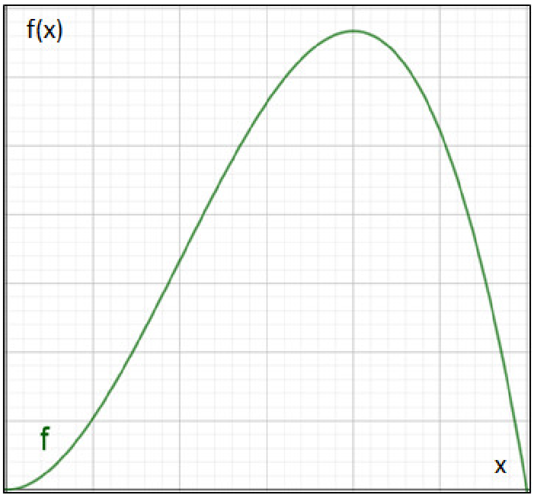
S7P3 — Exercices de http://www.barsamian.am/mathsexams/

Table des matières

1 Analyse (sans calc.) — Syllabus de S6

Exercice 1 — Annals 0 2021-02-12 (All european schools) Calc. : ✗

Une petite élévation sur un terrain de jeu peut être modélisée par une fonction f avec $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2$ pour $x > 0$ où x est la distance en mètres et $f(x)$ est la hauteur en mètres. On donne la courbe représentative de cette fonction f.



5 points — **Déterminer** la hauteur de cette élévation.

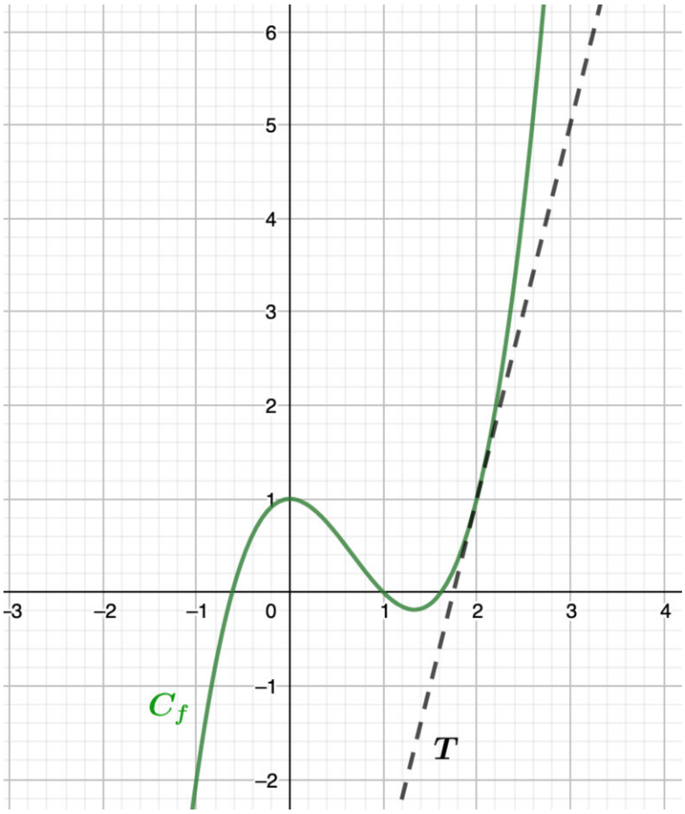
Exercice 2 — Annals 0 2021-02-12 (All european schools) Calc. : ✗

Indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse et **justifier** la réponse. Notez que les points ne sont attribués que si la réponse et la justification sont correctes.

1. (1 point) Si la température $T(x)$ augmente constamment, alors $T'(x) > 0$.
2. (1 point) Tous les modèles périodiques peuvent être modélisés par une fonction sinus.
3. (1 point) Il existe 9 possibilités différentes pour que trois élèves se placent les uns à côté des autres.
4. (1 point) Lorsqu'un dé [bien équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6] est lancé une fois, la valeur moyenne attendue est 3,5.
5. (1 point) Si dix personnes sont choisies dans un groupe de très grand effectif, le nombre de femmes [choisies] peut être modélisé par une distribution binomiale, bien qu'une personne ne puisse être choisie plus d'une fois.

Exercice 3 — Annals 0 2022-04-05 (All european schools) Calc. : ✗

La figure ci-dessous montre le graphique d'une fonction f et de sa tangente T au point d'abscisse $x = 2$.

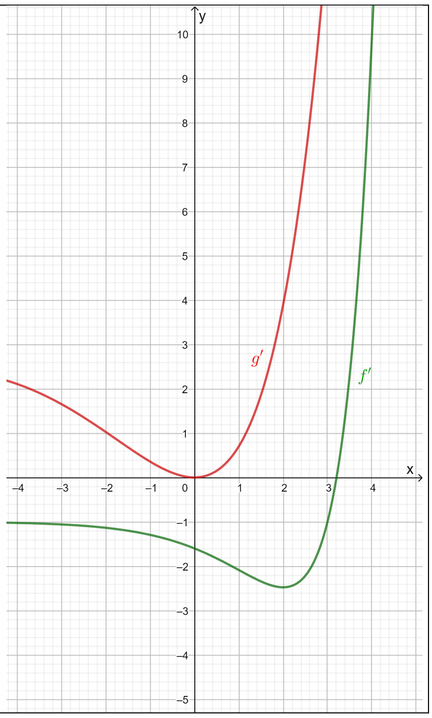


5 points — **Déterminer** $f(2)$ et $f'(2)$.

Exercice 4 — Annals 0 2022-04-05 (All european schools) Calc. : ✗

La figure ci-contre montre les graphiques des dérivées de deux fonctions f et g.

1. (2.5 points) **Déterminer** si la fonction f a un extremum dans le domaine montré et **justifier** votre réponse. Si f a un extremum, **déterminer** sa nature.
2. (2.5 points) **Déterminer** si la fonction g a un extremum dans le domaine montré et **justifier** votre réponse. Si g a un extremum, **déterminer** sa nature.



Exercice 5 — Annals 0 2022-04-05 (All european schools) Calc. : ✗

5 points

Alper mesure sa vitesse moyenne avec un GPS pendant qu'il conduit. Alper conduit sur une autoroute où la vitesse est limitée à 120 km/h. Le GPS a mesuré que sa vitesse moyenne était de 110 km/h.
Une semaine plus tard, il reçoit une amende pour excès de vitesse sur le trajet décrit plus haut, car un radar de vitesse correctement calibré l'a flashé à une vitesse de plus de 130 km/h.
Discuter pourquoi Alper pensait respecter la loi et pourquoi le radar l'a flashé en excès de vitesse. **Utiliser** des exemples et un raisonnement complet, par exemple en dessinant un graphique et en utilisant le vocabulaire étudié en classe.

Exercice 6 — Annals 0 2022-04-05 (All european schools) Calc. : ✗

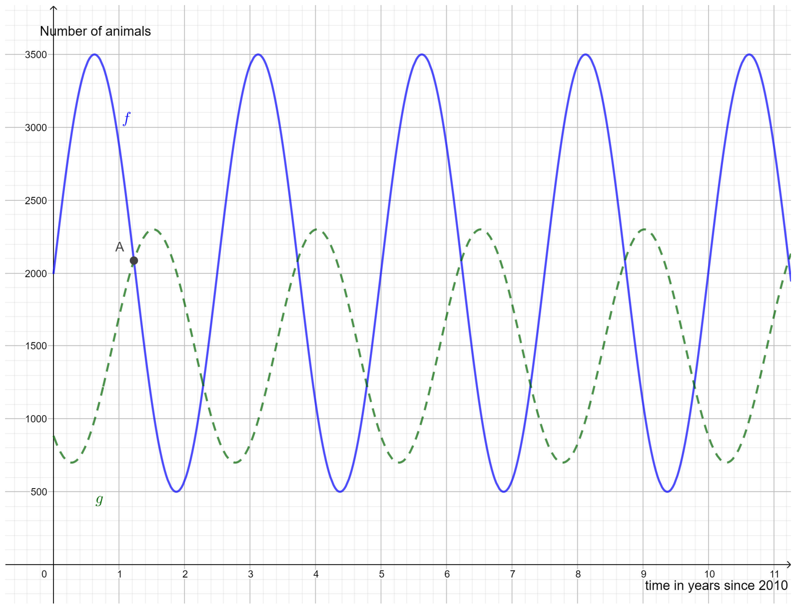
Dans une région d'Europe, les chouettes chassent des mulots (des souris des champs). Le nombre de chouettes et de mulots a été étudié depuis 2010. On commence l'étude de l'évolution du nombre d'individus de chacune de ces espèces en 2010. Le nombre de mulots est donné par la fonction suivante :

$$f(t) = 1\ 500 \sin(b \cdot t) + 2\ 000$$

où t est le nombre d'années écoulées depuis 2010 et b est un nombre réel.
Le nombre de chouettes est donné par la fonction suivante :

$$g(t) = 800 \sin\left(\frac{4\pi}{5} \cdot (t - 0,9)\right) + 1\ 500$$

où t est toujours le nombre d'années écoulées depuis 2010.
La figure ci-dessous montre les graphiques des fonctions f et g :



où la courbe pointillée montre le nombre de chouettes et la courbe continue montre le nombre de mulots.

1 point — 1. **Déterminer** la période de f et **déduire** la valeur du paramètre b.

1.5 point — 2. **Déterminer** les coordonnées du point A (avec une précision au dixième pour t) et **interpréter** le résultat dans ce contexte.

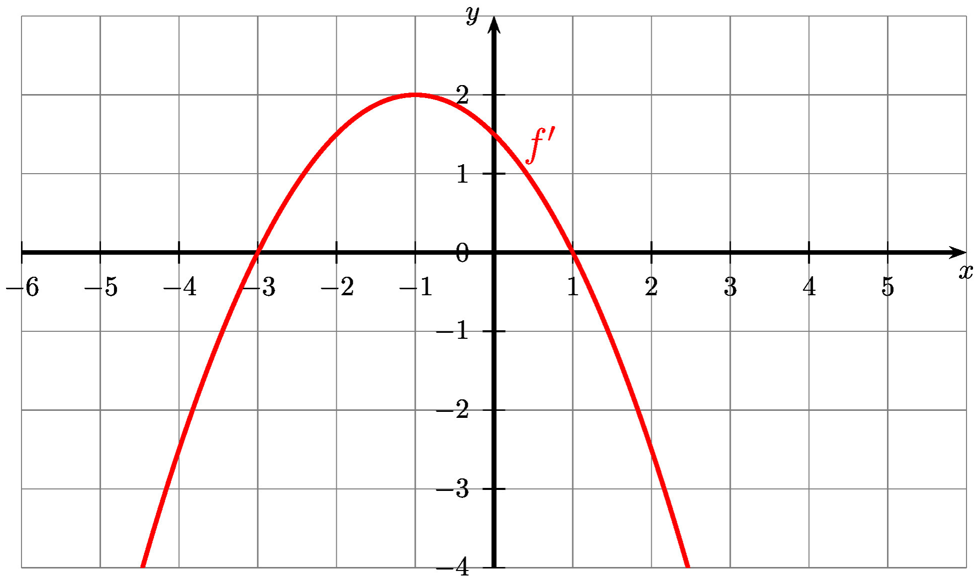
1 point — 3. **Déterminer** l'année (après 2020) où le nombre de chouettes va être maximal et **justifier** votre réponse.

1.5 point — 4. **Décrire** ce qu'il se passe quand le nombre de proies diminue.

Exercice 7 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Uccle (Belgium)) Calc. : ✗

5 points

Le diagramme ci-dessous montre le graphique de la dérivée f' d'une fonction f.



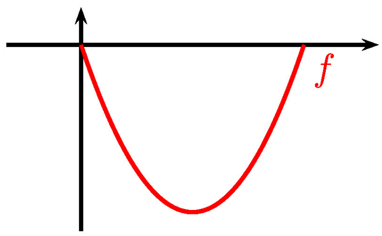
a) **Déterminer** les intervalles sur lesquels la fonction f est décroissante ou croissante.

b) **Déterminez** si la fonction f comporte des extremums. Dans l'affirmative, **déterminez** leur nature. **Justifiez** vos réponses.

Exercice 8 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Uccle (Belgium)) Calc. : ✗

Jim creuse un trou dans le jardin pour construire une piscine. Aujourd'hui il pleut, il est donc assis à l'intérieur de ce trou et se demande quelle est la profondeur de celui-ci. Il veut que le trou fasse au moins 2 mètres de profondeur. Il sait que la profondeur du trou peut être modélisée par la fonction suivante :

$$f(x) = x^2 - 3x$$



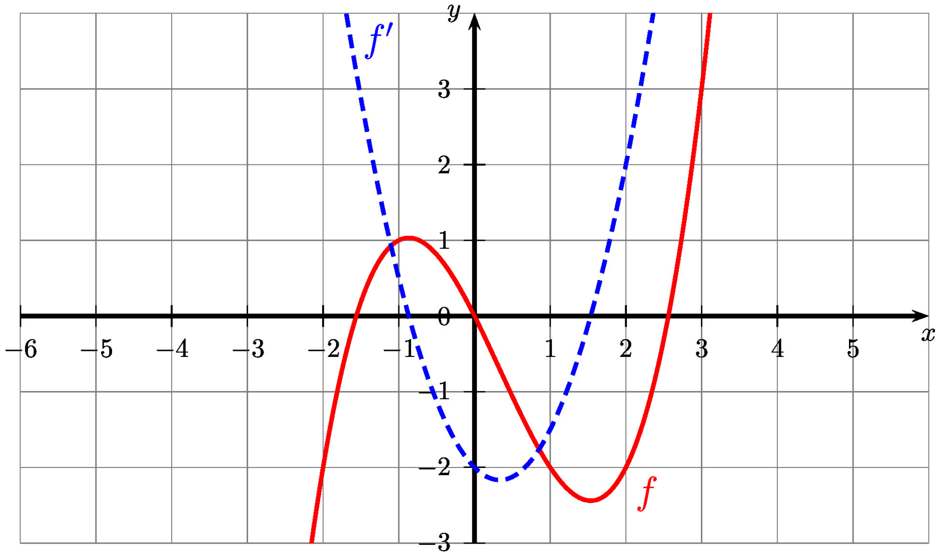
5 points

Déterminez si le trou est suffisamment profond. **Justifiez** votre réponse en **calculant** la profondeur du trou que Jim a déjà creusé.

Exercice 9 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Uccle (Belgium)) Calc. : ✗

5 points

Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction f et celui de sa fonction dérivée f'



a) **Déterminer** $f(2)$ et $f'(2)$.

b) **Établir** une équation de la tangente au graphique de la fonction f au point d'abscisse $x = 2$.

Exercice 10 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Laeken (Belgium)) Calc. : ✗

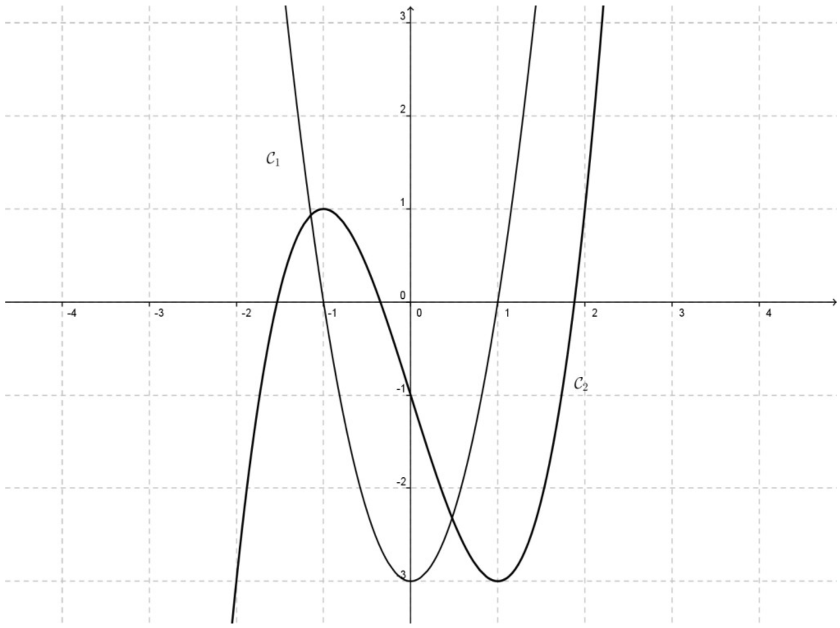
5 points

Une fonction est définie par $f(x) = k \cdot x^2 - 2x$ avec k un nombre réel.
Calculer k, afin que $f'(1) = 4$.

Exercice 11 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Laeken (Belgium)) Calc. : ✗

5 points

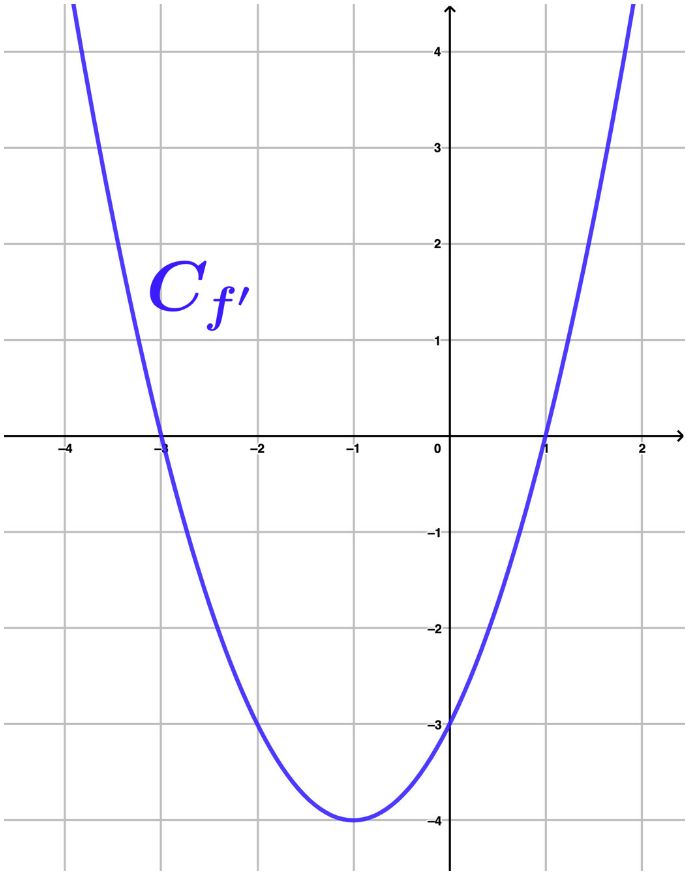
Les courbes C_1 et C_2 sont les graphiques d'une fonction et de sa dérivée. **Déterminez** et **justifiez** clairement quelle courbe est la fonction et laquelle est sa dérivée.



