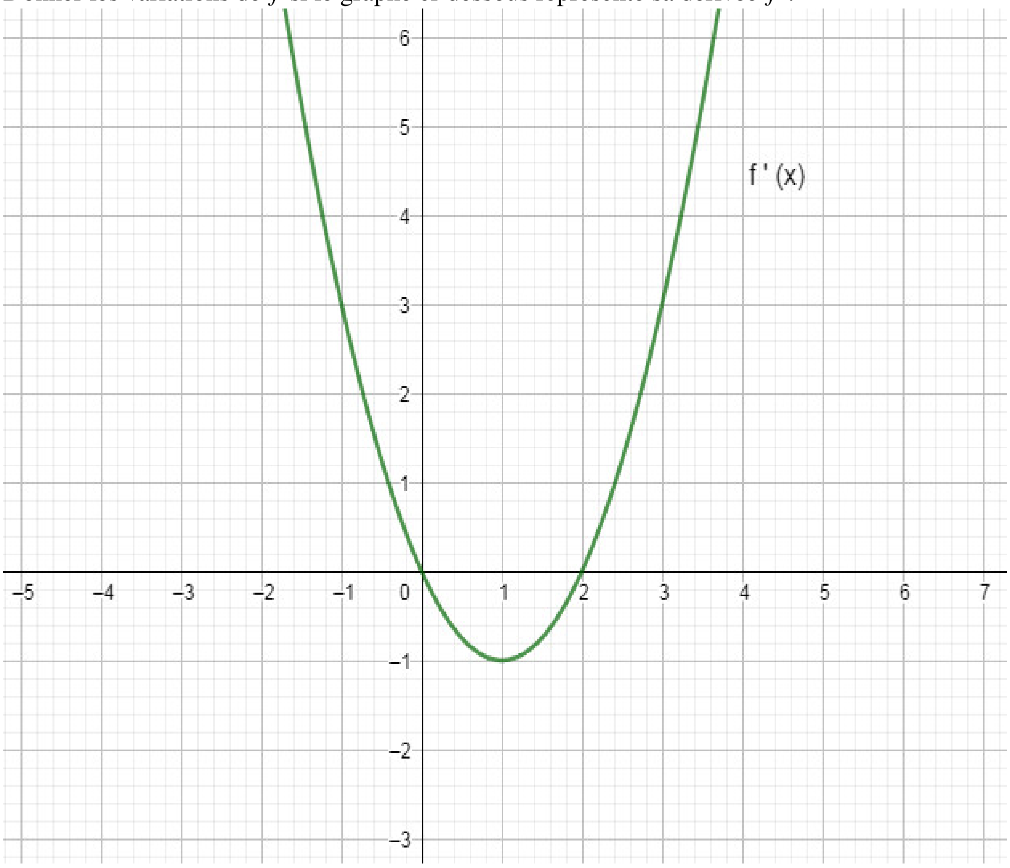
Exercice 6 Calc. : ✓

	Soit les fonctions : $$f(x) = x^3 - 2x^2 + x \quad \text{et} \quad g(x) = 2x^2 - 3x.$$
4 points	1. Esquissez les graphes de ces fonctions et calculez les racines et les extréma de la fonction f.
4 points	2. Les graphes de f et g ont deux points d'intersection. Montrer que les tangentes au graphe de f en ces points sont les droites $$(T) : y = x \quad \text{et} \quad (T') : y = 5x - 8.$$
2 points	3. Calculez l'aire fermée comprise entre les graphes de f et g.

Exercice 7 Calc. : ✓

	Le professeur T. Katz a inventé un nouveau piège à souris et a créé une entreprise pour le vendre. Le professeur modélise ces chiffres de vente par la formule : $$S(t) = 1008 \cdot \left(1 - e^{-0.24t}\right)$$ où $S(t)$ est le nombre total de pièges vendus les t premiers mois.
3 points	1. Calculez le nombre de pièges vendus le premier mois, puis les 12 premiers mois (arrondi à l'unité près).
3 points	2. Calculez le taux d'accroissement après 1 mois, puis après 12 mois.
3 points	3. Expliquez ce que vos résultats du (2) donnent comme information sur les ventes de pièges.
3 points	4. En considérant une limite de la fonction $S(t)$, calculez le nombre maximum de ventes de pièges.
3 points	5. Quand les ventes atteindront-elles les 500 unités ?

Exercice 8 Calc. : ✗

5 points	Donner les variations de f si le graphe ci-dessous représente sa dérivée f'. 

Exercice 9 Calc. : ✗

5 points	Trouver la primitive F de la fonction f définie par $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 5x - 4$ telle que $F(-1) = 2$.

Exercice 10 Calc. : ✗

5 points	Tracer le graphe de la fonction $f(x) = x^2 + 1$ et déterminer l'équation de la tangente au graphe de f au point d'abscisse $x = -2$.

Exercice 11 Calc. : ✗

5 points	Résoudre l'équation suivante : $\ln(3x - 8) = 0$

Exercice 12 Calc. : ✗

5 points	Calculer la valeur exacte de l'intégrale suivante : $\int_1^e \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx$

Exercice 13 Calc. : ✓

	Etant données les fonctions : $f(x) = \ln(5 - x)$ et $g(x) = e^{-2x} - 1$
2 points	1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre f et g.
2 points	2. Esquissez les graphes des deux fonctions dans le même repère.
3 points	3. Déterminer l'équation de la droite tangente au graphe de g au point d'intersection de g(x) avec la droite d'équation : y = e -1 en montrant tous les calculs.
3 points	4. Calculer l'aire de la région délimitée entre le graphe de la fonction f et les droites d'équation x = 0 et x =4.

Exercice 14 Calc. : ✓

Un geyser se compose d'une pièce souterraine remplie d'eau dans laquelle une pression s'accumule entre deux éruptions, Les matériaux volcaniques chauffent l'eau selon le modèle :
$f(t) = 110 - 30 \cdot e^{-0{,}0447 \cdot t}$
Le modèle décrit comment la température de l'eau évolue entre deux éruptions, $f(t)$ étant la température de l'eau (°C) et t le nombre de minutes depuis la dernière éruption.

3 points	1. Esquisser le graphe de f.
3 points	2. Déterminer la température à l'instant $t = 0$ et $t = 20$ (juste après l'éruption).
3 points	3. Au bout de combien de temps, après l'éruption, la température sera-t-elle de 95°C ?
3 points	4. Au bout de combien de temps, après l'éruption, la température sera-t-elle de 105°C ?
3 points	5. Déterminer la valeur de $f'(10)$ et interpréter cette valeur.

Exercice 15 Calc. : ✗

5 points	Considérons la fonction définie par : $f(x) = 3 + e^{(2-x)}$. Trouver l'équation de la tangente au graphe de la fonction f au point $x = 2$.

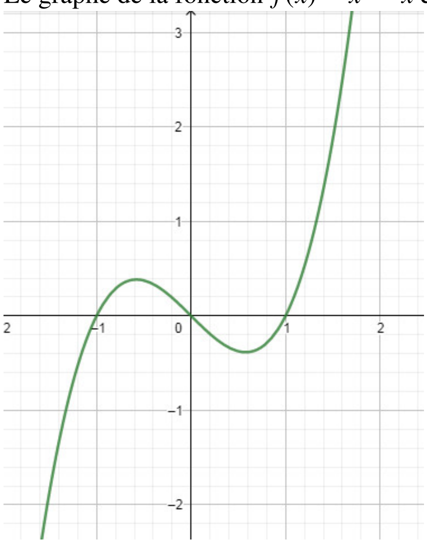
Exercice 16 Calc. : ✗

5 points	Résoudre l'équation : $2 \cdot (1 - \ln(x)) = 1$.

Exercice 17 Calc. : ✗

5 points	On considère la fonction $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 1$. Déterminer les intervalles sur lesquels cette fonction est décroissante.

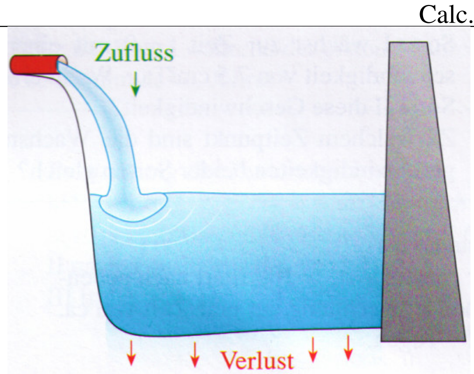
Exercice 18 Calc. : ✗

5 points	Le graphe de la fonction $f(x) = x^3 - x$ est donné ci-dessous :  Calculer l'aire entre le graphe de $f(x)$ et l'axe x des abscisses.

Exercice 19 Calc. : ✗

5 points	Trouver la primitive $y = F(x)$ de la fonction $f(x) = x^2 - \frac{2}{x} - 1$ qui en $x = 1$ a comme valeur $y = \frac{1}{3}$.

Exercice 20 Calc. : ✓

	Un nouveau réservoir a été construit. Il est rempli avec un flux constant mais il y a une fuite croissante au fond du lac à cause de la pression de l'eau. Les recherches ont montré que le remplissage initial peut être décrit par la fonction W : $W(t) = 1000000 \cdot \left(1 - e^{-0{,}025 \cdot t}\right)$ t en heures, W : volume d'eau en m^3 
3 points	1. Déterminer le volume d'eau dans le lac au départ. Déterminer le volume d'eau après 50 heures et après 200 heures.
3 points	2. Faire le graphe de W dans un système d'axes de coordonnées.
	Le lac a un volume de 1200000 m^3.
2 points	3. Peut-il être rempli complètement ? Justifier votre réponse.
2 points	4. Déterminer $W'(20)$ et expliquer comment le résultat peut être interprété ?