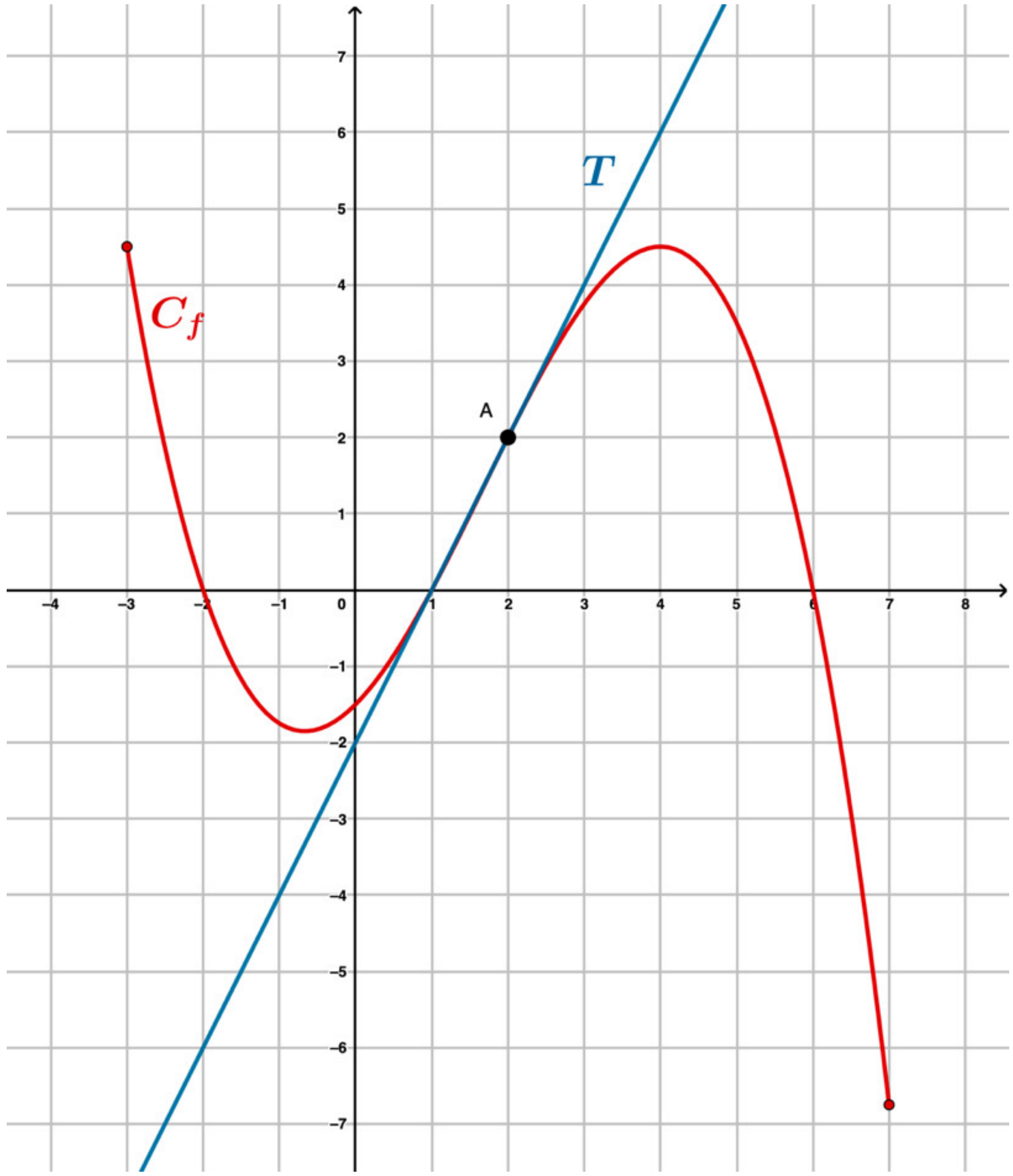
Exercice 12 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Laeken (Belgium)) Calc. : ✗

	Soit la fonction $$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 - 5x + 6$$
5 points	**Calculez** l'équation de la tangente pour $x = 0$.

Exercice 13 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Frankfurt am Main (Germany)) Calc. : ✗

	On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x$.
1 point	1. **Calculer** $f'(x)$.
	2. On donne le graphique de f', la fonction dérivée de f, ci-dessous. On appelle cette courbe : $C_{f'}$. 
4 points	À l'aide du graphique de la fonction dérivée f', **déterminer** les variations de la fonction f (signe de la dérivée $f'(x)$, tableau de variations de f précisant la valeur du maximum et la valeur du minimum). **Justifier** votre réponse.

Exercice 14 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Frankfurt am Main (Germany)) Calc. : ✗

	Soit la courbe représentative C_f d'une fonction f et sa tangente T au point A d'abscisse 2 dans le repère ci-dessous.
2 points	1. **Déterminer** par lecture graphique : $f(2)$.
3 points	2. **Déterminer** par lecture graphique : $f'(2)$ en justifiant par un calcul.
	

Exercice 15 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Frankfurt am Main (Germany)) Calc. : ✗

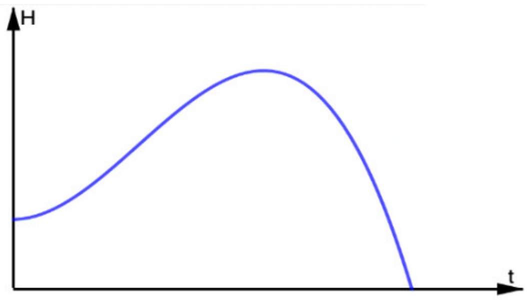
	Soit la fonction g définie par $g(x) = 3x^2 - x$.
1 point	1. **Calculer** $g(1)$.
1 point	2. **Calculer** $g'(x)$.
1 point	3. **Calculer** $g'(1)$.
2 points	4. **Déterminer** l'équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse 1.

Exercice 16 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Luxembourg (Luxembourg)) Calc. : ✗

Tony a fabriqué un avion en papier en classe d'art et a décidé de vérifier s'il pouvait voler. Il a donc grimpé sur une échelle et a lancé l'avion.
Le graphique montre la fonction :

$$H(t) = -\frac{1}{6}t^3 + t^2 + \frac{5}{2}$$

où $H(t)$ est la hauteur (en mètres) de l'avion en papier à l'instant t (en secondes).



La trajectoire de vol de l'avion en papier de Tony

3 points a) **Déterminer** le moment où l'avion aura atteint sa hauteur maximale.

2 points b) **Calculer** la hauteur de l'avion à ce moment-là.

Exercice 17 — Pre baccalaureat 2023-01-31 (Varese (Italy)) Calc. : ✗

Soit la fonction f telle que $f(x) = x^3 + 3x^2$.

5 points **Déterminer** l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $x = -1$.

Exercice 18 — Pre baccalaureat 2023-01-31 (Varese (Italy)) Calc. : ✗

La population d'une petite ville augmente selon une loi affine. En 2012 la population était de 5 000 habitants. Cinq années plus tard, elle était de 6 250.

3 points a) **Déterminer** un modèle de la population P comme fonction de t où t est le temps en années comptées après 2012.

2 points b) **Rechercher** à partir de quelle année la population dépasse 7 000 habitants.

Exercice 19 — Pre baccalaureat 2023-01-31 (Varese (Italy)) Calc. : ✗

Un étudiant lance une balle en l'air. La hauteur de la balle h, en mètres, peut être modélisée par la fonction :

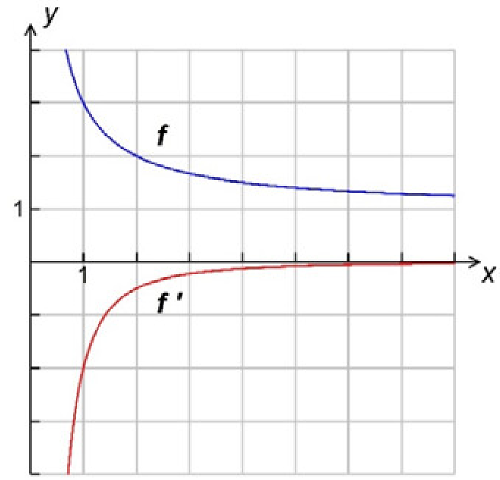
$$h(t) = -5t^2 + 15t$$

où $h(t)$ est la hauteur en mètres et t est le temps en secondes après le lancer.

5 points **Déterminer** la hauteur maximale atteinte par la balle.

Exercice 20 — Baccalaureat 2023-06-12 (All european schools) Calc. : ✗

Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction f et celui de sa dérivée f'.



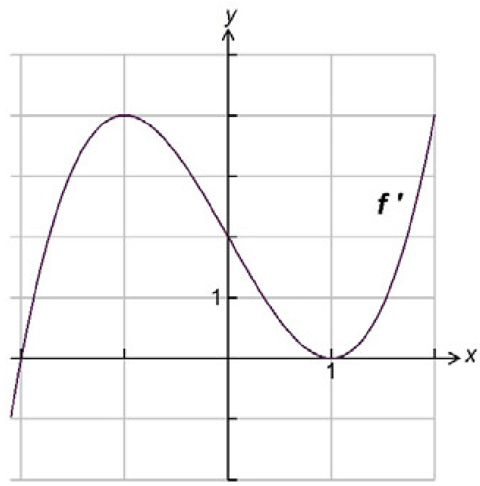
Déterminer et **interpréter** graphiquement :

2 points a) le taux de variation moyen de la fonction f de $x_1 = 1$ à $x_2 = 2$.

3 points b) le taux de variation instantané de la fonction f en $x_1 = 1$.

Exercice 21 — Baccalaureat 2023-06-12 (All european schools) Calc. : ✗

On considère une fonction dérivable f. La figure ci-dessous montre le graphique de sa dérivée f' pour $-2,1 \leq x \leq 2$.



5 points Pour chacune des affirmations suivantes, **justifier** si elle est vraie ou fausse.

a) La fonction f est décroissante pour $-1 \leq x \leq 1$.

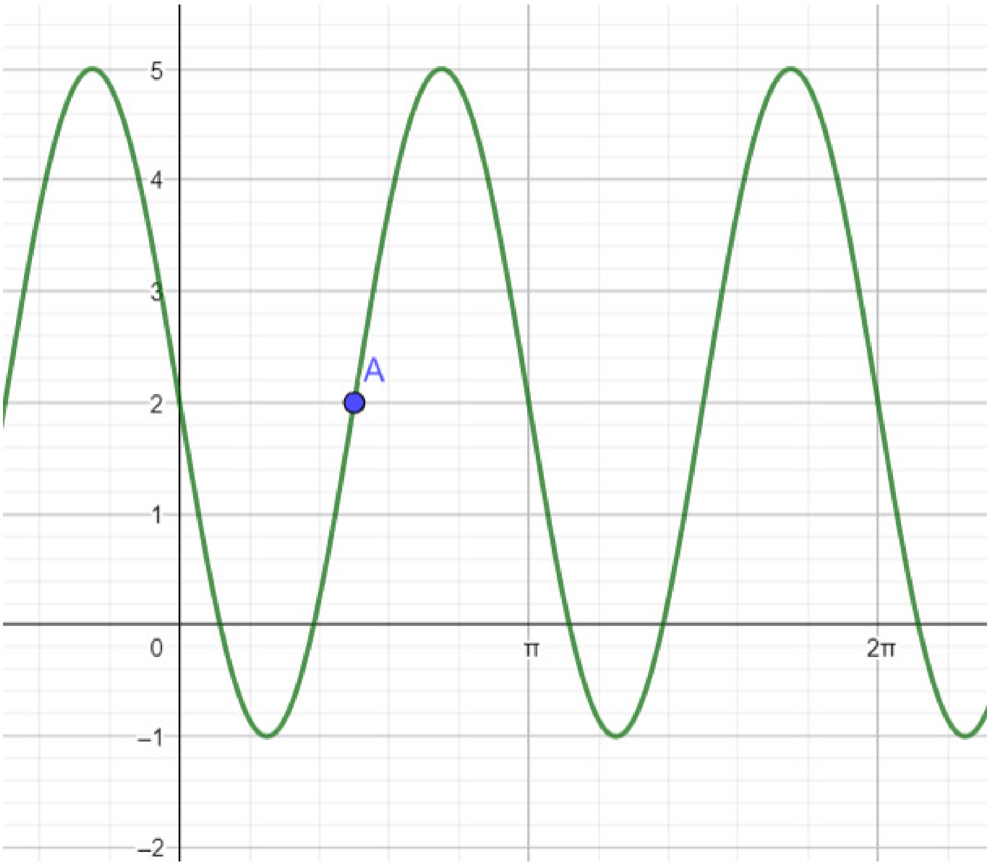
b) La fonction f admet un minimum en $x = -2$.

c) Il y a une tangente horizontale au graphique de f au point d'abscisse $x = 1$.

d) La pente de la tangente au graphique de f en son point d'intersection avec l'axe des ordonnées est égale à 2.

e) Le graphique de f admet trois tangentes horizontales pour $-2,1 \leq x \leq 2$.

Exercice 22 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Differdange (Luxembourg)) Calc. : ✗



Le graphique ci-dessus est celui d'une fonction sinusoïdale f définie par :

$$f(x) = a\sin(b(x-c)) + d$$

D'après les informations du graphique :

1.5 point a) **Trouver** la période P et **donc** la valeur de b.

1.5 point b) **Trouver** l'amplitude de la fonction et **donc** la valeur de a.

2 points c) **Donner** les coordonnées du point A et **donc** trouver les valeurs de c et d.

Exercice 23 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Differdange (Luxembourg)) Calc. : ✗

Étant donné la fonction f définie par $f(x) = -x^2 + 2x + 3$:

2.5 points a) **Trouver** une expression pour la dérivée $f'(x)$.

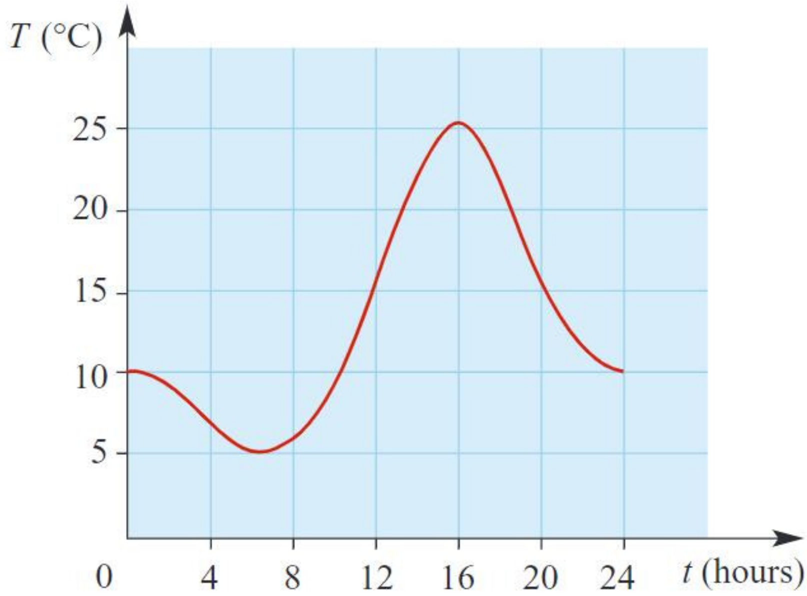
2.5 points b) **Établir** une équation de la tangente au graphique de f au point d'abscisse $x = 2$.

Exercice 24 — Pre baccalaureat 2023-01-23 (Paris (France)) Calc. : ✗

3 points a) Soit f la fonction définie sur $[1; 10]$ par $f(x) = x^2 - 12x + 96$.
Trouver les variations et les extremums de f et afficher les résultats dans un tableau de variations.

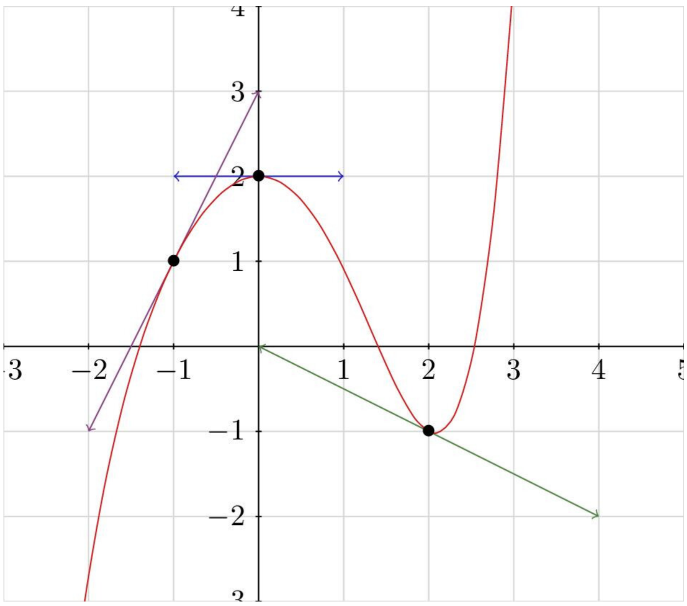
2 points b) Une petite usine d'ordinateurs peut produire jusqu'à 10 ordinateurs par semaine. On note x le nombre d'ordinateurs produits par semaine. Nous admettons que pour tout nombre entier de l'intervalle $[1; 10]$, le coût total de production est égal à $f(x)$, exprimé en dizaines d'euros.
Trouver le nombre d'ordinateurs qui devraient être produits en une semaine pour que le coût soit minimal et donner la valeur de ce coût.

Exercice 25 — Pre baccalaureat 2023-01-23 (Paris (France)) Calc. : ✗

	La température (T°C) varie avec le temps (t en heures) sur une période de 24 heures, comme illustré dans le graphique. 
1 point	a) **Estimer** la température maximale et l'heure à laquelle cela se produit.
	Pour les questions b) et c), répondre au demi-°C le plus proche par heure.
	b) La montée en température entre 10h00 et 14h00 est approximativement linéaire.
2 points	**Estime** la vitesse moyenne à laquelle la température augmente au cours de cette période.
2 points	c) **Estimer** la vitesse de changement instantanée à $t = 20$.

Exercice 26 — Pre baccalaureat 2023-01-23 (Paris (France)) Calc. : ✗

Ci-dessous se trouve le graphique d'une fonction f et de trois de ses tangentes.



5 points

Indiquez si chacune des déclarations est vraie ou fausse. Aucune justification n'est nécessaire. (un point par déclaration).

a) $f'(0) = 0$

b) $f'(2) = -2$

c) $f(x) \geq 0$ sur l'intervalle $[2; 3]$

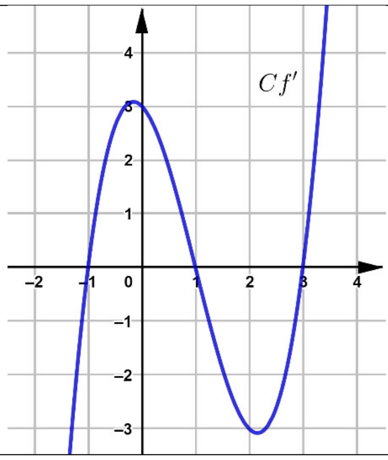
d) $f'(x) \leq 0$ sur l'intervalle $[0; 2]$

e) L'équation $f(x) = 2$ a deux solutions sur l'intervalle $[-2; 4]$

Exercice 27 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mamer (Luxembourg)) Calc. : ✗

5 points

La figure ci-contre montre le graphique Cf' de la dérivée f' de la fonction f.
Utiliser ce graphique pour **déterminer** les intervalles sur lesquels la fonction f décroît.



Exercice 28 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mamer (Luxembourg)) Calc. : ✗

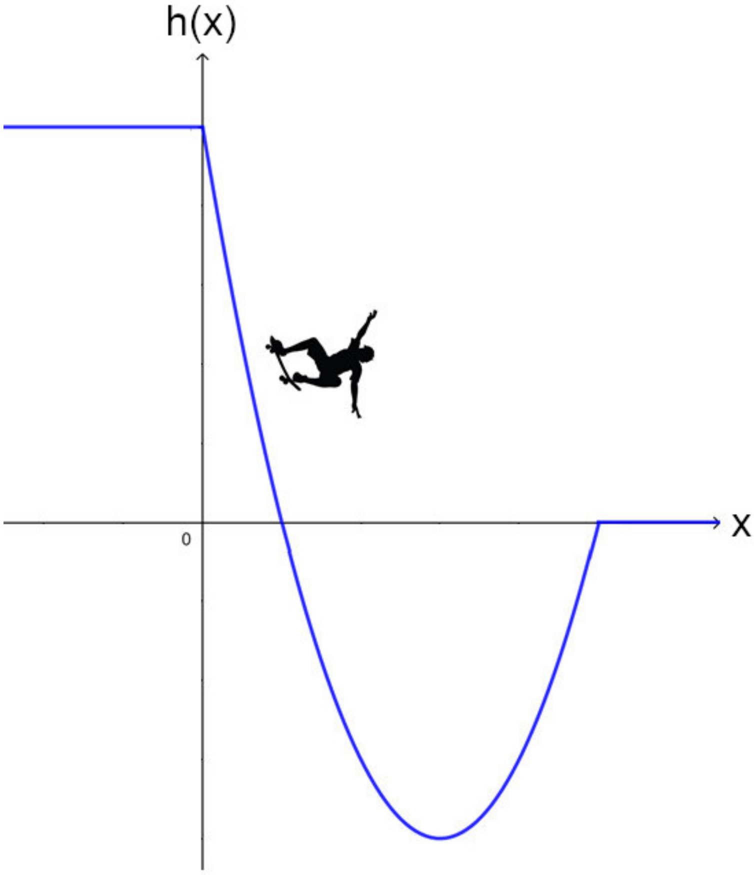
5 points

Déterminer l'équation de la tangente à la fonction

$$f(x) = 3x^2 - 11x$$

au point où la valeur de la pente instantanée de la fonction est 1.