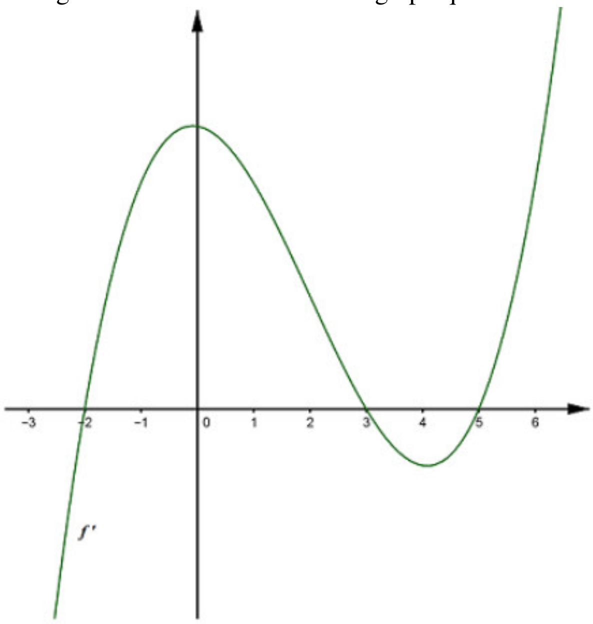
Exercice 21 Calc. : ✓

	On donne la fonction $f(x) = 3x^2 + 2x^3$
1 point	1. Faire le graphe de $f(x)$.
1 point	2. Déterminer le domaine de $f(x)$.
4 points	3. Calculer les coordonnées des points d'intersection avec l'axe x et avec l'axe y.
5 points	4. Déterminer les coordonnées exactes des extréma. Donner les intervalles sur lesquels la fonction f est croissante et ceux sur laquelle elle est décroissante. Déterminer les coordonnées exactes des extréma.
4 points	5. Calculer l'aire comprise entre le graphe de $f(x)$, l'axe des x et les droites d'équations $x = -1{,}5$ et $x = 2$.

Exercice 22 Calc. : ✗

5 points

Le diagramme ci-dessous montre le graphique de la fonction dérivée f' de la fonction f.



Déterminer les intervalles où la fonction f est croissante et/ou décroissante.

Exercice 23 Calc. : ✗

5 points

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \ln(x), \quad x \in]0; +\infty[$.
Établir une équation de la tangente au graphique de f au point d'abscisse $x = 2$.

Exercice 24 Calc. : ✗

5 points

Résoudre l'équation $e^{2x+1} = 1$.

Exercice 25 Calc. : ✗

5 points

On considère la fonction f définie par $f(x) = 2x + \frac{1}{x}, \quad x > 0$.
Déterminer la primitive F de la fonction f, primitive qui passe par le point de coordonnées $P(1, 3)$.

Exercice 26 Calc. : ✗

5 points

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 4x - 5$.
Calculer l'aire de la surface délimitée par la courbe de la fonction et l'axe des x.

Exercice 27 Calc. : ✓

Les fonctions f et g sont définies par $f(x) = \frac{-1}{6}x(x^2 - 1)$ et $g(x) = \ln(3 - x) - 1$.

3 points	1. Donner une équation de la tangente à g en $x = 0$.
2 points	2. Donner les coordonnées des points d'intersection de f avec l'axe des abscisses.
3 points	3. Calculer l'aire délimitée par le graphe de la fonction f et l'axe des abscisses.
2 points	4. Donner les coordonnées des points d'intersection de f et de g.

Exercice 28 Calc. : ✓

	La croissance d'un bambou dont la hauteur maximale atteinte est de 14,5 mètres est donnée par la fonction h définie ci-dessous : $$h(t) = \frac{14,5}{1 + 28e^{-0,6\cdot t}} \text{ pour } t > 0$$ où t est le temps en semaine depuis le début des mesures et $h(t)$ la hauteur du bambou en mètres.
2 points	1. Tracer le graphique de h.
3 points	2. Calculer la hauteur du bambou après 9 semaines ? après 15 semaines ?
3 points	3. Calculer la hauteur du bambou au début de la mesure ?
3 points	4. Au bout de combien de semaines le bambou atteindra-t-il la moitié de sa hauteur maximale ?
4 points	5. Calculer $h'(9)$. Que révèle ce résultat à propos de la croissance du bambou ?

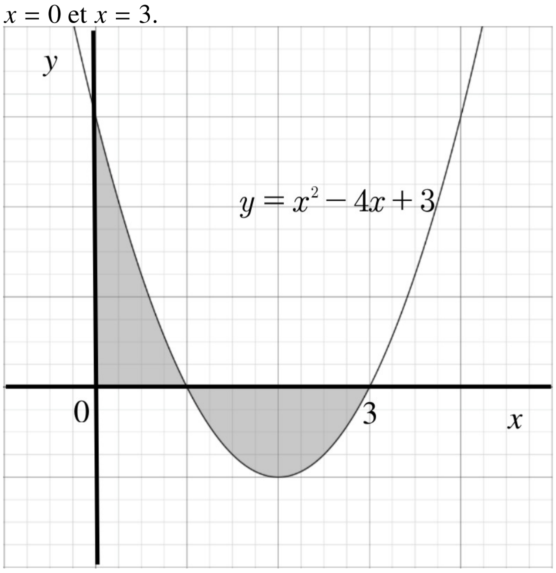
Exercice 29 Calc. : ✗

5 points	Résoudre l'équation suivante : $$2e^{-2x-1} - 1 = 5$$

Exercice 30 Calc. : ✗

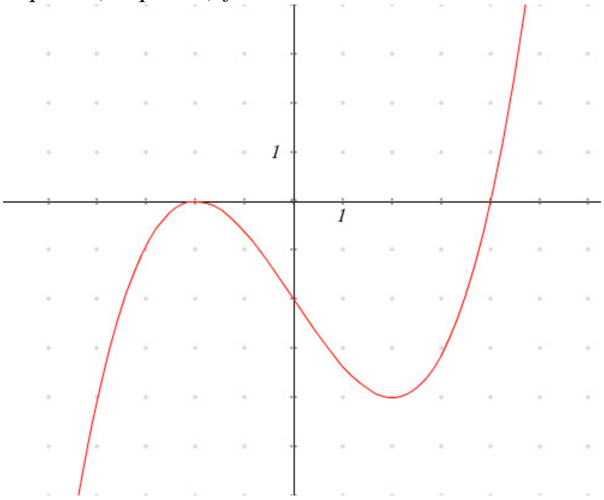
5 points	Trouvez l'équation de la tangente au graphe de la fonction $f(x) = x^3 - 3x^2 + x$ au point P(2, −2).

Exercice 31 Calc. : ✗

5 points	Trouvez l'aire de la région hachurée, limitée le graphe de la fonction et par les droites verticales d'équation $x = 0$ et $x = 3$. 

Exercice 32 Calc. : ✗

5 points — Le graphique ci-dessous représente la dérivée f' de la fonction f. Déterminez la(les) valeur(s) de x pour laquelle (lesquelles) f admet un minimum. Justifiez.



Exercice 33 Calc. : ✗

5 points — Déterminez la primitive $F(x)$ de la fonction $f(x) = x - \dfrac{1}{x+1}$ telle que $F(2) = 0$.

Exercice 34 Calc. : ✓

6 points

1. Soit la fonction $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont des paramètres reels. Déterminez les valeurs de a, b, c pour que l'on ait :
   - $f(1) = f(-1) + 4$
   - $f'(3) = 10$
   - $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{dx} = -8$

2 points

2. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x) = x^3 - 3x^2 + x - 3$ et...

1 point

3. Déterminez le(s) zéro(s) de cette fonction.

1 point

4. Déterminez l'équation de la tangente au graphe de g au point d'abscisse $x = 3$.

Exercice 35 Calc. : ✓

Au niveau de la mer, la pression atmosphérique est : $p_0 = 101325\ Pa$. À une altitude de h kms au-dessus de la mer, la pression atmosphérique est donnée par la fonction :

$$p(h) = p_0 \mathrm{e}^{-0{,}1275h}$$

où $p(h)$ est la pression atmosphérique en Pa.

2 points

1. Esquisser le graphe de la fonction p.

Les alpinistes ayant fait l'ascension du sommet le plus haut du monde, le Chomolungma, ont observé que le corps humain ne ressent pas de changement de pression atmosphérique jusqu'à une altitude de 2000 m.

3 points

2. Calculez la pression atmosphérique à cette altitude.

La plupart des alpinistes souffrent d'hypoxie et d'œdèmes en atteignant 5000 m d'altitude.

3 points

3. Quelle est la pression à cette altitude ?

3 points

4. Quel pourcentage de la pression atmosphérique au niveau de la mer cela représente-t-il ?

Joseph Kittinger, qui détient le record de "skydiving", a survécu à une pression de 1 865 Pa grâce à une combinaison de protection spéciale.

4 points

5. À quelle altitude se trouvait-il ?

Exercice 36 Calc. : ✗

5 points	Trouver les zéros de la fonction $f(x) = 4 - 2 \cdot \ln(1 - 3x)$.

Exercice 37 Calc. : ✗

5 points	Donner l'équation de la tangente au graphe de la fonction $f(x) = e^{4x-2}$ au point d'abscisse $a = 0,5$.

Exercice 38 Calc. : ✗

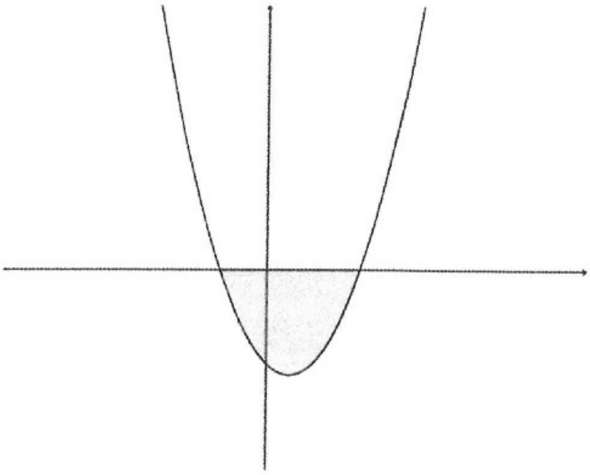
5 points	Déterminer les coordonnées des extréma de la fonction $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ et donner leur nature.

Exercice 39 Calc. : ✗

5 points	Calculer $\displaystyle\int_{-2}^{1} \frac{2}{x+3}\,dx$.

Exercice 40 Calc. : ✗

5 points — Sachant que la parabole ci-dessous a pour équation $y = x^2 - x - 2$, calculer l'aire de la surface grisée.



Exercice 41 Calc. : ✓

A 10h40, le professeur de mathématiques s'installe avec une bonne tasse de café dans sa salle où la température est de 20°C.

La température $y(t)$ du café est donnée par $y(t) = 20 + 69 \cdot e^{-0,0521 \cdot t}$, où $t \geq 0$ est le nombre de minutes comptées après 10h40 et $y(t)$ est exprimée en °C.

1 point — 1. Calculer la température du café à 10h40.

3 points — 2. Déterminer $y'(t)$ et montrer que $y(t)$ est une fonction décroissante.

3 points — 3. À quelle heure la température du café tombera-t-elle en-dessous de 40°C ?