Exercice 29 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mol (Belgium)) Calc. : ✗

<table>
<tr><td>5 points</td><td>Un skateur se lance sur une rampe d'un skate park. On assimile le skateur à un point et on note $(x; h(x))$ les coordonnées du skateur sur la rampe dans le repère ci-dessous :


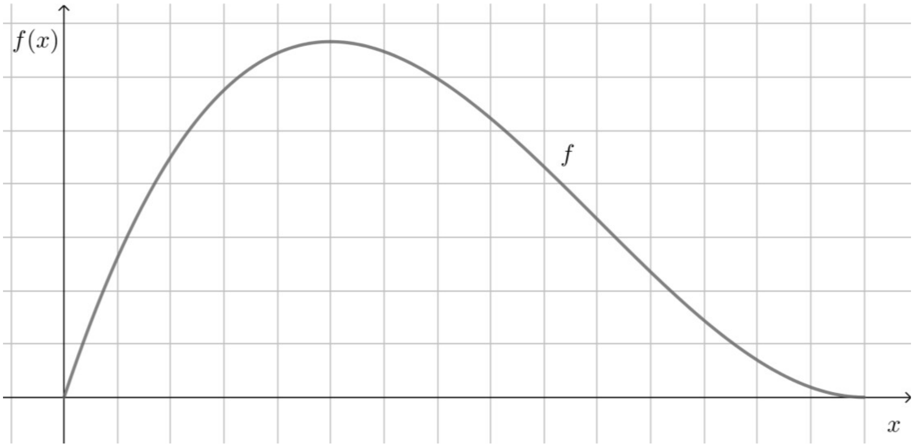
La fonction h est définie sur l'intervalle $[0; 5]$ par :
$$h(x) = x^2 - 6x + 5$$
où $h(x)$ est exprimé en mètres.
a) Déterminer la hauteur à laquelle le skateur se lance sur la rampe.
b) Calculer la valeur de $h(1)$ et de $h(5)$.
c) Déterminer l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le skateur est en dessous de son point d'arrivée.</td></tr>
</table>

Exercice 30 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mol (Belgium)) Calc. : ✗

Le profil d'une montagne peut être modélisé par une fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \qquad \text{pour } 0 < x < 3$$

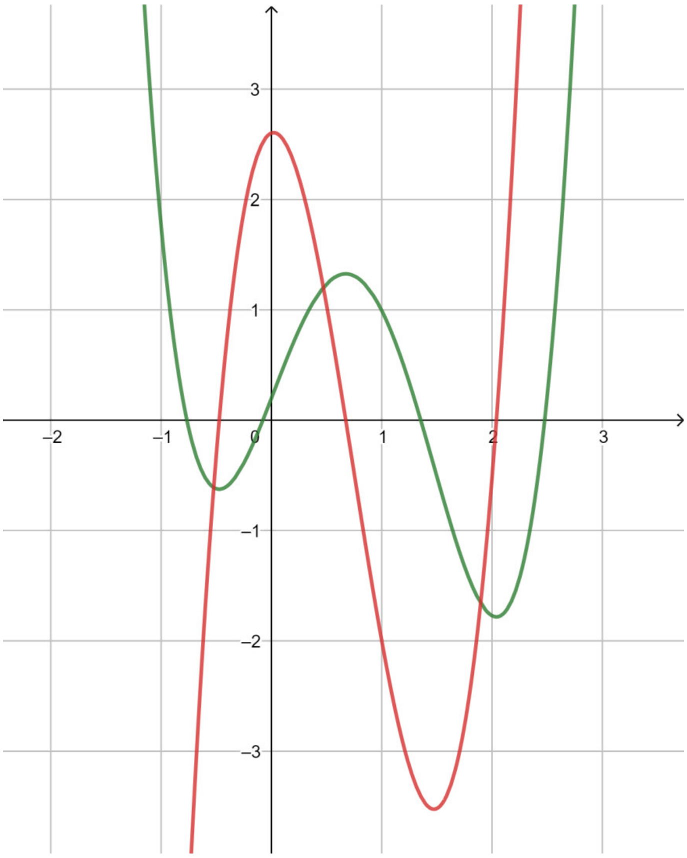
où x est la distance en mètres et $f(x)$ est la hauteur en milliers de mètres.
On donne la courbe représentative de cette fonction f :



5 points **Déterminer** la hauteur de la montagne, à la centaine de mètres près.

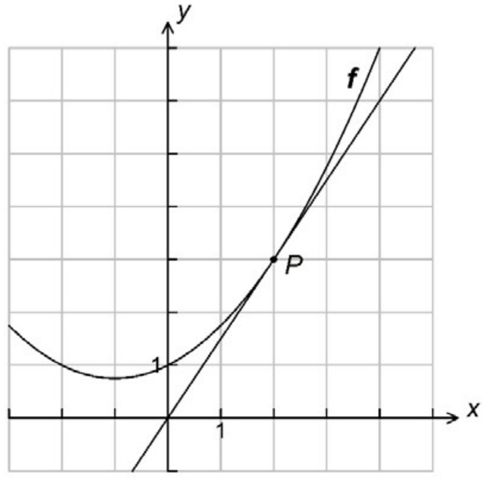
Exercice 31 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mol (Belgium)) Calc. : ✗

Le diagramme ci-dessous montre le graphe d'une fonction f et celui de sa dérivée f'.



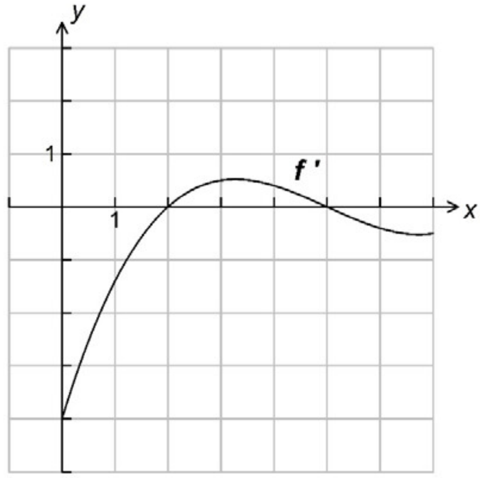
5 points **Déterminer** l'équation de la tangente au graphe de f au point d'abscisse $x = 1$.

Exercice 32 — Baccalaureat 2023-06-19 (All european schools) Calc. : ✗

	Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction f et la tangente au point P d'abscisse $x = 2$. 
2 points	a) **Déterminer** $f(2)$ et $f'(2)$ graphiquement.
2 points	b) **Établir** une équation de la tangente au graphique de f au point P.
1 point	c) **Résoudre** l'équation $f'(x) = 0$ graphiquement.

Exercice 33 — Baccalaureat 2023-06-19 (All european schools) Calc. : ✗

On considère une fonction dérivable f La figure ci-dessous montre le graphique de sa dérivée f' pour $0 \leq x \leq 7$.



5 points — Lequel des tableaux ci-dessous décrit les variations de la fonction f pour $0 \leq x \leq 7$? **Expliquer** la réponse.

A.

x	0	3,5	7
$f(x)$	↗	↘	

B.

x	0	2	5	7
$f(x)$	↘	↗	↘	

C.

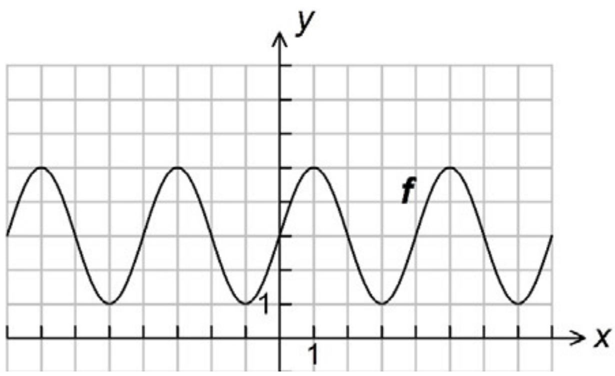
x	0	2	5	7
$f(x)$	↗	↘	↗	

D.

x	0	2	7
$f(x)$	↗	↘	

Exercice 34 — Baccalaureat 2023-06-19 (All european schools) Calc. : ✗

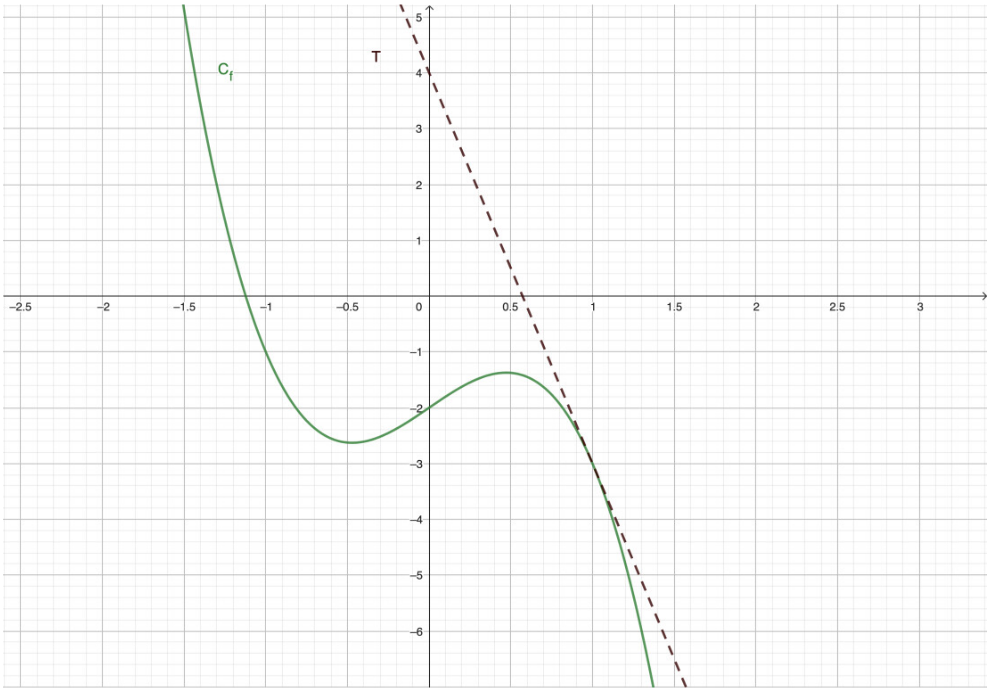
La figure ci-dessous montre le graphique de la fonction f définie par $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x) + d$, où les paramètres a, b et d sont des entiers.



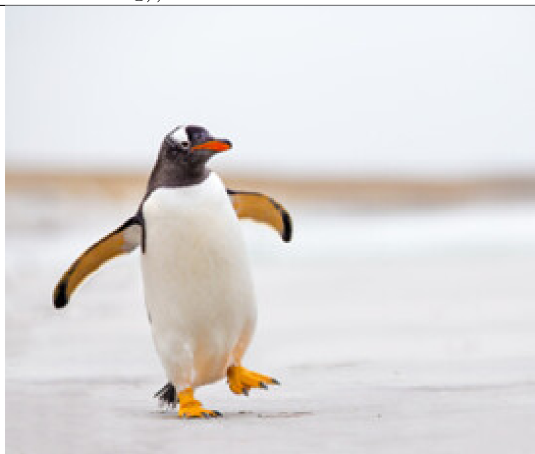
2 points — a) **Déterminer** les valeurs de a et d.

3 points — b) **Déterminer** la période p de f et **calculer** la valeur de b.

Exercice 35 — Pre baccalaureat 2023-01-24 (Strasbourg (France)) Calc. : ✗

5 points	On donne le graphe d'une fonction f et de sa tangente au point d'abscisse $x = 1$. Donner l'équation de la tangente. 

Les manchots papous vivent sur la péninsule Antarctique et sur de nombreuses îles environnantes. Des études scientifiques ont déterminé que la population de manchots papous de l'Antarctique est florissante. Elle triple tous les cinq ans, augmentant non seulement en taille mais aussi en répartition. Une estimation de la population de 2021 a indiqué que 300 000 manchots habitaient la péninsule.

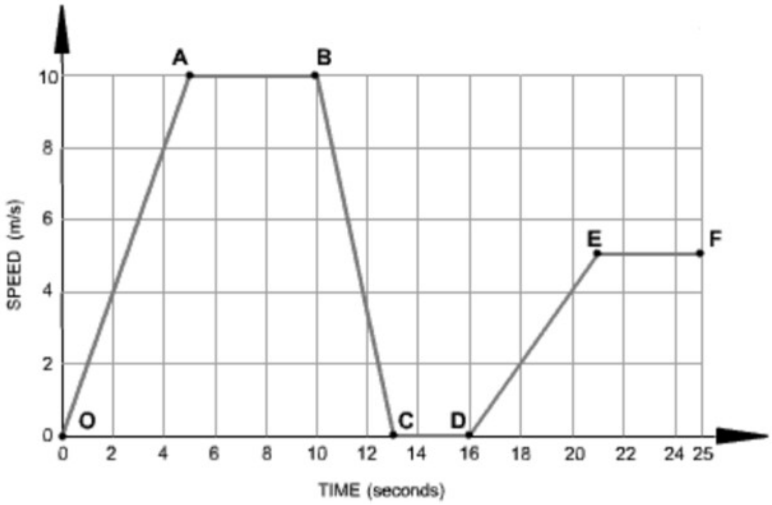


On donne $P(t)$ la taille de la population des manchots de l'Antarctique. t est le temps, en années, depuis l'estimation de la population en 2021.

3 points

a) **Estimer** la taille de la population des manchots papous en Antarctique en 2024. On suppose une croissance linéaire (définie par une fonction affine).

Les manchots papous nagent à une vitesse incroyable. Ils sont capables de nager à des vitesses allant jusqu'à 36 km/h, soit 10 mètres/seconde.
Considérons le graphique vitesse-temps du voyage d'un manchot papou.



2 points

b) **Sélectionner** le(s) segment(s) de trajet approprié(s) pour compléter la phrase ci-dessous.

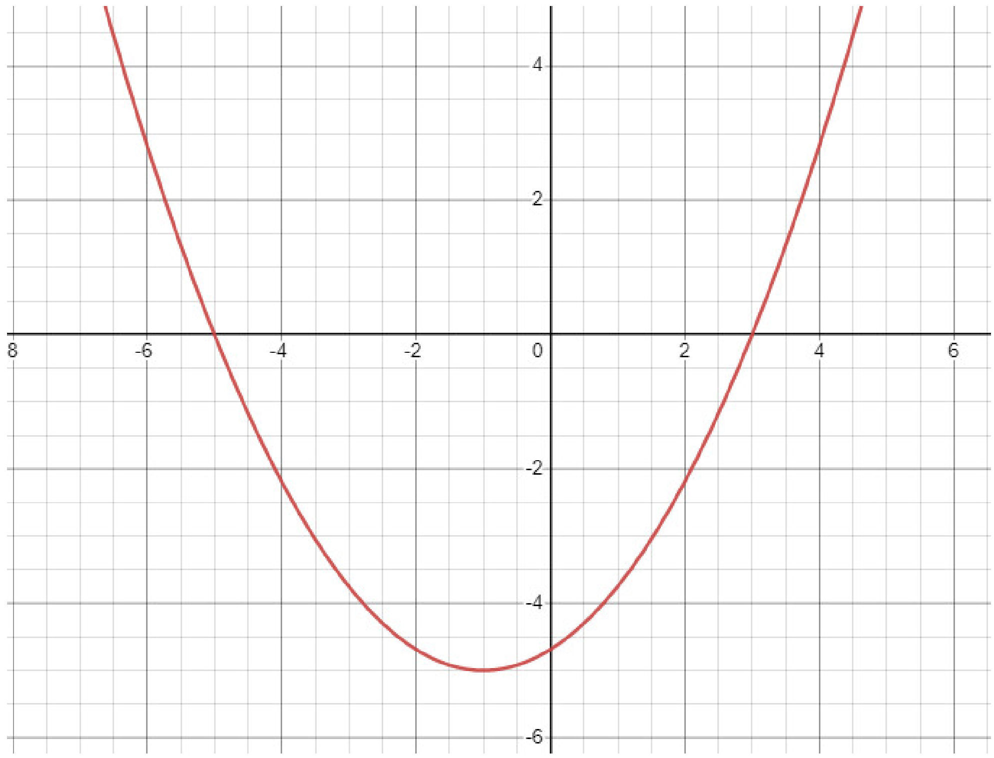
A : De O à A B : De A à B
C : De B à C D : De C à D
E : De D à E F : De E à F

"Le manchot papou nage à une vitesse constante de 10 m/s **pendant** 5 **secondes** _______________ **accélérant à** 1 **m/s**^{2} _______________**"**

Important : Réécrire la phrase complète sur votre feuille d'examen.

Exercice 37 — Pre baccalaureat 2023-01-31 (Varese (Italy)) Calc. : ✗

Le graphique suivant est celui de la fonction dérivée f' d'une fonction f.



5 points

Pour chaque proposition, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une justification à votre réponse. Les points ne seront attribués que si les deux réponses sont correctes, le vrai ou faux et la justification.

a) La fonction f admet un minimum en $x = -1$.

b) La fonction f est décroissante sur l'intervalle $-5 < x < 3$.

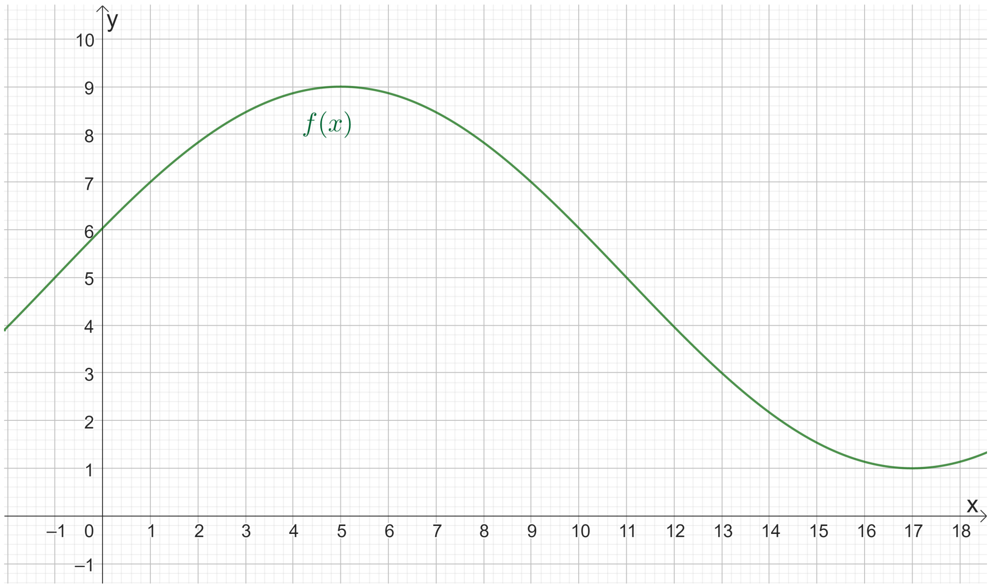
c) La fonction f admet deux extremums.

d) L'intersection du graphique de f avec l'axe OY ne peut pas être déterminée à partir du graphique de f'.

e) Le graphique de f doit admettre deux intersections avec l'axe OX.

Exercice 38 — Pre baccalaureat 2023-01-31 (Varese (Italy)) Calc. : ✗

Le graphique d'une fonction sinusoïdale f est représenté ci-dessous.



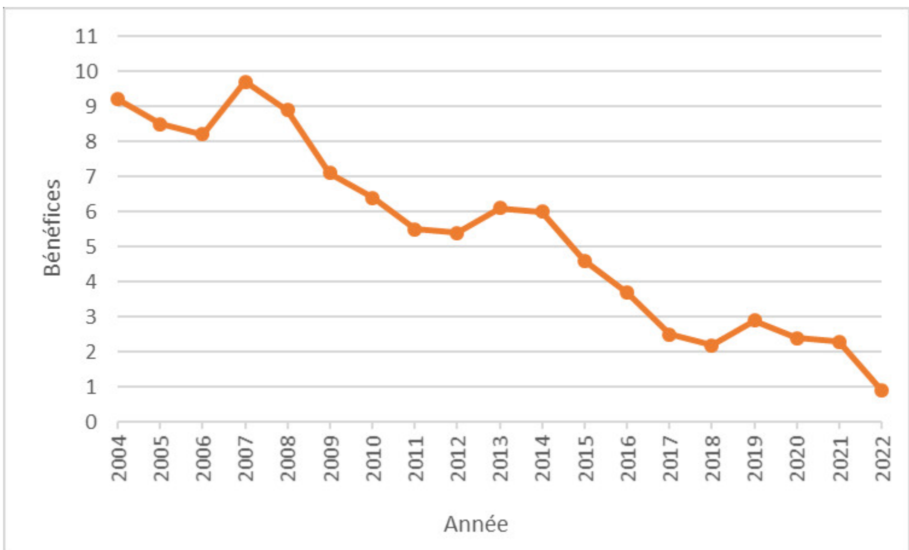
1 point — a) **Déterminer** la période de f.