L'énergie (en kWh) sortant du café entre t_1 et t_2 est donnée par :

$$\int_{t_1}^{t_2} 0,6 \cdot e^{-0,0521 \cdot t}\,dt$$

3 points — 4. Calculer l'énergie sortant du café entre $t = 0$ et $t = 10$ minutes.

Exercice 42 Calc. : ✓

	L'évolution du nombre d'infectés lors d'une épidémie est donnée par la fonction $g(t) = \dfrac{3\,000}{5 + 295 \cdot e^{-0,8 \cdot t}}$ où t est le temps passé en semaines et $g(t)$ le nombre d'infectés.
3 points	1. Après combien de semaines le nombre d'infectés aura-t-il atteint 400 ?
3 points	2. Si on désigne par $g'(t)$ la dérivée de $g(t)$, vérifier que $$g'(t) = 0,8 \cdot g(t) \cdot \left(1 - \frac{g(t)}{600}\right)$$
	3. Soit $H(x) = 0,8 \cdot x \cdot \left(1 - \dfrac{x}{600}\right)$ la fonction qui donne le taux de croissance de l'épidémie lorsque le nombre d'infectés est x.
3 points	(a) Étudier le signe de $H(x)$.
3 points	(b) Quel sera le nombre d'infectés lorsque le taux de croissance $H(x)$ est maximal ?
3 points	(c) À quel moment cela se produira-t-il ?

2 Probabilités

Exercice 43 Calc. : ✗

5 points	10% des personnes participant à une compétition cycliste sont dopées. Pour une personne dopée, la probabilité qu'un test anti-dopage soit positif est 0,9. Pour une personne non dopée, la probabilité qu'un test anti-dopage soit positif est 0,1. On choisit un cycliste au hasard. Représentez la situation à l'aide d'un arbre de probabilités. Calculez la probabilité que le test du participant choisi soit positif.

Exercice 44 Calc. : ✗

5 points	Dans une école on propose 2 options : art et musique. Un groupe de 16 étudiants doit faire ses choix. Chaque étudiant peut choisir de prendre soit les deux options, seulement une des deux ou aucune des deux options. Dans ce groupe, 12 étudiants ont pris l'option art, 8 ont pris l'option musique et 1 étudiant n'a pris aucune option. Représentez cette situation à l'aide d'un diagramme approprié. On choisit un étudiant de ce groupe au hasard et on sait qu'il a choisi l'option musique. Quelle est la probabilité que cet étudiant ait pris l'option art ? On interprétera cela comme une probabilité conditionnelle.

Exercice 45 Calc. : ✓

	Un garage automobile est équipé d'un capteur pour vérifier la conformité des gaz d'échappement avec les normes environnementales. On sait que 40% des voitures ne respectent pas les normes requises.
3 points	1. Deux voitures sont testées un jour. Calculez la probabilité qu'au moins l'une d'elles respecte les normes requises.
	2. Un autre jour 20 voitures sont testées.
4 points	(a) Justifiez que la variable aléatoire qui compte le nombre de voitures respectant les normes requises suit une loi binomiale et dites ce que calcule l'expression suivante : $$C_{20}^{3} \cdot 0,6^{3} \cdot 0,4^{17}$$
3 points	(b) Quelle est la probabilité qu'aucune de ces voitures ne respecte les normes requises ?
3 points	(c) Quelle est la probabilité qu'au moins 10 voitures respectent les normes requises ?
2 points	3. En moyenne 60 voitures sont inspectées chaque semaine. En une semaine, quel est le nombre moyen de voitures respectant les normes requises ?

Exercice 46 Calc. : ✗

5 points	Dans une loterie, 10% des billets sont gagnants. Quelqu'un achète 3 billets. Calculez la probabilité qu'au moins deux soient gagnants.

Exercice 47 Calc. : ✗

5 points	Pendant le concours de snowboard, Julie a 0,6 chance de gagner le “half-pipe” et 80% de chances de gagner le “Boardercross”. Gagner les deux compétitions sont des événements indépendants. Quelle est la probabilité que Julie gagne une et une seule de ces deux compétitions ?

Exercice 48 Calc. : ✓

	Oliver Hutton est un très bon joueur de football et il peut utiliser ses deux pieds pour tirer. La probabilité de tirer du pied droit est de 0,80. La probabilité de tirer du pied gauche est de 0,20. S'il utilise son pied droit, la probabilité de marquer un but est de 0,60. La probabilité de tirer avec un pied gauche et de marquer un but est de 0,18.
3 points	1. Démontrez que la probabilité qu'Oliver marque un but est de 0.66.
3 points	2. Est-il préférable pour Oliver d'utiliser le pied droit ou le pied gauche pour marquer le but ? Donnez une explication.
3 points	3. Lors du premier match du championnat, Oliver a fait un tir et il a marqué un but. Quelle est la probabilité qu'il ait utilisé le pied droit ?
	4. Lors du deuxième match, Oliver a effectué 10 tirs.
2 points	(a) Quelle est la probabilité qu'il ait marqué exactement 4 buts ?
2 points	(b) Quelle est la probabilité qu'il ait marqué au moins 3 buts ?
2 points	(c) Quelle est la probabilité qu'il ait marqué moins de 6 buts ?