4 points — b) **Déterminer** la valeur des paramètres a, b, c et d correspondant au graphique représenté de la fonction f telle que :

$$f(x) = a\sin\left(b\left(x - c\right)\right) + d$$

Exercice 39 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mol (Belgium)) Calc. : ✗

5 points — Depuis l'année 2004, les bénéfices d'une entreprise ont connu une évolution inquiétante.
Les bénéfices (en centaines de milliers d'euros) des 18 dernières années sont indiqués dans le graphique ci-dessous :



a) **Indiquer** les deux types de modèles mathématiques fondamentaux qui pourraient être utilisés pour modéliser cette évolution.

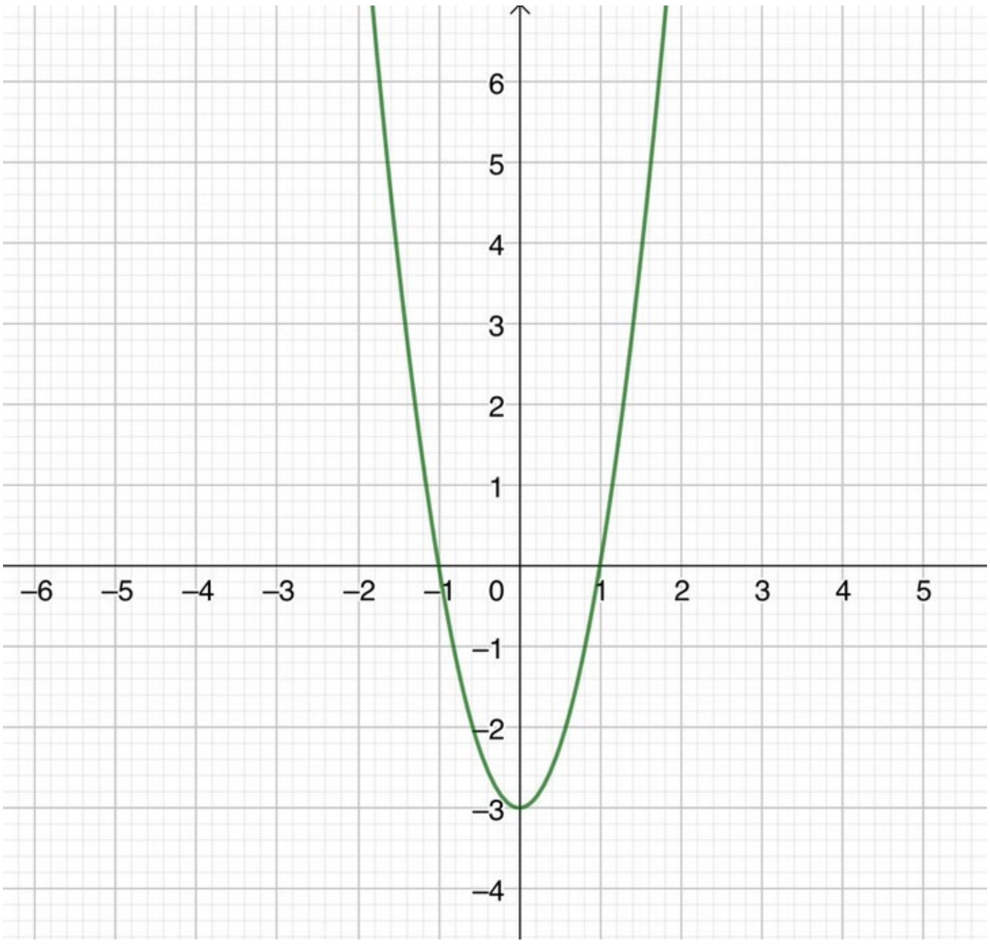
b) **Prédire** l'année future à laquelle les bénéfices seront de nouveau à un minimum, si l'évolution se poursuit ainsi.

c) **Interpréter** ce qui se passera pour cette entreprise d'ici 2030, si l'évolution se poursuit ainsi.

Exercice 40 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Differdange (Luxembourg)) Calc. : ✗

	La hauteur d'un arbre en cm est donnée par la fonction $h(t)$, où t est le nombre de semaines depuis sa plantation. **Donner une interprétation** concernant la croissance de l'arbre pour chacun des éléments suivants :
2 points	a) $h(3) = 80$.
1.5 point	b) $h'(2) = 4$.
1.5 point	c) La valeur de t où $h'(t) = 0$.

Exercice 41 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Differdange (Luxembourg)) Calc. : ✗

	Le graphique représente la dérivée d'une fonction f 
2.5 points	a) **Déterminer** comment le signe de la dérivée dépend de la valeur de x.
2.5 points	b) **En déduire** les variations de la fonction f.

2 Analyse (sans calc.) — Syllabus de S7

Exercice 42 — Annals 0 2021-02-12 (All european schools) Calc. : ✗

Dans le diagramme ci-dessous, le nombre de nouveaux cas de Covid-19 en Allemagne est indiqué sur une période de trois semaines en octobre 2020. Pour prédire les chiffres dans le futur, deux types de modèles mathématiques fondamentaux peuvent être combinés.

5 points — **Indiquer** les noms de ces types de modèles et **justifier** la réponse.

Prévoir une date dans le futur à laquelle un autre maximum sera atteint à supposer que les données continuent de suivre ces modèles.

Exercice 43 — Annals 0 2021-02-12 (All european schools) Calc. : ✗

Le nombre de bactéries dans une boîte de Petri est étudié en laboratoire. Il s'avère que, dans des conditions définies, la croissance peut être modélisée par la fonction

$$N(t) = 10\ 000 \cdot \mathrm{e}^{\ln(1{,}03)\cdot t},$$

où $N(t)$ est le nombre de bactéries après t jours.

2 points — 1. **Donner** le nombre de bactéries au début et le taux de croissance [par jour] en pourcentage.

2 points — 2. **Calculer** le nombre de bactéries après le premier jour.

1 point — 3. **Expliquer** pourquoi ce modèle ne peut pas être utilisé sur une très grande échelle de temps.

Exercice 44 — Annals 0 2021-02-12 (All european schools) Calc. : ✗

La durée du jour $L(t)$ en heures à un endroit donné a été enregistrée sur une année. Elle peut être modélisée par la fonction

$$L(t) = 4 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right) + 12,$$

où t est le temps exprimé en jours.

5 points — **Interpréter** le résultat de $\displaystyle\int_0^{365} L(t)\,\mathrm{d}t$ et **expliquer** pourquoi ce résultat est égal à $12\cdot 365 = 4\ 380$.

Exercice 45 — Annals 0 2022-04-05 (All european schools) Calc. : ✗

Pendant un voyage, vous avez acheté du pain mais l'avez oublié. Quatre jours plus tard, vous le retrouvez dans le fond de votre sac, mais de la moisissure a commencé à se développer. La moisissure se développe selon la formule suivante :

$$P(t) = 0,5 \cdot e^{\ln(1,5)t}$$

où P est le pourcentage de pain recouvert de moisissure et t le temps écoulé en jour, où $t = 0$ correspond à quatre jours après l'achat du pain.

3 points

1. Cette formule peut être réécrite sous une autre forme.
   Choisir la forme appropritée (Q_1, Q_2, Q_3 ou Q_4) et **justifier** votre réponse.
   $Q_1(t) = 0,5 \cdot \ln(1,5)^t$ $\qquad$ $Q_2(t) = 1,5 \cdot 0,5^t$
   $Q_3(t) = 0,5 \cdot 1,5^t$ $\qquad$ $Q_4(t) = 1,5 \cdot \ln(0,5)^t$

2 points

2. **Calculer** quel pourcentage du pain sera recouvert de moisissure, 5 jours après avoir acheté le pain.

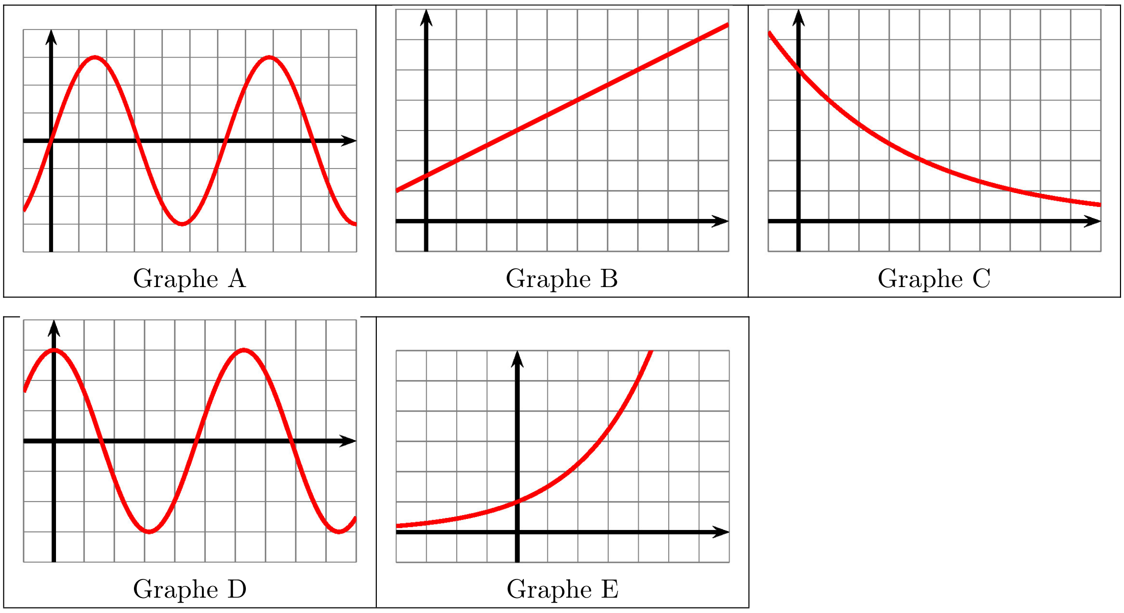
Exercice 46 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Uccle (Belgium)) Calc. : ✗

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 7x + 3$.

5 points **Déterminer** la primitive F de f telle que $F(2) = 5$.

Exercice 47 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Uccle (Belgium)) Calc. : ✗

5 points Voici trois expressions algébriques de fonctions réelles (avec a et b étant des nombres réels positifs) et les leurs graphiques :
$f(x) = a \cdot b^x$ avec $b > 1$; $\qquad g(x) = a \cdot x + b$; $\qquad h(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$.



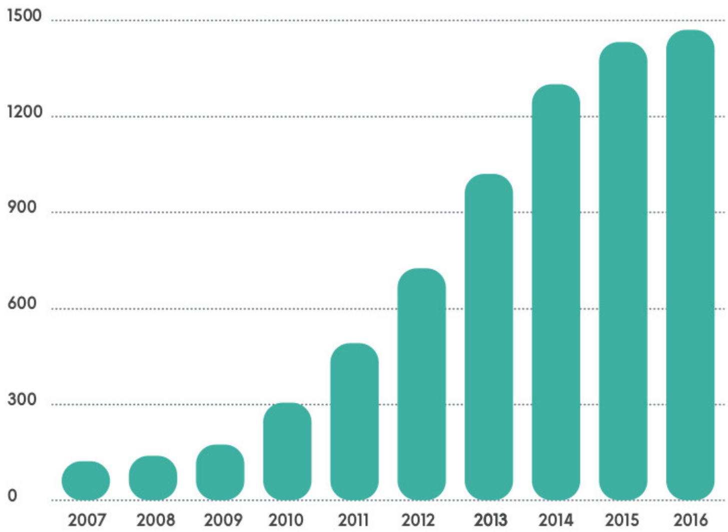
a) **Attribuer** chaque graphique (de A à E) à l'expression algébrique appropriée (de f à h).

b) Pour les deux autres graphiques non attribués, **indiquez** leur modèle.

Exercice 48 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Uccle (Belgium)) Calc. : ✗

5 points

En 2007, presque personne ne possédait de smartphone. En 2017, beaucoup de personnes en possèdent un. À l'échelle mondiale, parmi les personnes âgées de 18 à 35 ans, près de 2 personnes sur 3 possèdent un smartphone. Le graphique ci-dessous montre le nombre de smartphones vendus en millions chaque année à partir de 2007.



a) Entre 2009 et 2013, **donnez** le modèle que vous utiliseriez pour décrire l'évolution du nombre de smartphones vendus.

b) À partir de 2014, le modèle précédent n'est plus valable. **Donner** une raison possible.

Exercice 49 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Laeken (Belgium)) Calc. : ✗

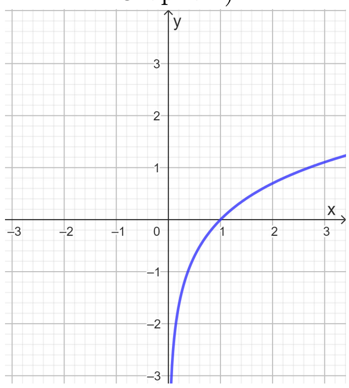
5 points

Faites correspondre chacune des équations (A, B, C, D et E) avec leurs graphes correspondants (1, 2, 3, 4 et 5),

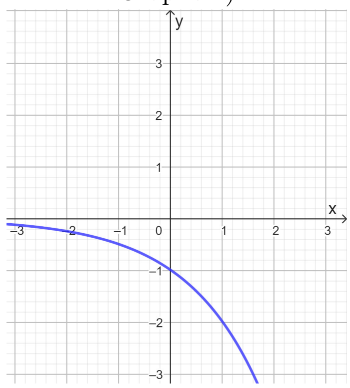
A : $y = 2^{2x}$ B : $y = -2^{x}$ C : $y = \ln x$

D : $y = 2^{-x+1}$ E : $y = \ln(x+2)$

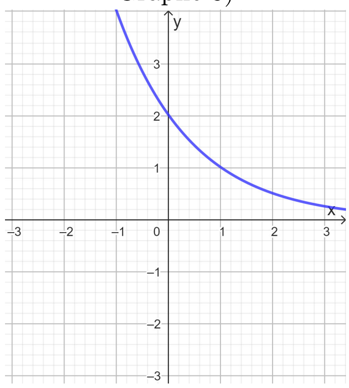
Graphe 1)



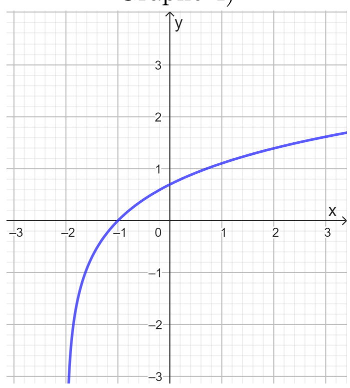
Graphe 2)



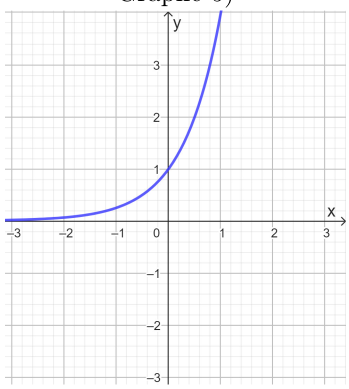
Graphe 3)



Graphe 4)



Graphe 5)

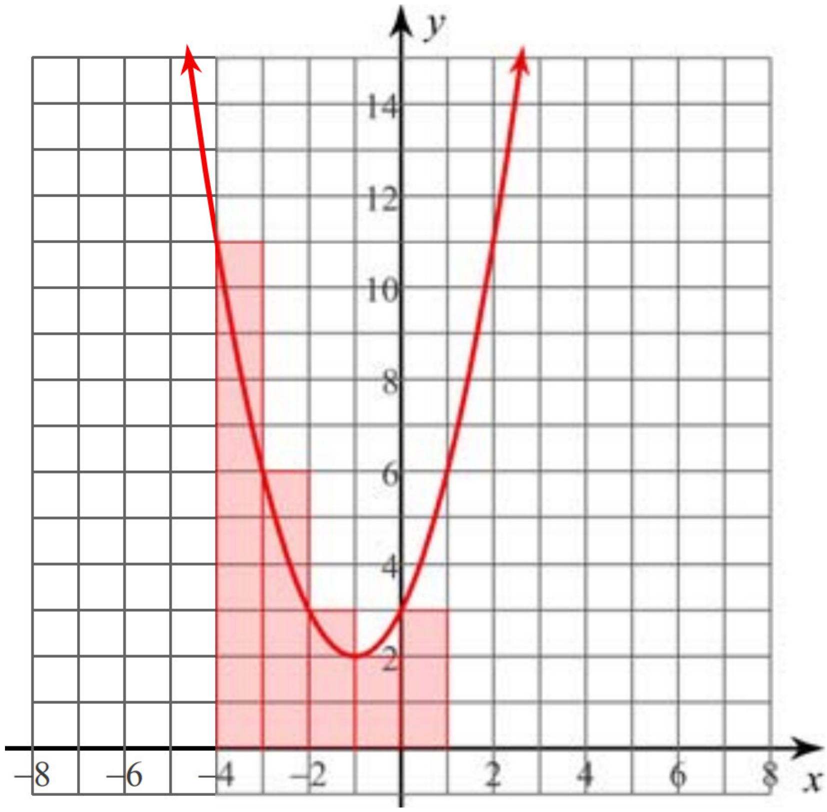


Exercice 50 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Laeken (Belgium)) Calc. : ✗

5 points

Voici la courbe de la fonction définie par :

$$f(x) = x^2 + 2x + 3$$



Un étudiant veut trouver une approximation de :

$$\int_{-4}^{1} f(x)\,\mathrm{dx}$$

a) **Expliquez**, en vous référant au graphique, ce que signifie cette notation.

b) À l'aide du graphique, **estimez** cette valeur par le calcul des rectangles rosés.

c) Pensez-vous que cette estimation est au-dessus ou en dessous par rapport à la valeur réelle ? **Expliquez**.

Exercice 51 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Laeken (Belgium)) Calc. : ✗

5 points

Le nombre de coccinelles $N(t)$ vivant sur un rosier en juin est donné par le modèle :

$$N(t) = 6 \cdot \mathrm{e}^{(\ln(1{,}16)) \cdot t}$$

Où t est le nombre de jours, $t = 0$ étant le 1er juin.

a) Combien de coccinelles y avait-il sur le buisson le 1er juin ?

b) Réécrivez l'équation sous la forme :

$$N(t) = a \cdot b^t$$

Le nombre de mouches vertes $G(t)$ sur un même rosier est modélisé par l'équation suivante :

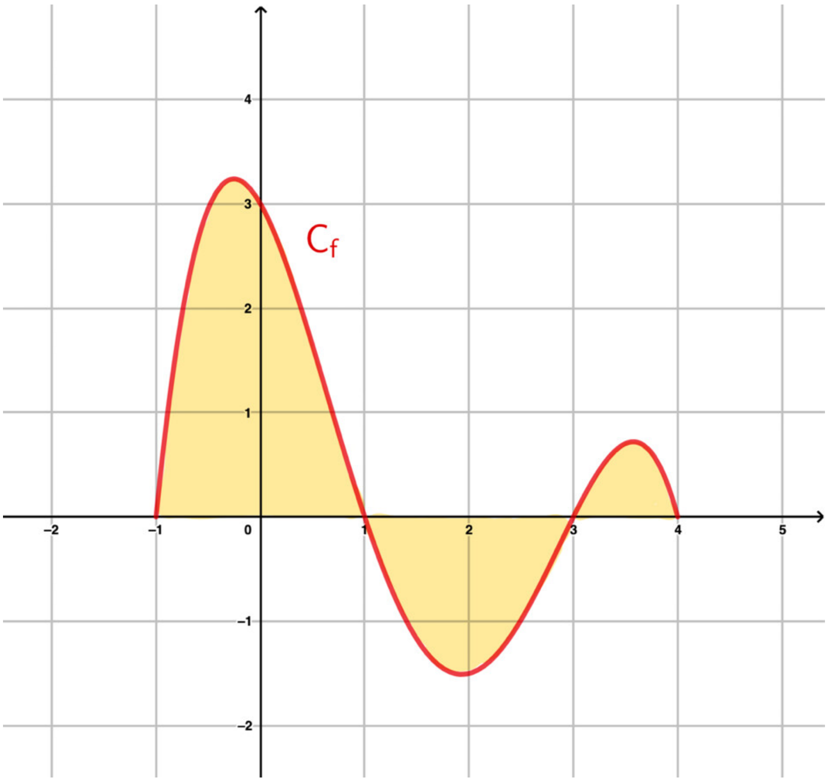
$$G(t) = 1\ 500 \cdot 0{,}68^t$$

c) La population de la mouche verte augmente-t-elle ou diminue-t-elle ?

d) Donnez ce changement en pourcentage par jour.