Exercice 49 Calc. : ✗

5 points	Dans un sac, il y a 10 bonbons, 8 au goût citron et le reste au goût orange. Sara prend 3 bonbons au hasard et les mange. Quelle est la probabilité qu'elle ait mangé 2 bonbons au goût citron et 1 bonbon au goût orange ?

Exercice 50 Calc. : ✗

5 points	‘Backpacks4U” fabrique des sacs à dos de deux couleurs seulement : gris et noirs. 60% des sacs sont noirs et les autres sont gris. On choisit 4 sacs au hasard. Quelle est la probabilité d'avoir au moins un sac gris ?

Exercice 51 Calc. : ✓

	Toutes les tomates d'un magasin proviennent de deux fermiers, Giovanni et Roberto. 65% des tomates sont approvisionnées par Giovanni, le reste par Roberto. Une enquête montre que : • 6% des tomates approvisionnées par Giovanni ont des crevasses • 3% des tomates approvisionnées par Roberto ont des crevasses
3 points	1. Faire un diagramme qui décrit la situation.
	Le gérant du magasin prend une tomate au hasard.
3 points	2. Montrer que la probabilité qu'une tomate ait des crevasses est 0,0495.
3 points	3. La tomate tirée a des crevasses. Quelle est la probabilité que cette tomate soit approvisionnée par Giovanni ? Donner la réponse avec trois décimales.
	Les tomates sont emballées dans des paquets contenant 10 tomates chacun.
3 points	4. Montrer que la probabilité que dans un paquet il y ait au plus une tomate avec des crevasses est 0,915.
	Alessia achète 5 paquets de tomates.
3 points	5. Quelle est la probabilité que chaque paquet contienne au maximum une tomate avec des crevasses ? Donner la réponse à deux décimales.

Exercice 52 Calc. : ✗

5 points	60% des citadins partent en vacances cette année, dont 20% vont à la plage, et le reste part à la montagne. On choisit une personne au hasard. Calculer la probabilité de que la personne choisie n'aille pas à la montagne.

Exercice 53 Calc. : ✗

5 points	Une usine fabrique 40% de biscuits au chocolat. On choisit au hasard 3 biscuits. Calculer la probabilité d'avoir au moins 1 biscuit au chocolat.

Exercice 54 Calc. : ✓

	Une usine fabrique et commercialise des composants électroniques dans deux ateliers différents A et B. On sait que : • L'atelier A produit 70% du total et le magasin B 30%. • 2% de composants de l'atelier A et 4% du B sont défectueux. Si l'on choisit une composante aléatoire de la production totale.
2 points	1. Calculer la probabilité qu'il soit défectueux.
3 points	2. Calculer la probabilité qu'il provienne de l'atelier A sachant qu'il est défectueux.
	Un client commande un lot de 150 composants. X est la variable aléatoire indiquant le nombre de composants défectueux.
2 points	1. Justifier que X suit une loi de probabilité binomiale.
2 points	2. Calculer la moyenne et l'écart type de cette variable.
3 points	3. Calculer la probabilité de trouver exactement quatre composants défectueux.
3 points	4. Calculer la probabilité de trouver entre 4 et 10 des composants défectueux.

Exercice 55 Calc. : ✗

5 points	On lance 4 fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. Quelle est la probabilité de l'événement : "La face pile est obtenue au moins 3 fois".

Exercice 56 Calc. : ✗

5 points	Dans une école secondaire où il y a autant de garçons que de filles, 60 % des filles ont leur brevet de secouriste, et 50 % des garçons également. On choisit un élève de cette école au hasard : il a le brevet de secouriste, quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

Exercice 57 Calc. : ✓

	À l'école européenne EEB1, une étude sur la population des élèves de S7 a établi que : • 40% des élèves sont des garçons, • 25% des garçons et 50% des filles utilisent les transports publics. Un étudiant de S7 est choisi au hasard :
3 points	1. Prouvez que la probabilité que cet étudiant utilise les transports publics est 0,4.
3 points	2. Sachant que l'étudiant choisi n'utilise pas les transports publics, déterminez la probabilité que ce soit une fille.
	Dix étudiants de S7 sont choisis au hasard :
3 points	3. Calculez la probabilité que la moitié (exactement) de ces étudiants utilise les transports publics.
3 points	4. Calculez la probabilité qu'au moins deux de ces étudiants utilisent les transports publics.
3 points	5. Calculez la probabilité qu'il y ait entre quatre et sept étudiants qui utilisent les transports publics.

Exercice 58 Calc. : ✗

5 points	Dans la population danoise, 20% des hommes et 5% des femmes sont daltoniens. Nous avons un groupe comportant le même nombre d'hommes et de femmes. On sélectionne une personne au hasard. Cette personne est daltonienne. Calculer la probabilité que ce soit une femme.

Exercice 59 Calc. : ✗

5 points	Une boîte contient 2 boules blanches et une boule rouge. On effectue 4 tirages avec remise. Calculer la probabilité de l'événement : "Une boule rouge est tirée exactement 3 fois".

Exercice 60 Calc. : ✓

	Dans un magasin de musique, 30% des clients demandent l'aide d'un vendeur, 20% des clients font un achat et 15% des clients font un achat et demandent l'aide d'un vendeur.
4 points	1. Calculer la probabilité qu'un client n'achète rien et ne demande pas l'aide d'un venteur.
4 points	2. Sachant qu'un client fait un achat, quelle est la probabilité qu'il n'ait pas demandé l'aide d'un vendeur ?
	3. 50 personnes entrent dans le magasin.
4 points	(a) Calculer la probabilité qu'au moins 10 d'entre eux fassent un achat.
3 points	(b) Calculer la probabilité qu'au moins 15 d'entre eux demandent l'aide d'un vendeur.

3 Statistiques

Exercice 61 Calc. : ✗

5 points	Les nombres de matchs joués par les 11 meilleurs footballeurs de l'équipe nationale Belge forment la série statistique suivante : 86; 86; 87; 89; 92; 94; 100; 100; 106; 107; 120 Tracez un diagramme en boîte à moustaches représentant cette série et calculez l'écart interquartile.

Exercice 62 Calc. : ✓

Un laboratoire a mesuré la puissance (kW) et la consommation (litres pour cent kilomètres) de 7 différents modèles de voitures. Le tableau ci-dessous montre les résultats obtenus :

x_i : puissance (kW)	70	75	80	85	90	95	100
y_i : consommation (L/100km)	8	10,5	8,3	8,8	9	9,8	10

2 points 1. Représenter le nuage de points (x_i, y_i).

4 points 2. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x_i et y_i et une équation de la droite de régression de y en x. Ajouter la droite au nuage de points.

3 points 3. Les points du nuage qui sont situés à plus de 1 L/100 km au-dessus ou en dessous de la droite sont considérés, dans ce cas, comme aberrants. Y a-t-il des points aberrants ? Justifier la réponse.

Pour les questions suivantes, il est décidé de ne pas prendre en compte le modèle de voiture dont la puissance est de 75 kW et de n'utiliser que les données correspondant aux 6 autres modèles restants.

4 points 4. Un ajustement linéaire entre la puissance et la consommation est-il maintenant justifié ? Déterminer une équation de la nouvelle droite de régression de y en x.

3 points 5. En utilisant ce modèle, estimer la consommation d'une voiture dont la puissance est 93 kW.

4 points 6. Estimer la puissance d'une voiture dont la consommation est 8,2 litres pour cent kilomètres.

Exercice 63 Calc. : ✗

5 points Les chiffres suivants montrent les points marqués par Mila Azuki lors des 9 derniers matchs de volleyball :

$$6; 8; 8; 10; 10; 10; 12; 14; 16$$

Calculez la valeur médiane et l'écart interquartile de cette série, puis dessinez la boîte à moustaches.

Exercice 64 Calc. : ✓

Le psychiatre allemand Alois Alzheimer a décrit pour la première fois la maladie, appelée plus tard maladie d'Alzheimer, en 1906.
Depuis que l'espérance de vie a considérablement augmenté au cours du siècle dernier, le nombre de patients atteints d'Alzheimer a considérablement augmenté. En l'an 2000, le nombre de patients aux États-Unis a atteint 4 millions.
Le tableau suivant dresse les prévisions concernant le nombre de patients atteints d'Alzheimer au-delà de l'an 2000.

	Année depuis 2000 (x)	**Prévision du nombre de patients atteints d'Alzheimer aux États-Unis (en millions)** (y)
2000	**0**	**4.0**
2010	**10**	**5.8**
2020	**20**	**6.8**
2030	**30**	**8.7**
2040	**40**	**11.8**
2050	**50**	**14.3**

2 points 1. Représenter un nuage de points (x, y).

3 points 2. Existe-t-il une corrélation vérifiable entre (x) et (y) ? Justifiez votre réponse.

3 points 3. Déterminer l'équation de la droite de régression linéaire de (y) en (x) par la méthode des moindres carrés.

4 points 4. Utiliser ce modèle de régression pour estimer le nombre de patients d'Alzheimer en 2005, 2025 et 2100.

4 points 5. Déterminer un ajustement affine par la méthode de Mayer.

4 points 6. Calculer en quelle année le nombre de patients atteints d'Alzheimer sera de 16 millions selon les ajustements affines trouvés en (3) et en (5).

Exercice 65 Calc. : ✗

5 points	Pour les données suivantes : $3; 4; 6; 7; 7; 7; 9; 9; 10$ Déterminer la médiane et l'intervalle interquartiles. Faire la boîte à moustaches.

Exercice 66 Calc. : ✓

Le tableau ci-dessous montre la mesure de la pression systolique (mmHg) de 6 personnes et leur âge (ans) :

x_i : âge (ans)	30	40	50	60	70	80
y_i : pression systolique (mmHg)	109	125	138	150	163	172

2 points 1. Représenter le nuage de points (xi, yi).

3 points 2. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x_i et y_i.
Un ajustement linéaire entre l'âge et la pression systolique est-il justifié ? Justifier la réponse.

3 points 3. Déterminer une équation de la droite de régression de $y = ax + b$.

3 points 4. Déterminer l'âge lorsque la pression vaut 140 mmHg.

2 points 5. Expliquer ce que la valeur de a dans la question (3) nous dit à propos de l'évolution de la pression lorsque les années passent.

4 points 6. Établir une équation de la droite de Mayer en groupant d'une part les données des trois premières personnes et d'autre part celles des trois dernières.

3 points 7. En utilisant chacun des deux modèles, estimer la pression systolique d'une personne dont l'âge est 31 ans.