Exercice 52 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Frankfurt am Main (Germany)) Calc. : ✗

Soit la courbe d'une fonction f définie par le graphique ci-dessous.
On s'intéresse à l'aire de la partie colorée.



2 points — 1. **Expliquer** pourquoi l'aire de la partie colorée n'est pas égale à :

$$\int_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$$

3 points — 2. **Calculer** l'aire de la partie colorée en unités d'aires (u.a.), en utilisant les résultats suivants :

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x \approx 4,07 \text{ u.a.}$$

$$\int_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x \approx -1,93 \text{ u.a.}$$

$$\int_{3}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x \approx 0,47 \text{ u.a.}$$

Exercice 53 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Frankfurt am Main (Germany)) Calc. : ✗

Soit G une primitive telle que $G(x) = x^3 - x^2 - 3x + c$ où c est une constante réelle.

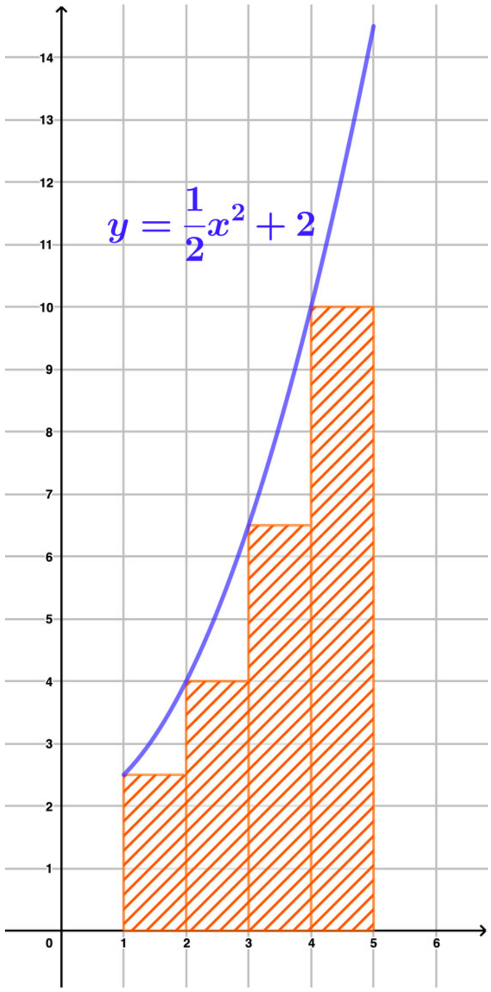
2 points — 1. **Déterminer** l'expression de la primitive G telle que $G(2) = 4$.

1 point — 2. **Montrer** que G est une primitive de la fonction g :
$g(x) = 3x^2 - 2x - 3$

2 points — 3. On admet que $G(x) = x^3 - x^2 - 3x + 6$. **Calculer** :

$$\int_{0}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x$$

Exercice 54 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Frankfurt am Main (Germany)) Calc. : ✗

	Soit la courbe de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$. 
5 points	**Calculer** à l'aide de la méthode des rectangles, en utilisant les rectangles inférieurs représentés ci-dessus, une approximation de l'aire délimitée par la courbe de la fonction f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 5$.

Exercice 55 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Frankfurt am Main (Germany)) Calc. : ✗

Lors d'un voyage, Marc a acheté du pain mais l'a oublié dans son sac. Quelques jours plus tard, il le retrouve au fond du sac, mais des moisissures se sont développées sur certaines parties.
Les moisissures se développent selon la formule suivante :

$$P(t) = 0,5\mathrm{e}^{\ln(1,5)\cdot t}$$

avec $P(t)$ le pourcentage de pain couvert de moisissures et t le temps en jours, où $t = 0$ correspond au jour où il a retrouvé le pain.

3 points

1. La formule $P(t)$ peut aussi être écrite sous une autre forme.
   Choisir la bonne forme (P_1, P_2, P_3 ou P_4) et **justifier** votre réponse.

$$P_1(t) = 0,5 \times \ln(1,5)^t$$

$$P_2(t) = 1,5 \times 0,5^t$$

$$P_3(t) = 0,5 \times 1,5^t$$

$$P_4(t) = 1,5 \times \ln(0,5)^t$$

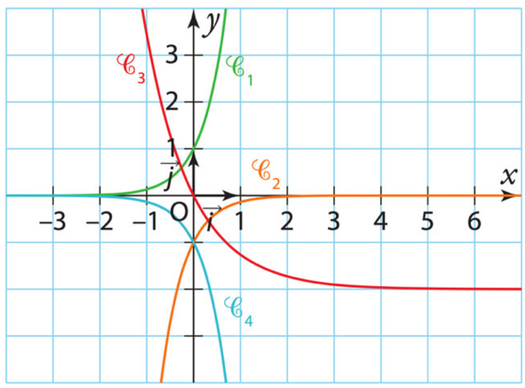
2 points

2. **Calculer** le pourcentage du pain couvert de moisissures à $t = 1$, soit 1 jour après l'avoir retrouvé.

Exercice 56 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Frankfurt am Main (Germany)) Calc. : ✗

On considère les fonctions exponentielles suivantes, toutes définies sur $\mathbb{R}$.

- f définie par $f(x) = \mathrm{e}^{2x}$
- g définie par $g(x) = 2\mathrm{e}^{-x} - 2$
- h définie par $h(x) = -\mathrm{e}^{2x}$
- k définie par $k(x) = -\mathrm{e}^{-2x}$



5 points

Associer à chaque courbe sa fonction, **justifier** chaque réponse.

Exercice 57 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Frankfurt am Main (Germany)) Calc. : ✗

Le nombre de bactéries dans une boîte de Petri est étudié en laboratoire. Leur croissance peut être modélisée par la fonction :

$$N(t) = 1\ 000 \times 1,05^t$$

Où $N(t)$ est le nombre de bactéries après t jours.

1 point — 1. **Donner** le nombre de bactéries au début de l'expérience.

1 point — 2. **Donner** le taux de croissance de bactéries, en pourcentage.

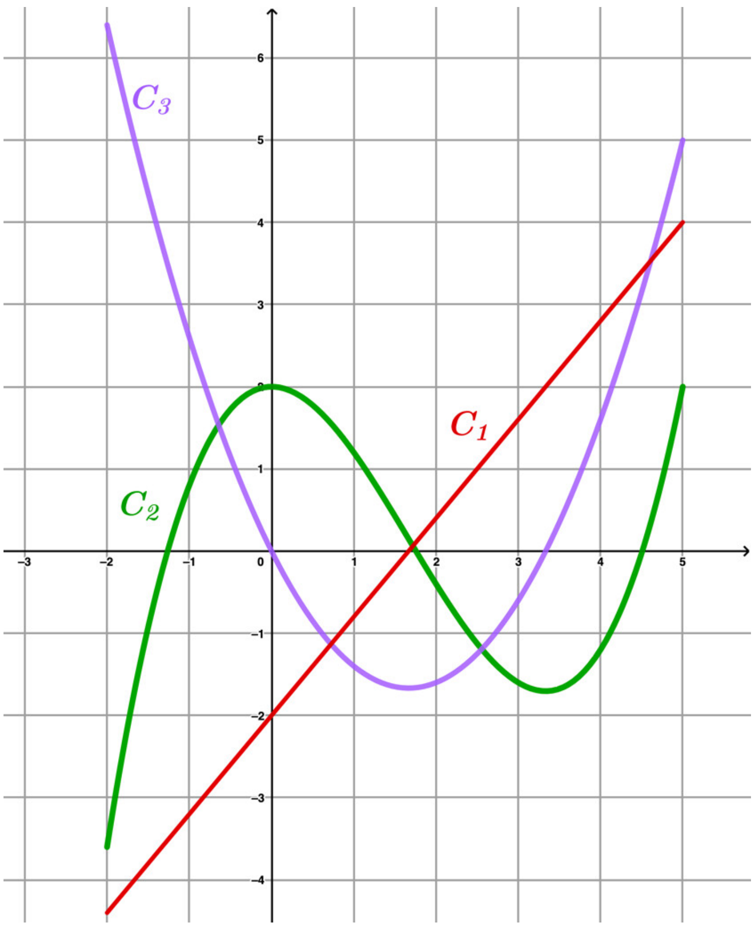
2 points — 3. **Calculer** le nombre de bactéries après le premier jour.

1 point — 4. **Expliquer** pourquoi ce modèle ne peut pas être utilisé sur une très grande échelle de temps.

Exercice 58 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Frankfurt am Main (Germany)) Calc. : ✗

5 points

Soient trois courbes représentatives de fonctions C_1, C_2 et C_3 dans le repère ci-dessous. **Identifier** parmi ces trois courbes : laquelle est la fonction f, laquelle est F, la primitive de f, et laquelle est f', la dérivée de f. **Justifier** votre réponse.



Exercice 59 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Luxembourg (Luxembourg)) Calc. : ✗

Lorsqu'un gâteau est sorti du four, il refroidit dans la cuisine, où la température est de 24 degrés Celsius. La température T du gâteau (en degrés Celsius) après le temps t (en minutes) peut être calculée avec la formule :

$$T(t) = 24 + 200 \cdot e^{\ln(0,5)\cdot t}$$

1 point a) **Calculer** la température du gâteau juste à sa sortie du four.

2 points b) **Calculer** la température du gâteau 2 minutes après sa sortie du four.

2 points c) **Déterminer** la température du gâteau à long terme. **Justifier** votre réponse.

Exercice 60 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Luxembourg (Luxembourg)) Calc. : ✗

Soit la fonction $f(x) = \ln(x)$.

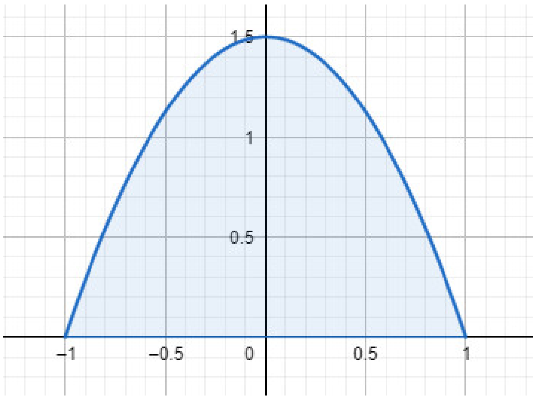
2 points a) **Donner** le domaine et les limites de cette fonction.

2 points b) **Déterminer** le point sur le graphique de $f(x)$ où la tangente à la courbe sera parallèle à la droite $y = 3x - 2$.

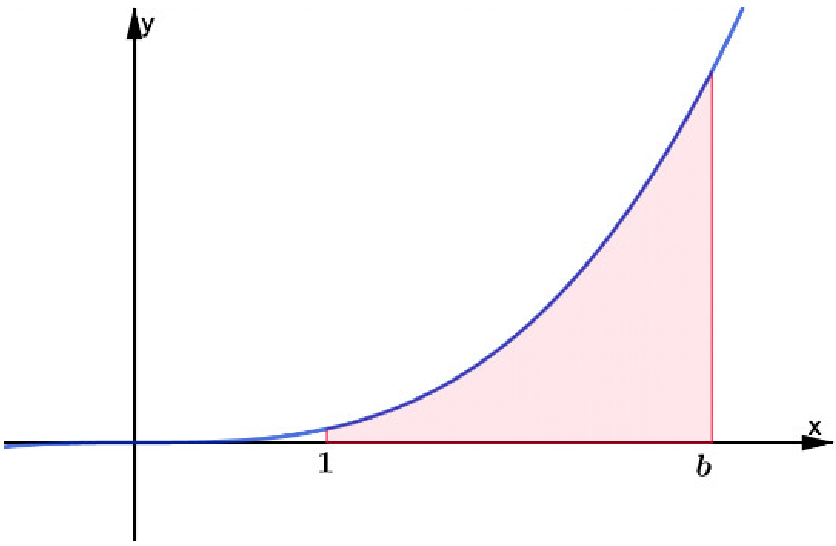
1 point c) **Classer** les expressions suivantes de la plus petite à la plus grande :

$$\ln 1, \qquad \ln e^2, \qquad e^0, \qquad -\ln e$$

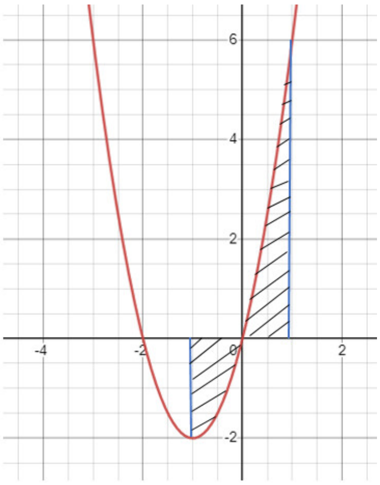
Exercice 61 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Luxembourg (Luxembourg)) Calc. : ✗

5 points	Les élèves de S7 de l'école européenne vont camper lors de leur dernier jour d'école. Un groupe d'étudiants a une tente qui a une porte d'entrée en forme de parabole et qui peut être modélisée avec la fonction : $$f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}$$ Le graphique de la fonction est représenté ci-contre. La hauteur, $f(x)$, et la largeur, x, de la porte de la tente sont exprimées en mètres. **Montrer** que l'aire de la porte de la tente est de 2 m^2. 

Exercice 62 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Luxembourg (Luxembourg)) Calc. : ✗

5 points	Une primitive de la fonction $f(x)$ est : $$F(x) = \frac{1}{4}x^4 + 2$$ Le graphique de la fonction $f(x)$ est représenté ci-dessous. **Trouver** la valeur de $b > 1$ si l'aire grisée est égale à 20 u.a. 

Exercice 63 — Pre baccalaureat 2023-01-31 (Varese (Italy)) Calc. : ✗

5 points	La fonction F telle que $F(x) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 2$ est une primitive de la fonction f. Soit la courbe représentative de la fonction f représentée ci-dessous. **Montrer** que l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe représentative de f, les droites d'équations $x = -1$ et $x = 1$ et l'axe OX vaut 4 unités d'aire. 

Exercice 64 — Pre baccalaureat 2023-01-31 (Varese (Italy)) Calc. : ✗

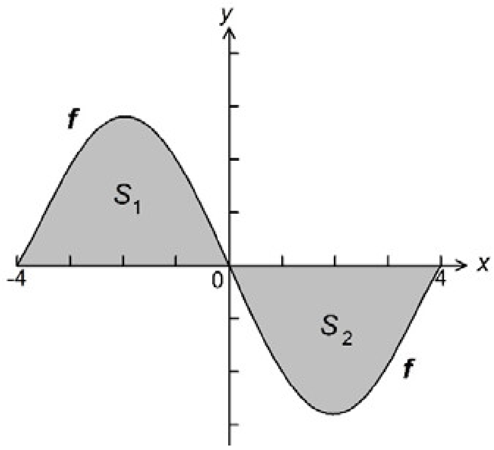
	Des scientifiques observent la population de coccinelles dans un champ. La population peut être modélisée par la fonction $P(t) = 200 \cdot \mathrm{e}^{\ln(1{,}015)t}$ où $P(t)$ est le nombre de coccinelles et t est le temps en semaines après le début des observations.
1 point	a) Combien de coccinelles y avait-il au début des observations ?
2 points	b) **Calculer** le nombre de coccinelles après une semaine.
2 points	c) **Déterminer** le pourcentage d'augmentation hebdomadaire.

Exercice 65 — Baccalaureat 2023-06-12 (All european schools) Calc. : ✗

	On considère les fonctions f et F définies par $f(x) = 4x^3 + 3x^2 \qquad \text{et} \qquad F(x) = x^4 + x^3 + 5.$
2 points	a) **Montrer** que F est une primitive de f.
3 points	b) **Calculer** $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Exercice 66 — Baccalaureat 2023-06-12 (All european schools) Calc. : ✗

La figure ci-dessous montre le graphique d'une fonction f et deux surfaces S_1 et S_2 délimitées par le graphique de f et l'axe des abscisses.
Le graphique est symétrique par rapport à l'origine du repère.



On donne : $\displaystyle\int_{-4}^{0} f(x)\,\mathrm{dx} = 7.$

2 points — a) **Interpréter** l'intégrale $\displaystyle\int_{-4}^{0} f(x)\,\mathrm{dx}$ graphiquement.

3 points — b) **Déterminer**

1. $\displaystyle\int_{0}^{4} f(x)\,\mathrm{dx}.$
2. $\displaystyle\int_{-4}^{4} f(x)\,\mathrm{dx}.$
3. l'aire de la surface S_2.

Exercice 67 — Baccalaureat 2023-06-12 (All european schools) Calc. : ✗

On est en train de vider une piscine et le volume d'eau qui reste peut être modélisé par la fonction V donnée par

$$V(t) = 5\ 000 \cdot 0,60^t, \qquad t > 0,$$

où le temps t est mesuré en heures et $V(t)$, mesuré en litres, est le volume d'eau restant à l'instant t.
La vidange de la piscine commence à l'instant $t = 0$.

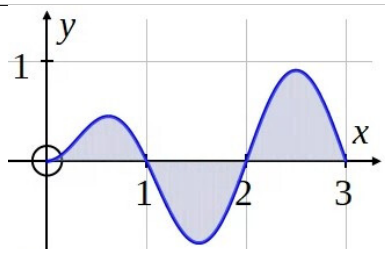
2 points — a) **Déterminer** le volume d'eau dans la piscine au départ et après 1 heure.

2 points — b) **Calculer** en pourcentage le taux auquel le volume d'eau diminue par heure.

1 point — c) **Expliquer** ce que le modèle nous révèle à propos du volume d'eau restant après un temps très long.

Exercice 68 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Differdange (Luxembourg)) Calc. : ✗

Un nouveau logo d'entreprise est présenté à droite et sera en acier pour être affiché à l'extérieur du siège social.
La courbe est définie par la fonction $y = f(x)$.



2.5 points a) **Identifier** laquelle des deux intégrales suivantes calculerait correctement la surface d'acier requise.

1. $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{dx} + \int_1^2 f(x)\,\mathrm{dx} + \int_2^3 f(x)\,\mathrm{dx}$
2. $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{dx}$
3. $\int_0^3 |f(x)|\,\mathrm{dx}$
4. $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{dx} - \int_1^2 f(x)\,\mathrm{dx} + \int_2^3 f(x)\,\mathrm{dx}$

2.5 points b) **Expliquer** pourquoi les autres intégrales donneraient une réponse incorrecte.

Exercice 69 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Differdange (Luxembourg)) Calc. : ✗

Début 2022, une entreprise a acheté une machine pour 100 000 € pour fabriquer des objets en plastique.
Chaque année la machine perd 20% de sa valeur.

3 points a) **Montrer** qu'une formule possible pour modéliser la valeur après x ans est :

$$P(x) = 100\ 000 \cdot \mathrm{e}^{\ln(0,8)\cdot x}$$

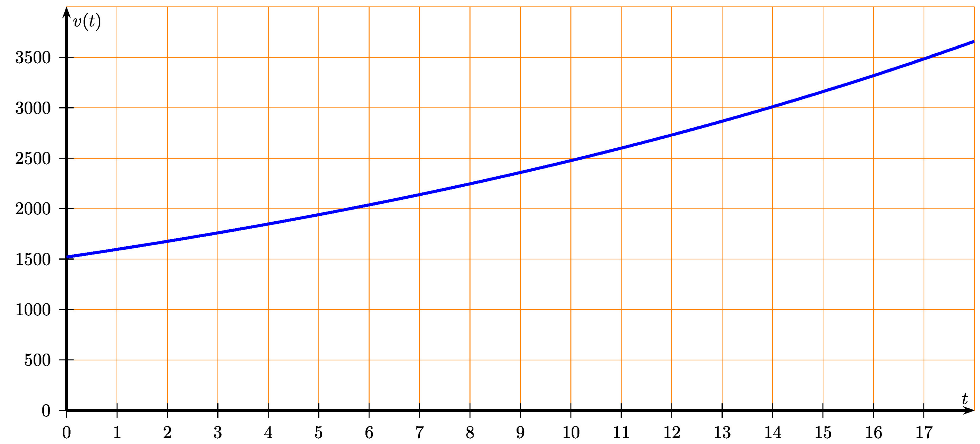
2 points b) **Calculer** la valeur de la machine début 2024.