Exercice 67 Calc. : ✗

5 points	Le nombre de chirurgies effectuées par 15 chirurgiens dans un hôpital est noté ci-dessous : $20; 25; 25; 27; 28; 31; 33; 34; 36; 37; 44; 50; 59; 85; 86$ Représenter ces données sur une boîte à moustache.

Exercice 68 Calc. : ✓

Age (ans)	2	5	9	13	15	17
Taille (cm)	87	105	130	156	167	178

3 points 1. Tracer un nuage de points représentant la taille en fonction de l'âge.

3 points 2. La droite de régression est-elle un ajustement approprié ici ? Justifier votre réponse en utilisant le graphique ou en calculant le coefficient de corrélation linéaire "r".

3 points 3. Déterminer la droite de régression de y en x donnée par la méthode des moindres carrés (arrondissez à trois décimales). Tracer la sur le graphique.

3 points 4. En utilisant l'ajustement affine donné par la droite de régression, Quel âge peux-t-on prévoir pour un individu mesurant 149 cm ? (arrondissez à l'entier).

3 points 5. Expliquer ce que signifie la valeur du coefficient directeur de la droite de régression représentant la progression de la taille avec l'âge.

3 points 6. Déterminer la droite de régression par la méthode de Mayer. (arrondissez à trois décimales)

2 points 7. En utilisant la droite de Mayer, quelle taille peut-on prévoir pour un individu âgé de 11 ans ?

Exercice 69 Calc. : ✗

5 points	Un professeur a demandé à ses étudiants de noter le nombre de sites Web qu'ils ont visité lors de la semaine. Voici les nombres notes par ces étudiants : $8; 10; 9; 8; 4; 6; 6; 5; 4; 8$ Tracez le diagramme de Tukey de ces données.

Exercice 70 Calc. : ✓

Une concession automobile étudie les ventes de véhicules hybrides en reportant les chiffres de ventes annuelles chaque année à partir de 2010 (l'année 1) dans le tableau suivant :

Année x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de ventes y_i	180	320	650	840	1050	1230

3 points 1. Dessiner le nuage de points correspondant à cette série statistique.

4 points 2. Déterminer la droite de régression de y en x donnée par la méthode des moindres carrés (arrondissez aux dixièmes). Tracez-la sur le graphique.

3 points 3. Justifier que la droite de régression est un ajustement approprié ici.

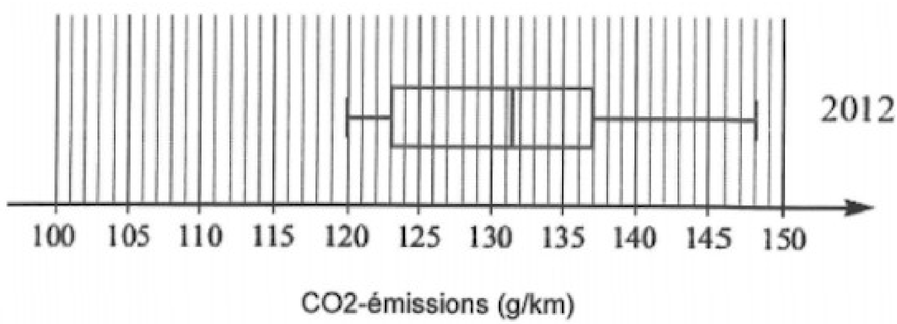
4 points 4. Déterminer la droite de régression par la méthode de Mayer.

4 points 5. Calculer le nombre de ventes prévu pour 2020 avec l'ajustement donné par la méthode des moindres carrés, puis par la méthode de Mayer.

2 points 6. En utilisant l'ajustement affine donné par la droite de régression, quand est-ce-que l'on peut prévoir des ventes de 3000 véhicules hybrides ?

Exercice 71 Calc. : ✗

5 points



La boîte à moustaches ci-dessus montre les émissions de CO_2 en 2012 (mesurées en grammes par kilomètre parcouru).

Les pays de l'Union Européenne ont défini une limite supérieure pour les émissions de CO_2 des voitures. En 2015, la limite supérieure pour les émissions de CO_2 est 130 g/km.

D'après la boîte à moustaches, est-il possible de conclure qu'en 2012, la moitié ou moins de la moitié des voitures émettait du CO_2 en-dessous de cette limite ? Justifier votre réponse.

Exercice 72 Calc. : ✓

Le tableau ci-dessous donne le nombre d'heures d'étude passées par des étudiants en dehors de la classe pour étudier le cours de statistiques et leurs résultats à l'examen de statistiques :

Étudiant	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'heures	20	10	34	23	27	32	18	22
Résultats de l'examen	72	61	90	75	88	92	64	77

On souhaite analyser la corrélation entre le nombre d'heures passées à étudier et le résultat à l'examen.

4 points 1. Déterminer la droite de régression linéaire donnée par la méthode des moindres carrés (arrondir à 4 décimales).

2 points 2. Dessiner le nuage de points.

4 points 3. Déterminer et interpréter le coefficient de corrélation.

4. Utiliser la droite de régression linéaire pour répondre aux questions suivantes :

2 points (a) Quel résultat doit obtenir l'étudiant à l'examen s'il passe 15 heures à étudier son cours de statistiques ?

3 points (b) Combien d'heures doit étudier un étudiant s'il veut obtenir le maximum à l'examen, c'est-à-dire 100 ?

5 points 5. Déterminer la droite de régression par la méthode de Mayer.