Exercice 70 — Pre baccalaureat 2023-01-23 (Paris (France)) Calc. : ✗

Le nombre mensuel de visiteurs dans un musée est modélisé par $v(t) = 1\ 520 \times (1,05)^t$ où t est le nombre de mois depuis l'ouverture du musée en mai 2020.

2 points a) **Interpréter** les nombres 1 520 et $1,05$ dans ce contexte.

Le graphique de v ci-dessous sera utilisé pour répondre aux questions b) et c).



1 point b) **Estimer** le nombre de visiteurs en décembre 2020.

2 points c) Le musée devra embaucher un membre supplémentaire du personnel si le nombre de visiteurs dépasse 3 000. **Déterminer** la date de recrutement de cet agent.

Exercice 71 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mamer (Luxembourg)) Calc. : ✗

La valeur d'un certain vin de luxe augmente rapidement. Le prix d'une bouteille peut être modélisé par la fonction :

$$f(t) = 1\ 400 \cdot e^{\ln(1,10)\cdot t}$$

où $f(t)$ est le prix d'une bouteille en euros et t représente les années après 2020.

3 points a) **Interpréter** les deux nombres 1 400 et $1,10$.

2 points b) **Calculer** le prix d'une bouteille en 2021.

Exercice 72 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mamer (Luxembourg)) Calc. : ✗

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \ln(x)$.

1 point a) **Donner** le domaine de f.

1 point b) **Donner** la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$.

1.5 point c) **Déterminer** les intervalles sur lesquels f augmente ou diminue.

1.5 point d) **Donner** la fonction réciproque de f.

Exercice 73 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mamer (Luxembourg)) Calc. : ✗

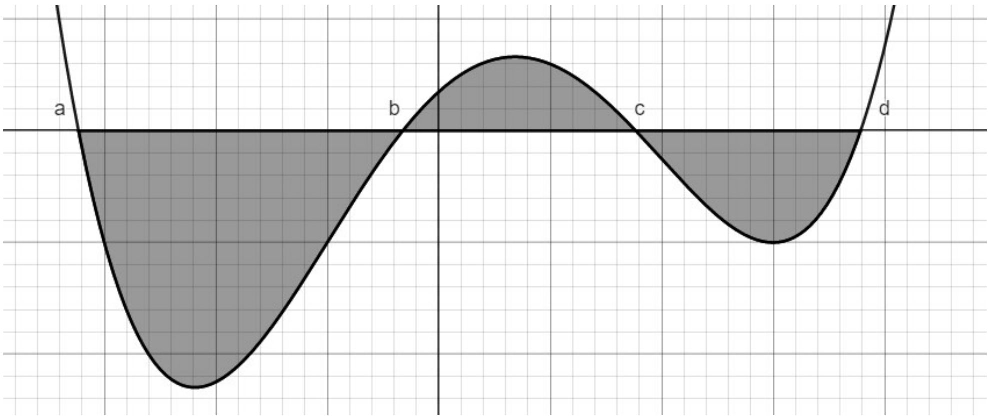
Soit $f(x) > g(x)$ deux fonctions positives, avec les primitives respectives $F(x)$ et $G(x)$. On sait en outre que :

x	1	4
$F(x)$	-3	8
$G(x)$	2	6

5 points **Déterminer** l'aire de la surface délimitée par les graphiques de f et g et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 4$.

Exercice 74 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mamer (Luxembourg)) Calc. : ✗

Le graphique de la fonction f est présenté ici :



Compte tenu des résultats suivants :

$$\int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x = 2,3 \qquad \int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x = -1,1 \qquad \int_b^d f(x)\,\mathrm{d}x = -0,4$$

5 points

… **calculer** la valeur de la zone grisée.

Exercice 75 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mol (Belgium)) Calc. : ✗

5 points

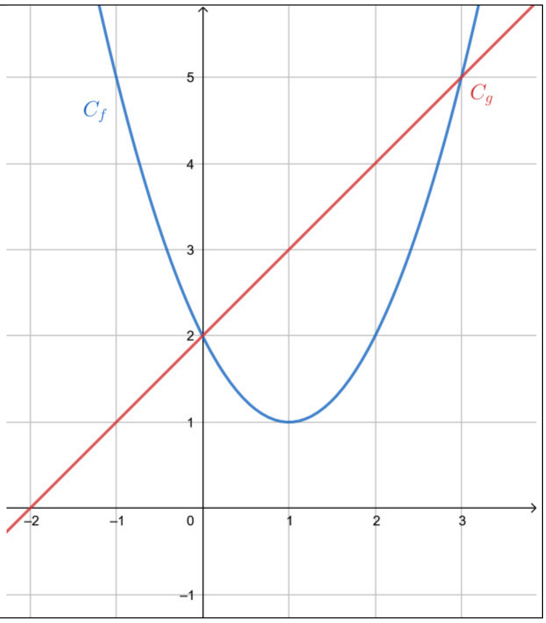
Soient les fonctions f et g respectivement définies par :

$$f(x) = x^2 - 2x + 2 \quad \text{et} \quad g(x) = x + 2$$

et représentées dans le graphique ci-contre.

a) **Expliquer** ce que représente graphiquement $\int_0^3 |f(x) - g(x)|\,\mathrm{d}x$ (vous pouvez pour cela reproduire le graphique et y indiquer votre réponse).

b) **Calculer** $\int_0^3 |f(x) - g(x)|\,\mathrm{d}x$.



Exercice 76 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mol (Belgium)) Calc. : ✗

5 points

La valeur d'un véhicule électrique acheté neuf peut être modélisé par la fonction :

$$V(t) = 40\ 000 \times e^{\ln(0,80)t}$$

où $V(t)$ est la valeur du véhicule (en euros), t années après l'achat.

a) **Identifier** la formule équivalente à la formule $V(t)$ parmi les propositions V_1, V_2, V_3 et V_4 :

$V_1(t) = 40\ 000 \times \ln(0,80)t$ $\qquad$ $V_2(t) = 40\ 000 \times 0,80t$

$V_3(t) = 0,80 \times \ln(40\ 000)t$ $\qquad$ $V_4(t) = 0,80 \times 40\ 000t$

b) **Déterminer** le prix d'achat initial du véhicule (neuf).

c) **Calculer** la valeur du véhicule un an après son achat.

Exercice 77 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Uccle (Belgium)) Calc. : ✗

5 points

On suppose que plus les enfants maîtrisent leur 1ère langue (langue maternelle), plus ils réussiront dans leur langue seconde.
Dans un groupe préscolaire, 12 enfants bilingues ont été testés dans leur langue maternelle et leur langue seconde. La note maximale pour chaque test était de 20 points. Les résultats des deux tests sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Notes de la langue maternelle	5	9	12	13	15	16	18	19	20
Notes de la langue seconde	5	5	5	8	5,5	9,5	13	19	20

a) **Tracer** un graphique en nuage de points représentant les données du tableau. Les points de la première langue sont la variable indépendante et les points de la langue seconde sont la variable dépendante.

b) Le coefficient de corrélation linéaire est $r = 0,84$. En se basant sur ce coefficient de corrélation, **interpréter** la relation entre ces deux variables.

c) Nous décidons d'utiliser une régression exponentielle. **Tracez** sur le graphique de la question a) le graphe d'une fonction exponentielle qui correspond à ces résultats.

Exercice 78 — Baccalaureat 2023-06-19 (All european schools) Calc. : ✗

5 points

On considère la fonction f définir par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$.
Esquisser le graphique de f dans un système de coordonnées et **tracer** 4 rectangles pour approcher la surface délimitée par le graphique de f et l'axe des abscisses pour $0 \leq x \leq 4$.
Utiliser ces rectangles pour **déterminer** une valeur approchée de l'aire de cette surface.

Exercice 79 — Baccalaureat 2023-06-19 (All european schools) Calc. : ✗

Dans une exploitation agricole, la production de blé P en kg par hectare peut être modélisée par

$$P(t) = 6\ 000 \cdot e^{-\ln(2)\cdot t},$$

où t est le nombre d'années après 2022.

2 points — a) **Calculer** la production de blé en 2023 selon ce modèle.

3 points — b) **Déterminer** en quelle année la production de blé sera de 1 500 kg par hectare selon ce modèle.

Exercice 80 — Pre baccalaureat 2023-01-24 (Strasbourg (France)) Calc. : ✗

5 points

Une boîte de Petri est placée dans un four chauffé afin d'éliminer les bactéries. Le nombre de bactéries est modélisé en fonction du temps t en heures par la fonction N avec

$$N(t) = 1\ 000 \cdot e^{\ln(0,5)\cdot t}.$$

a) Parmi les propositions suivantes, choisissez la seule qui soit égale à $N(t)$, sans justification :

$N_1(t) = 1\ 000 \cdot \ln(0,5)^t$	$N_2(t) = 0,5 \cdot 1\ 000^t$
$N_3(t) = 1\ 000 \cdot (0,5)^t$	$N_4(t) = 0,5 \cdot \ln(1\ 000)^t$

b) Combien de bactéries y a-t-il au début ?

c) Combien de bactéries reste-t-il après deux heures ?

Exercice 81 — Pre baccalaureat 2023-01-24 (Strasbourg (France)) Calc. : ✗

5 points

Un appartement est proposé à la location. Le propriétaire propose deux manières de calculer le loyer :
Choix A : Le montant du loyer est de 1 000 € au départ, et augmente de 25 € chaque année.
Choix B : Le montant du loyer est de 1 000 € au départ, et augmente de 2% par an.

a) Calculer le montant du loyer la deuxième et la troisième année pour l'option A.
b) Calculer le montant du loyer la deuxième et la troisième année pour l'option B.
c) Modéliser par une fonction $f(x)$, le montant du loyer mensuel pour le choix A en fonction des années x.
d) Modéliser par une fonction $g(x)$, le montant du loyer mensuel pour le choix B en fonction des années x.
e) Expliquer quel choix vous feriez à long terme.

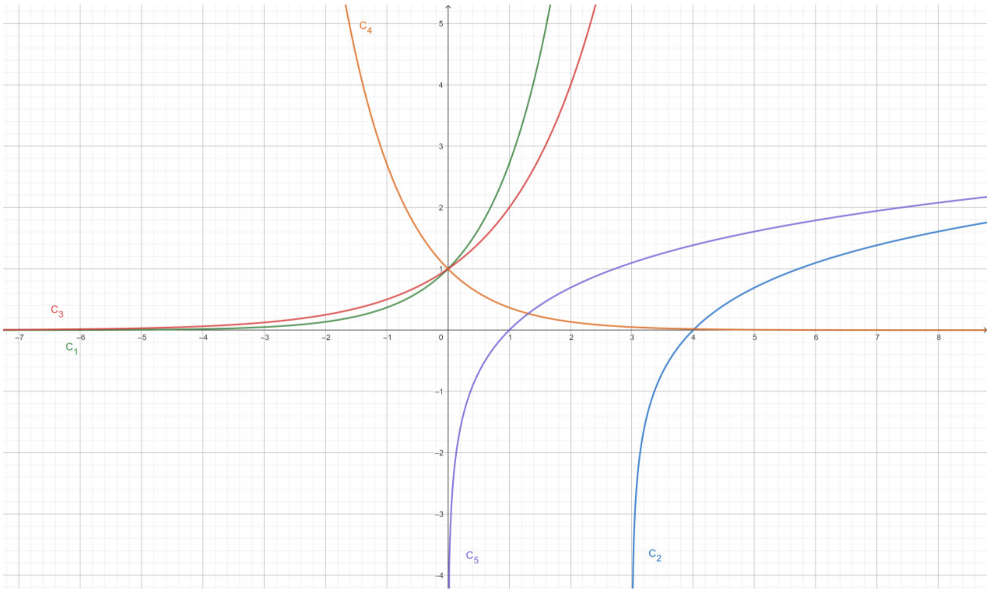
Exercice 82 — Pre baccalaureat 2023-01-24 (Strasbourg (France)) Calc. : ✗

5 points

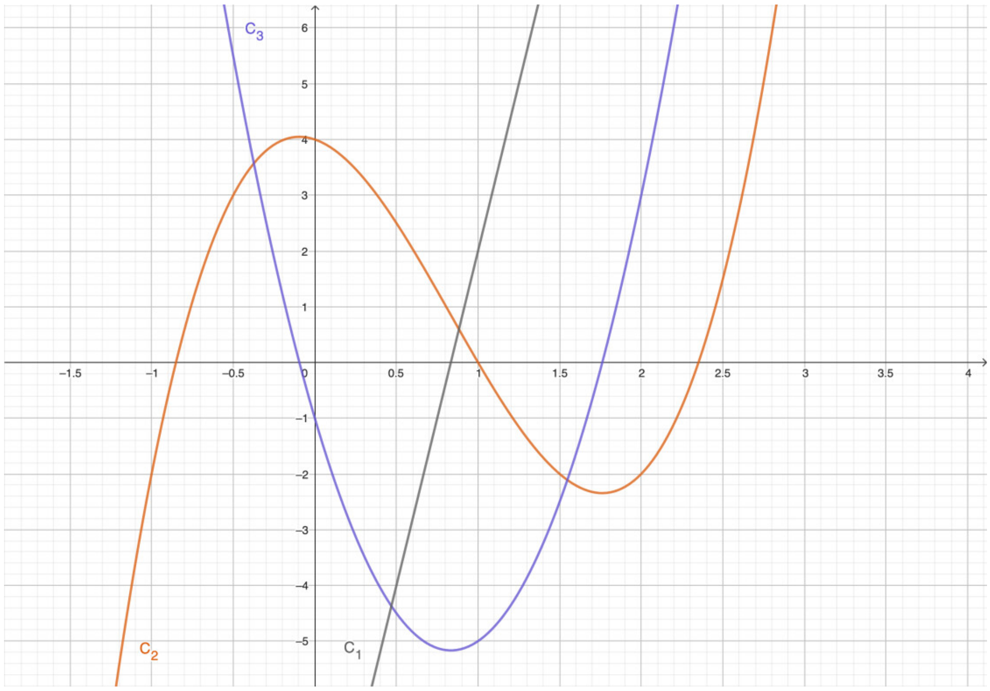
On donne les représentations graphiques des cinq fonctions ci-dessous :

$$f(x) = 2^x \qquad g(x) = e^x \qquad h(x) = \ln(x) \qquad i(x) = \ln(x-3) \qquad j(x) = e^{-x}$$

Indiquer quel graphique correspond à quelle fonction sans explications.



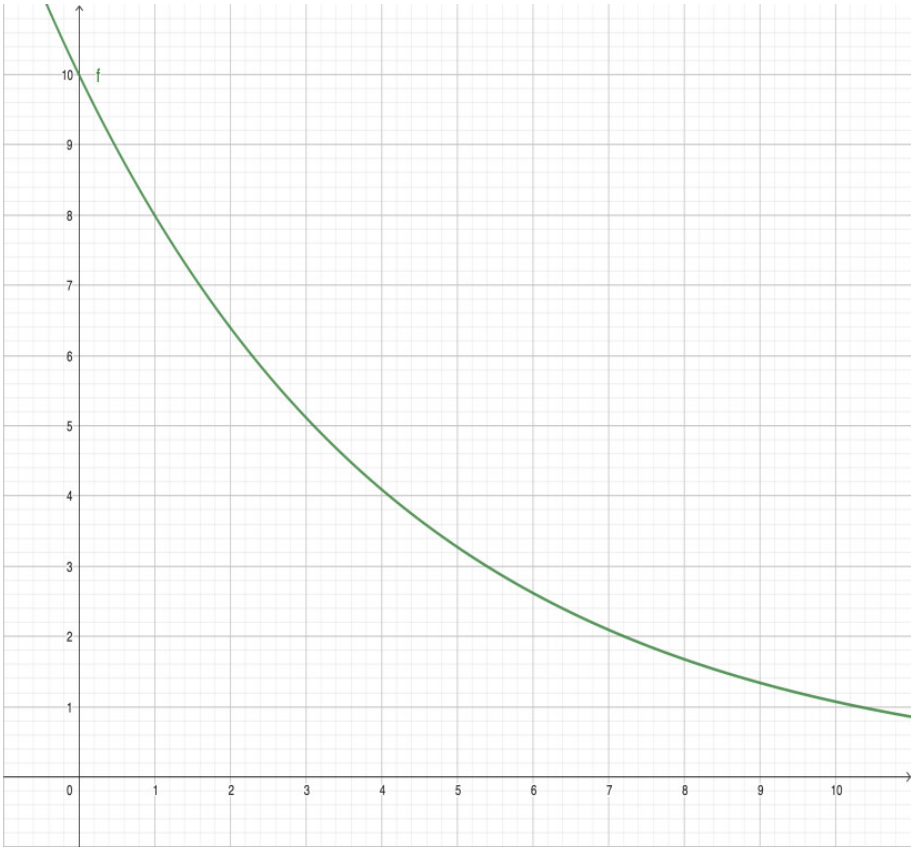
Exercice 83 — Pre baccalaureat 2023-01-24 (Strasbourg (France)) Calc. : ✗

5 points	On donne les graphes d'une fonction f, de sa dérivée f', et de l'une de ses primitives F. Expliquer quel graphe correspond à quelle fonction. 

Exercice 84 — Pre baccalaureat 2023-01-24 (Strasbourg (France)) Calc. : ✗

5 points	Un corps se déplace en ligne droite, entre $t = 0$ et $t = 6$ (en secondes), avec une vitesse $v(t) = 4t$ (en mètres par seconde). La dérivée $v'(t)$ de la vitesse est l'accélération. La position du corps le long de la ligne droite est modélisée par une primitive $V(t)$ de la vitesse. a) Quelle est la vitesse initiale du corps ? Quelle vitesse atteint-il après 3 secondes ? b) Calculer l'accélération en fonction du temps t. c) Calculer la primitive V de la fonction v pour laquelle $V(0) = 10$. d) Quelle distance le corps a-t-il parcouru pendant les 6 premières secondes ?

Exercice 85 — Pre baccalaureat 2023-01-24 (Strasbourg (France)) Calc. : ✗

5 points	La fonction ci-dessous montre l'écoulement d'un liquide. La fonction de débit est notée f. $f(t)$ est le débit instantané à l'instant t (en minutes), en litres par minute.  a) Ecrire une intégrale donnant l'aire entre la courbe et l'axe des abscisses, pour $0 \le t \le 5$. b) Estimer cette aire avec la méthode des rectangles. On considérera des rectangles dont la base mesure 1 min. Donner une sous-estimation et une sur-estimation. c) A quoi correspond l'aire entre la courbe de f et l'axe des abscisses, pour $0 \le t \le 5$? d) Le liquide s'écoule dans un bidon de 25 litres. Le bidon sera-t-il complètement rempli au bout de 5 minutes ?

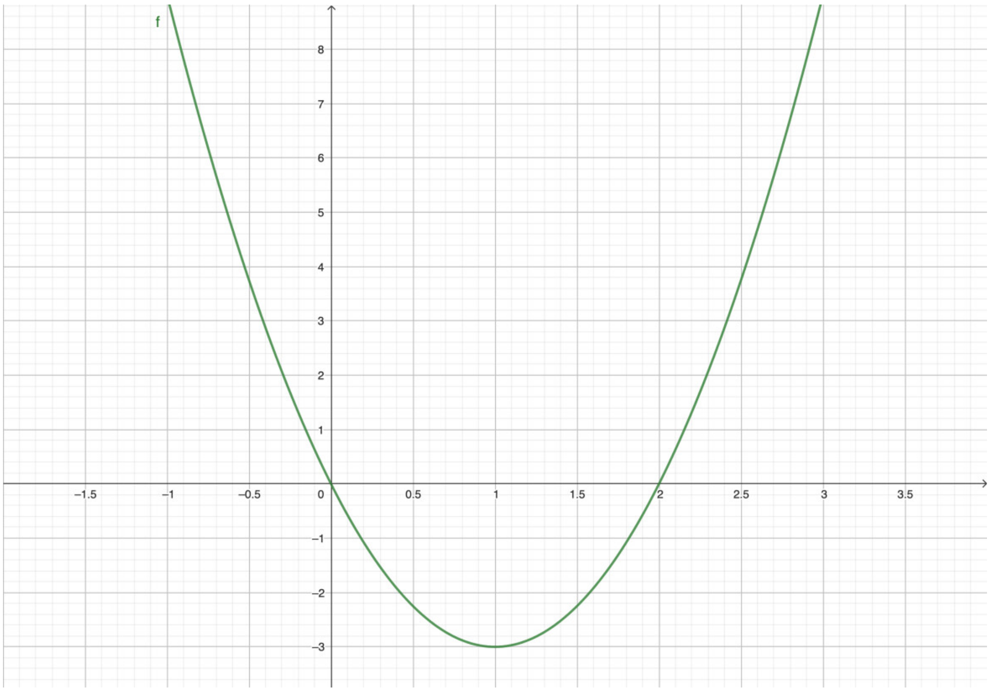
Exercice 86 — Pre baccalaureat 2023-01-24 (Strasbourg (France)) Calc. : ✗

5 points

On donne le graphe de la fonction $f(x) = 3x^2 - 6x$.

a) Calculer une primitive de la fonction f.

b) Calculer l'aire entre la courbe de f et l'axe des abscisses, pour $0 \leq x \leq 3$.



Exercice 87 — Pre baccalaureat 2023-01-24 (Strasbourg (France)) Calc. : ✗

5 points

a) Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_0^1 4e^{5x}\ \mathrm{d}x$.

b) Calculer la primitive $F(x)$ de la fonction $f(x) = -3x^2 + x + 7$ pour laquelle $F(0) = 5$.

Exercice 88 — Pre baccalaureat 2023-01-24 (Strasbourg (France)) Calc. : ✗

5 points

On donne les trois intégrales suivantes

$$I = \int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 12 \qquad J = \int_{2}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x = 3 \qquad K = \int_{5}^{-2} g(x)\,\mathrm{d}x = 14$$

a) Faire un schéma des graphes de f et de g en respectant les conditions imposées par les intégrales.

b) Calculer les trois intégrales suivantes en utilisant les intégrales I, J et K.

$$A = \int_{-2}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x \qquad B = \int_{-2}^{5} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x \qquad C = \int_{-2}^{5} 5f(x)\,\mathrm{d}x$$

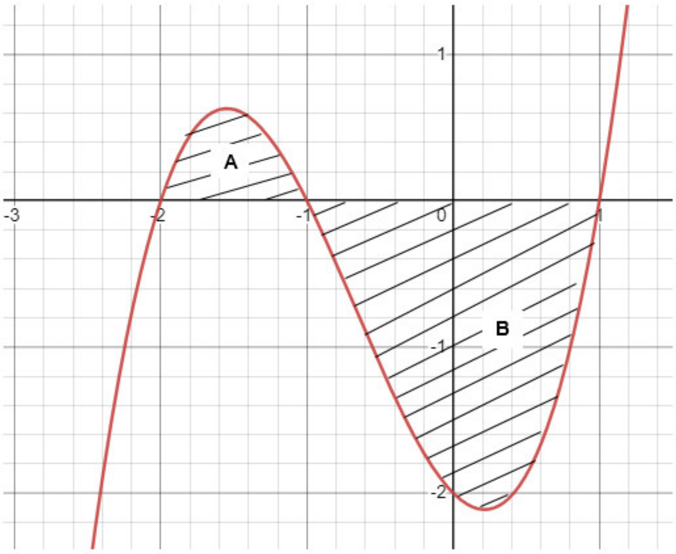
Exercice 89 — Pre baccalaureat 2023-01-31 (Varese (Italy)) Calc. : ✗

5 points

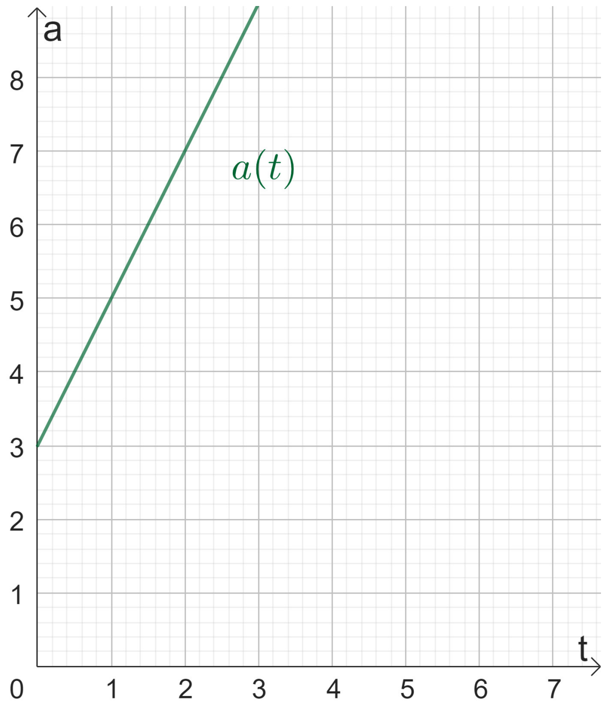
Une fonction exponentielle est de la forme $f(x) = e^{a \cdot x + b}$. Le graphique de la fonction f passe par les points de coordonnées $(0; e)$ et $\left(1; \dfrac{1}{e}\right)$.

Déterminer les valeurs des paramètres a et b, et donner l'expression analytique de la fonction f, soit $f(x)$.

Exercice 90 — Pre baccalaureat 2023-01-31 (Varese (Italy)) Calc. : ✗

5 points	Soit le graphique d'une fonction f représenté ci-dessous. Étant donné que l'aire $A = 1,37$ et l'aire $B = 4,50$, **trouver** $\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$. 

Exercice 91 — Pre baccalaureat 2023-01-31 (Varese (Italy)) Calc. : ✗

5 points	*La fonction accélération a est définie comme $a(t) = v'(t)$, où v est la fonction vitesse.* L'accélération a (in m/s^2) d'un objet au temps t en secondes (s) peut être modélisée par la fonction a. Le graphique de a est représenté ci-dessous.  La vitesse de l'objet à $t = 0$ est égale à 7 m/s. **Calculer** la vitesse après 2 secondes.

Exercice 92 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mamer (Luxembourg)) Calc. : ✗

Déterminer si les phrases suivantes sont vraies (V) ou fausses (F) et **justifier** à chaque fois :

1 point a) Le point $A(e; 1)$ appartient au graphique de la fonction $y = \ln(x)$.

1 point b) Quand une fonction est positive, sa dérivée est nécessairement croissante.

1 point c) Soit f une fonction définie par $f(x) = e^x - 1$. Sa dérivée est égale à zéro pour $x = 0$.

1 point d) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $\int_0^3 f(x)\,dx > 0$ et $\int_3^6 f(x)\,dx < 0$.

On peut ainsi écrire : $\int_0^6 f(x)\,dx = 0$

1 point e) Un nuage de points $(x; y)$ a un coefficient de corrélation linéaire de $-0,95$. On peut donc affirmer que la corrélation est faible.

3 Probabilités (sans calc.) — Syllabus de S6

Exercice 93 — Annals 0 2021-02-12 (All european schools) Calc. : ✗

Une petite chaîne de supermarchés emploie 900 personnes, dont 10 travaillent à la direction, mais un seul des directeurs est une femme. Les 809 autres femmes travaillent dans les magasins.

5 points **Montrer** que l'obtention d'un poste à la direction de cette entreprise dépend du sexe.

Exercice 94 — Annals 0 2021-02-12 (All european schools) Calc. : ✗

Un couple a besoin d'un test Covid négatif pour rendre visite à des amis à l'étranger. On sait que 20% des tests donnent un résultat négatif, alors que la personne pourrait être infectée (résultat faussement négatif). La probabilité d'un résultat faussement positif est proche de zéro. On peut supposer que si l'un des deux est infecté, l'autre l'est aussi.

5 points **Expliquer** pourquoi cette situation est un processus de Bernoulli et **montrer** que la probabilité d'un résultat faussement négatif tombe à 4% lorsque les deux personnes sont testées.

Exercice 95 — Annals 0 2022-04-05 (All european schools) Calc. : ✗

5 points Un magasin d'habits livre des commandes passées en ligne. Sur les 400 habits qui ont été envoyés, 60 ont un problème de couleur, 90 ont un problème de taille et 260 n'ont aucun problème. On choisit un habit envoyé en ligne au hasard. **Calculer** la probabilité qu'il y ait un problème de couleur, sachant qu'il y a aussi un problème de taille.

Exercice 96 — Annals 0 2022-04-05 (All european schools) Calc. : ✗

On considère une variable aléatoire X. Le tableau ci-dessous montre la loi de probabilité de X :

x_i	0	1	2	3	4
p_i	$2a$	a	$0,1$	$0,3$	a

5 points **Calculer** l'espérance de X.

Exercice 97 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Laeken (Belgium)) Calc. : ✗

Marc et Jeff jouent 4 matchs de tennis l'un contre l'autre.

La probabilité que Marc gagne un match est de $\frac{1}{3}$.

Les résultats de chaque match sont indépendants.

5 points **Calculez** la probabilité que Marc gagne exactement un des 4 matchs.

Exercice 98 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Laeken (Belgium)) Calc. : ✗

5 points	Une enquête auprès de 80 élèves de S7 sur leur choix d'options a montré que : • 20 ont choisi la physique. • 33 ont choisi l'économie. • 41 n'ont choisi ni la physique ni l'économie. a) **Représentez** les résultats de cette enquête à l'aide d'un diagramme de Venn ou d'un tableau à double entrée. b) Combien d'élèves ont choisi la physique ou l'économie ? c) Un étudiant est interrogé au hasard. Sachant qu'il a choisi la physique, quelle est la probabilité qu'il ait également choisi l'économie ?

Exercice 99 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Laeken (Belgium)) Calc. : ✗

5 points	Lors du festival international du cerf-volant, un stand organise un concours pour gagner un cerf-volant. Il y a 10 cartes face cachée sur la table, 7 sont rouges et 3 sont noires. Il y a un dé à six faces à lancer. Vous gagnez si vous choisissez une carte rouge et que vous lancez un 5 **ou** si vous choisissez une carte noire et que vous lancez un nombre pair. a) **Justifiez**, par des calculs, avec laquelle de ces deux possibilités on a la plus grande probabilité de gagner. b) **Déterminez** la probabilité de gagner le cerf-volant.

Exercice 100 — Annals 0 2021-02-12 (All european schools) Calc. : ✗

5 points	Une nouvelle machine reconnaît le dopage dans le sang. Soit les deux événements suivants : • P = « le test est positif » • D = « le sportif était dopé » Après quelques tests, il a été constaté que sur 100 échantillons de sang de sportifs dopés, la machine en reconnaît 90. Cependant, elle donne également une mauvaise indication dans 5% des cas lorsque l'échantillon est propre. On suppose qu'un sportif sur dix est dopé lors d'un événement donné. On souhaite connaître la probabilité qu'un sportif ait effectivement été dopé lorsque le test est positif. 1. **Présenter** toutes les informations nécessaires avec des notations mathématiques correctes. 2. **Utiliser** une méthode appropriée pour déterminer la probabilité qu'un sportif soit dopé sachant que le test est positif.

Exercice 101 — Baccalaureat 2023-06-12 (All european schools) Calc. : ✗

2 points	a) **Calculer** de combien de façons les lettres du mot PARIS peuvent être ordonnées.
3 points	b) **Calculer** combien de "mots" (n'ayant pas nécessairement un sens) de 3 lettres différentes on peut écrire en utilisant les lettres du mot PARIS.

Exercice 102 — Baccalaureat 2023-06-12 (All european schools) Calc. : ✗

	Une enquête auprès de 100 étudiants s'inscrivant dans une université montre que • 45 parlent l'anglais • 40 parlent le français • 35 parlent l'allemand • 20 parlent à la fois l'anglais et le français • 23 parlent à la fois l'anglais et l'allemand • 19 parlent à la fois le français et l'allemand • 12 parlent les trois langues.
5 points	En utilisant un diagramme de Venn ou un autre procédé, **déterminer** la probabilité qu'un élève choisi au hasard parmi ces 100 élèves ne parle qu'une seule de ces trois langues.

Exercice 103 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Differdange (Luxembourg)) Calc. : ✗

	Dans un groupe de 500 élèves, 200 appartiennent au club d'échecs, 240 au club de lecture et 80 aux deux clubs.
5 points	**Calculer** la probabilité qu'un élève choisi au hasard n'appartienne pas au club d'échecs, étant donné qu'il n'appartient pas au club de lecture.

Exercice 104 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mamer (Luxembourg)) Calc. : ✗

	Un petit sac de sucettes est déposé dans une salle de classe. La moitié des sucettes sont vertes, le reste est rouge. 10 élèves entrent dans la classe, piochent au hasard une sucette dans le sac, l'un après l'autre, et la mangent.
5 points	La cueillette d'une sucette verte dans ce contexte est-elle un processus de Bernouilli ? **Justifier** la réponse.

Exercice 105 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mamer (Luxembourg)) Calc. : ✗

	La réglementation de l'Union européenne interdit aux compagnies aériennes de refuser de transporter des personnes à mobilité réduite uniquement en raison de leur handicap. Au Luxembourg, on estime qu'environ 1% des personnes à mobilité réduite utilisent les voyages en avion. On suppose que la population quittant le Luxembourg est suffisamment importante pour que la probabilité de sélectionner une personne à mobilité réduite soit constante. Sur un vol aérien Luxembourg–Londres, seuls deux sièges sur 150 étaient réservés à des personnes à mobilité réduite.
5 points	**Justifier** la décision de la compagnie aérienne de limiter à deux le nombre de sièges réservés aux personnes à mobilité réduite.

Exercice 106 — Baccalaureat 2023-06-12 (All european schools) Calc. : ✗

	Les candidats à un emploi dans une grande entreprise doivent passer un test d'aptitude. Ils sont • soit acceptés avec une probabilité de $\frac{1}{5}$ • soit refusés avec une probabilité de $\frac{1}{2}$ • soit retestés avec une probabilité de $\frac{3}{10}$. Lorsqu'ils sont retestés, il n'y a que deux résultats : l'acceptation avec une probabilité de $\frac{2}{5}$ ou le refus avec une probabilité de $\frac{3}{5}$.
2 points	a) **Tracer** un diagramme en arbre pour illustrer les résultats.
3 points	b) **Déterminer** la probabilité qu'un candidat sélectionné au hasard soit accepté.

Exercice 107 — Baccalaureat 2023-06-12 (All european schools) Calc. : ✗

	On lance une pièce de monnaie biaisée plusieurs fois. À chaque lancer, la probabilité d'obtenir face est de $\frac{1}{3}$.
2 points	a) S'agit-il d'un processus de Bernoulli ? **Justifier** la réponse.
2 points	b) On lance la pièce 3 fois. **Calculer** la probabilité d'obtenir exactement 2 fois face.
1 point	c) On lance la pièce 60 fois. **Calculer** l'espérance du nombre de fois qu'on obtient face.

Exercice 108 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Uccle (Belgium)) Calc. : ✗

5 points	À la cafétéria, on peut acheter des sandwichs. $\frac{3}{4}$ des personnes choisissent le poulet. Les autres choisissent le sandwich au thon. **Calculer** la probabilité de vendre exactement 2 sandwichs au poulet aux 3 prochains clients.

Exercice 109 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Uccle (Belgium)) Calc. : ✗

5 points	La probabilité qu'un homme soit au supermarché parce que sa femme l'y a envoyé est de $\frac{2}{3}$. La probabilité qu'un homme envoyé par sa femme au supermarché ait la pièce nécessaire pour le chariot est $\frac{1}{5}$. La probabilité qu'un homme qui est au supermarché sans avoir été envoyé par sa femme ait la pièce pour le chariot est de $\frac{3}{5}$. a) **Construire** un arbre pondéré traduisant cette expérience aléatoire. b) Sachant qu'un homme a la pièce pour le chariot, **calculer** la probabilité qu'il ait été envoyé au supermarché par sa femme.

Exercice 110 — Baccalaureat 2023-06-19 (All european schools) Calc. : ✗

5 points	Une étude menée dans une certaine université a révélé que • 70% des étudiants possèdent un ordinateur, • 40% des étudiants possédant un ordinateur possèdent également une voiture, • 55% des étudiants ne possèdent pas de voiture. Un étudiant de cette université est choisi au hasard. Considérons les deux événements suivants : Événement **O** : "l'étudiant possède un ordinateur", Événement **A** : "l'étudiant possède une voiture". Les événements **O** et **A** sont-ils indépendants ? **Justifier** la réponse.

Exercice 111 — Baccalaureat 2023-06-19 (All european schools) Calc. : ✗

800 chats ont été soumis à un nouveau test de dépistage d'un virus félin. Les chats ont également été testés avec une version plus ancienne du test, plus lente et plus coûteuse, mais tout à fait fiable. Les résultats suivants ont été obtenus :

	Avoir le virus	Ne pas avoir le virus	Total
Nouveau test positif	63		
Nouveau test négatif		717	
Total			800

5 points **Compléter** le tableau et le **copier** sur la copie.
À l'aide du tableau, **calculer** les probabilités suivantes :

- La probabilité d'obtenir un résultat négatif avec l'ancien test et un résultat positif avec le nouveau test.
- La probabilité que le nouveau test donne un résultat correct.
- La probabilité qu'un chat soit testé négatif avec le nouveau test, étant donné qu'il a le virus.

Exercice 112 — Baccalaureat 2023-06-19 (All european schools) Calc. : ✗

Leila se rend dans le jardin familial pour cueillir quelques pommes. Seule une pomme sur trois est bonne à manger. Les autres pommes sont mangées par les vers.
Leila cueille 4 pommes au hasard.

1 point a) Cela peut être considéré comme un processus de Bernoulli. **Expliquer** pourquoi.

2 points b) **Calculer** la probabilité que Leila cueille exactement 2 pommes bonnes à manger.

2 points c) **Calculer** la probabilité qu'au moins 1 des 4 pommes soit bonne à manger.

Exercice 113 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Luxembourg (Luxembourg)) Calc. : ✗

L'un des mammifères australiens les plus connus et les plus Instagramables est le quokka. Trouvés uniquement sur l'île de Rottnest, en Australie occidentale, ces petits marsupiaux aux visages souriants ressemblent aux animaux les plus heureux du monde.
Heureusement, 80% des touristes rencontrent un quokka lors de leur visite sur l'île de Rottnest.
Cependant, les jours de pluie, la probabilité de voir un quokka est réduit. Parmi les touristes qui ne rencontrent pas de quokkas, 9/10 ont déclaré qu'il pleuvait sur l'île.
Remarque : Sur l'île de Rottnest, il pleut 30% des jours au cours d'une année.

Un quokka

Soit l'évènement Q : un touriste rencontre un quokka sur l'île de Rottnest.
Soit l'évènement R : c'est un jour de pluie à Rottnest.

3 points a) **Représenter** les informations ci-dessus dans un tableau à double entrée.

2 points b) **Déterminer** la probabilité qu'un touriste sur l'île de Rottnest soit malchanceux sachant que ce n'est pas un jour de pluie.

Remarque : Un touriste est considéré comme malchanceux s'il ne rencontre pas de quokka lors de son voyage sur l'île.

Exercice 114 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Luxembourg (Luxembourg)) Calc. : ✗

Deux frères jouent aux fléchettes. La probabilité que Kevin gagne contre son frère aîné est de $\frac{1}{4}$.
Les frères jouent 4 tours d'affilée.

5 points **Montrer** que la probabilité que Kevin gagne exactement deux matchs est 6 fois plus élevée que si Kevin gagne exactement le premier et le deuxième tour.

Exercice 115 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mol (Belgium)) Calc. : ✗

5 points

Un serveur, travaillant dans une pizzeria, remarque qu'en moyenne, 40% des clients sont des familles, le reste étant des couples.
Il note aussi que :

- Sur 100 familles, 70 laissent un pourboire ;
- 4 couples sur 10 laissent un pourboire.

On s'intéresse aux événements suivants :

- F : « la table est occupée par une famille » ;
- C : « la table est occupée par un couple » ;
- R : « le serveur reçoit un pourboire ».

a) **Présenter** toutes les informations de l'énoncé dans un arbre de probabilités ou un tableau à double entrée.

b) **Déterminer** la probabilité que la table ait été occupée par une famille sachant que le serveur a reçu un pourboire.

Exercice 116 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mol (Belgium)) Calc. : ✗

5 points

Sur les 1 500 étudiants d'une université, 1 200 regardent des séries pendant la semaine, parmi lesquels 150 vont également au cinéma le weekend.
Les étudiants allant au cinéma le weekend, sans avoir regardé de série dans la semaine, sont au nombre de 200.
Déterminer si le fait d'aller au cinéma le weekend dépend du fait d'avoir regardé une série en semaine.

Exercice 117 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mol (Belgium)) Calc. : ✗

5 points

Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules blanches. On tire 3 boules au hasard.

a) **Indiquer** à quelle(s) condition(s) cette situation pourrait être considérée comme un schéma de Bernoulli.

b) En admettant la(les) condition(s) du a) vérifiée(s), **calculer** la probabilité de n'obtenir que des boules rouges à l'issue des 3 tirages.

Exercice 118 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mol (Belgium)) Calc. : ✗

Soit une variable aléatoire X. Le tableau ci-dessous indique la loi de probabilité de X :

x_i	10	20	30	40	50
p_i	a	0,01	0,2	$3a$	0,35

5 points

Calculer l'espérance de la variable X.

Exercice 119 — Pre baccalaureat 2023-01-23 (Paris (France)) Calc. : ✗

Il est demandé à 32 étudiants s'ils savent jouer du piano et/ou de la guitare. Les réponses sont :

- 15 jouent du piano
- 8 jouent du piano et de la guitare
- 21 jouent d'au moins un des deux instruments

3 points — a) **Construire** un diagramme de Venn pour afficher les informations et **calculer** toutes les valeurs numériques possibles qui pourraient être affichées sur le diagramme.

1 point — b) Un élève est choisi au hasard, **calculer** la probabilité que cet élève ne joue d'aucun des deux instruments. (donner la réponse sous forme de fraction)

1 point — c) Un élève est choisi au hasard, **calculer** la probabilité que cet élève joue uniquement de la guitare. (donner la réponse sous forme de fraction)

Exercice 120 — Pre baccalaureat 2023-01-23 (Paris (France)) Calc. : ✗

Soient A et B deux événements tels que $p(\mathrm{A}) = 0,6$, $p(\mathrm{B}) = 0,2$ et $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0,7$

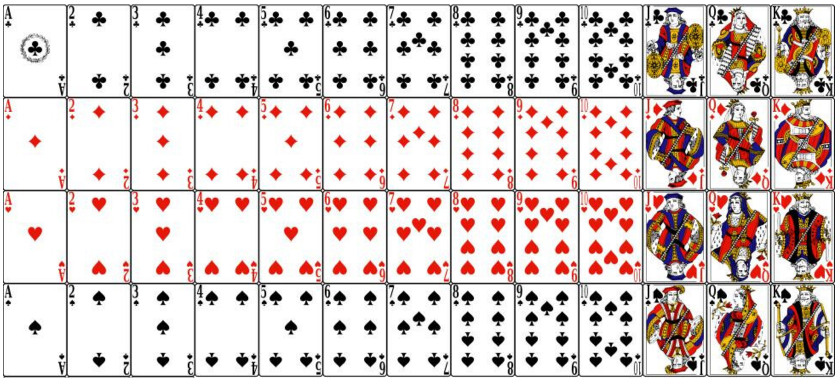
1 point a) **Calculer** $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$.

2 points b) A et B sont-ils indépendants ? **Justifier**.

c) **Calculer** $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$.

Exercice 121 — Pre baccalaureat 2023-01-23 (Paris (France)) Calc. : ✗

Un joueur pioche une carte dans un paquet de 52 cartes.



Soit X la variable aléatoire qui comptera les points comme suit :

- les cartes de valeur nominale 2 à 9 donnent 1 point
- les cartes d'une valeur nominale de 10 donnent 5 points
- les valets, les dames et les rois donnent 10 points
- les as donnent 20 points

2 points a) **Donner** la distribution de probabilité de X.

1 point b) **Calculer** la probabilité que le joueur obtienne au moins 10 points (donner la réponse sous forme de fraction).

2 points c) **Calculer** l'espérance de X (donner la réponse sous forme de fraction).

Exercice 122 — Pre baccalaureat 2023-01-23 (Paris (France)) Calc. : ✗

Le Ginkgo biloba est une espèce d'arbre fréquemment plantée en milieu urbain car résistante à la pollution et facile d'entretien. Il arrive cependant que certains arbres produisent des fruits très malodorants. Une ville est prête à planter 30 ginkgos dans une rue. Ils contactent un arboriculteur qui déclare que seulement 10% de ses arbres auront des fruits malodorants.
Nous supposons que la variable aléatoire X qui compte le nombre d'arbres malodorants suit une loi binomiale.

1 point a) **Donner** les paramètres de cette loi binomiale.

2 points b) **Calculer** l'espérance du nombre d'arbres avec des fruits malodorants.

2 points c) **Écrire** la formule qui calculerait la probabilité qu'aucun des arbres n'ait des fruits malodorants.

4 Probabilités (sans calc.) — Syllabus de S7

Exercice 123 — Annals 0 2022-04-05 (All european schools) Calc. : ✗

Pour une longue route, la voiture doit être impeccablement révisée. Le garagiste recommande de changer les pneus. Il existe deux types de pneus, et vous vous demandez quelle distance chacun des deux types peut permettre de parcourir. La distance que les pneus de type A peuvent parcourir est normalement distribuée avec une moyenne de 60 000 km et un écart-type de 8 000 km, alors que la distance que les pneus de type B peuvent parcourir est normalement distribuée avec une moyenne de 64 000 km et un écart-type de 4 000 km.

5 points — **Étudier** le type de pneus à choisir si vous voulez obtenir la plus grande probabilité de parcourir au moins 52 000 km avec vos pneus.

Exercice 124 — Annals 0 2021-02-12 (All european schools) Calc. : ✗

1. (2 points) **Interpréter** ce que désigne l'espérance d'une variable aléatoire.
2. (1 point) X est une variable aléatoire suivant une loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.
   Indiquer une probabilité tenant compte de ces deux valeurs caractéristiques μ et σ.
3. (2 points) Une variable aléatoire continue Y définie sur $\mathbb{R}$ est telle que $P(a \leq Y \leq b) = \int_a^b f(z)\,\mathrm{dz}$.
   Expliquer pourquoi $\int_{-\infty}^{+\infty} f(z)\,\mathrm{dz} = 1$.

Exercice 125 — Baccalaureat 2023-06-12 (All european schools) Calc. : ✗

Une machine produit des billes d'acier.
Le diamètre des billes suit une distribution normale de moyenne $\mu = 18,0$ mm et d'écart-type $\sigma = 0,5$ mm.
On choisit une bille au hasard.

a) (1 point) **Déterminer** la probabilité que son diamètre soit compris entre $17,0$ mm et $19,0$ mm.

b) (2 points) **Déterminer** la probabilité que son diamètre soit compris entre $17,0$ mm et $18,5$ mm.

c) On prélève au hasard un lot de 400 billes d'acier dans cette production et on mesure le diamètre de chaque bille.
Si le diamètre d'une bille est inférieur à $17,0$ mm, elle est rejetée.
(2 points) **Estimer** combien de billes seront rejetées.

Exercice 126 — Baccalaureat 2023-06-19 (All european schools) Calc. : ✗

L'étude réalisée en 1984 par la "California Avocado Society" sur plus de deux cent vingt-cinq millions d'avocats a déterminé que la masse des avocats est normalement distribuée, avec une moyenne de 215 grammes et un écart type de 5 grammes.
Seuls les avocats pesant entre 210 et 225 grammes sont considérés comme aptes à la vente.

a) (3 points) **Montrer** que 81,5% des avocats sont aptes à la vente.

b) (2 points) **Déterminer** la probabilité qu'un avocat pèse plus de 215 grammes, étant donné qu'il est apte à la vente.
Donner la réponse sous la forme d'une fraction de nombres entiers.

5 Statistiques (sans calc.) — Syllabus de S7

Exercice 127 — Annals 0 2021-02-12 (All european schools) Calc. : ✗

À la suite de plaintes concernant le repas de la cantine, le directeur affirme qu'au maximum 20% des 2 500 élèves ne sont pas satisfaits du repas. Le comité des élèves pense qu'il s'agit de plus de 20% des élèves. Il demande donc à un groupe de 40 élèves choisis au hasard de donner leur avis.

2 points
1. **Expliquer** si un test à gauche ou à droite doit être utilisé pour vérifier cette hypothèse. Justifier la réponse.

1 point
2. **Indiquer** quelle hypothèse nulle H_0 pourrait être utilisée pour un test statistique et donner l'hypothèse alternative H_1.

2 points
3. **Déterminer** la valeur critique k à l'aide du tableau suivant si le seuil de signification est fixé à 5% et **interpréter** cette valeur.

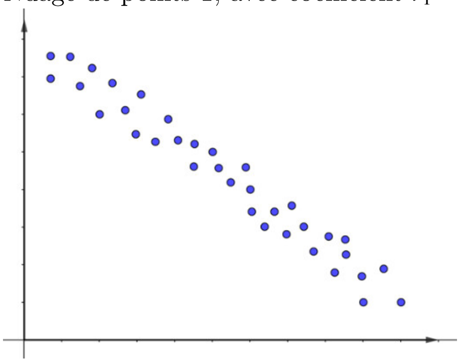
k	8	9	10	11	12	13	14	15
$P(X \geq k)$	0,563	0,407	0,268	0,161	0,088	0,043	0,019	0,008

Exercice 128 — Annals 0 2022-04-05 (All european schools) Calc. : ✗

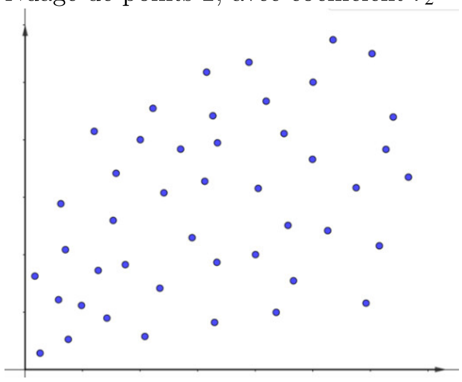
On considère les nuages de points suivants qui correspondent aux coefficients de corrélation linéaire r_1, r_2, r_3 et r_4.

5 points
Arranger ces coefficients de corrélation en ordre croissant et **expliquer** votre réponse.

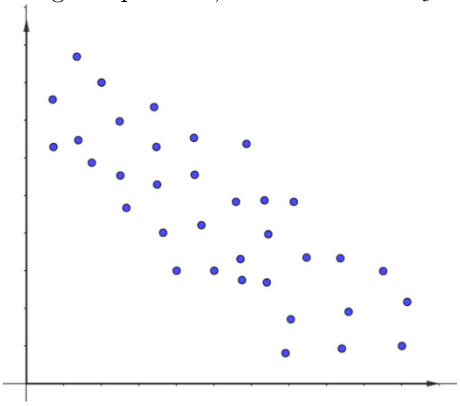
Nuage de points 1, avec coefficient r_1



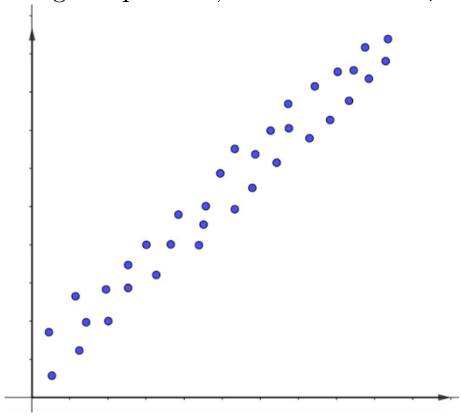
Nuage de points 2, avec coefficient r_2



Nuage de points 3, avec coefficient r_3



Nuage de points 4, avec coefficient r_4



Exercice 129 — Annals 0 2022-04-05 (All european schools) Calc. : ✗

Dans une école, les professeurs prétendent que plus de 20% des élèves arrivent en retard en classe.

3 points

1. **Donner** l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1 du point de vue des professeurs. **Expliquer** votre réponse.

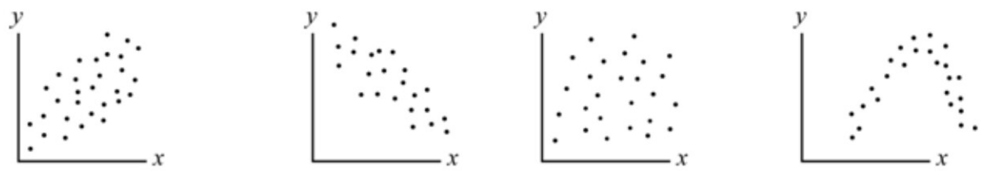
Les élèvent prétendent que les professeurs exagèrent et qu'au plus 10% des élèves arrivent en retard en classe.

2 points

2. **Donner** l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1 si les élèves mènent l'enquête. **Expliquer** votre réponse.

Exercice 130 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Laeken (Belgium)) Calc. : ✗

5 points

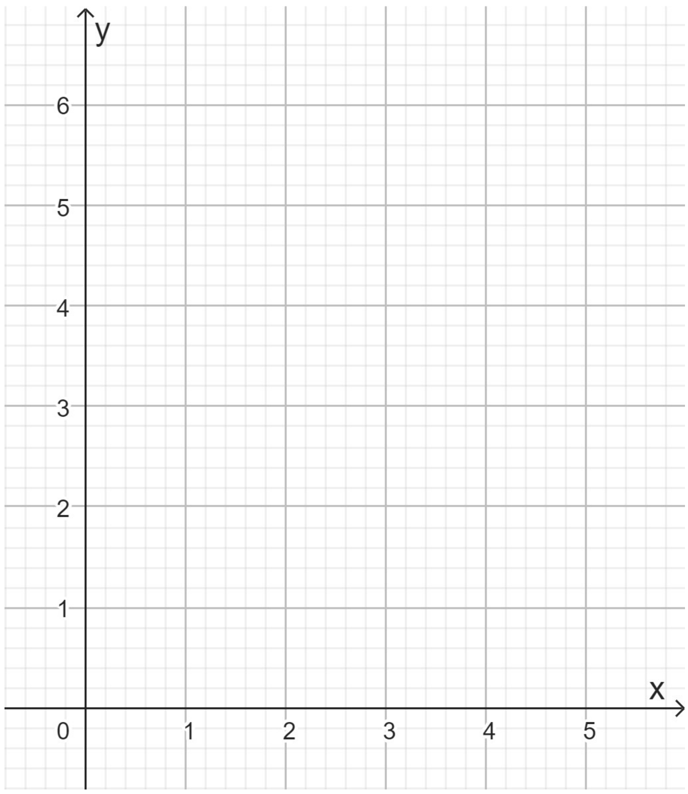


A B C D

a) **Expliquez** laquelle ou lesquelles des figures parmi A, B, C, et D représente(nt) une corrélation linéaire appropriée.

b) **Expliquez** si le nuage de points B présente un coefficient de corrélation r positif ou négatif.

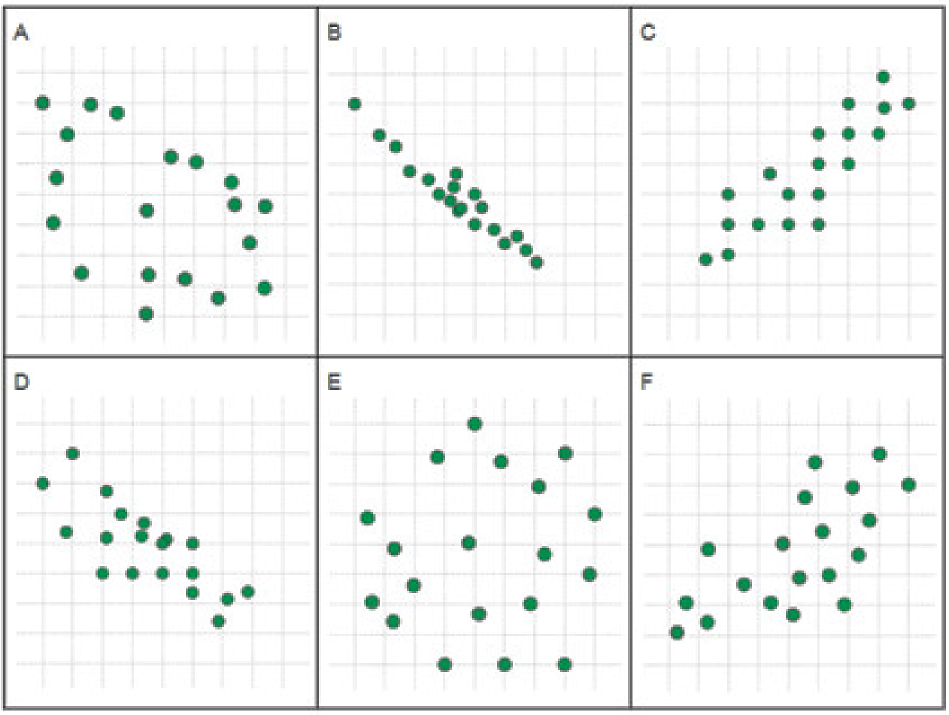
c) **Copiez** le système de coordonnées illustré sur votre copie et **dessinez**-y un nuage de points (au moins 5 points) qui présente une corrélation linéaire avec le coefficient de corrélation $r \approx 1$.



Exercice 131 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Luxembourg (Luxembourg)) Calc. : ✗

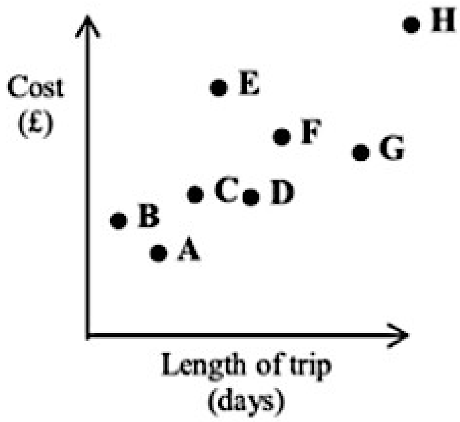
5 points — **Choisir** un nombre dans l'ensemble suivant pour représenter le coefficient de corrélation r approprié à chacun des nuages de points illustrés ci-dessous. **Justifier** votre réponse.

$$\{-0,96; \quad -0,7; \quad -0,4; \quad 0,1; \quad 0,6; \quad 0,86\}$$



Exercice 132 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Luxembourg (Luxembourg)) Calc. : ✗

BIZBOB 123 LIMITED
BIZBOB 123 fabrique des fournitures médicales et dentaires. Le nuage de points ci-contre montre le coût en livres, et la durée en jours, des voyages d'affaires effectués par ses employés au cours de l'année précédente.
Ces voyages d'affaires sont généralement effectués en voiture.

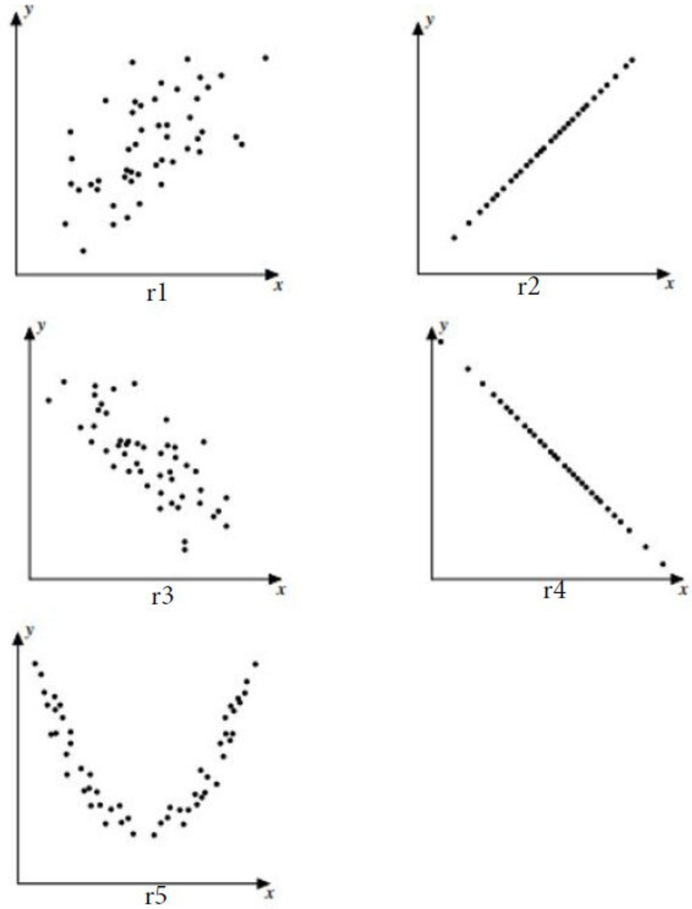


2 points — a) Un des employés a pris l'avion. **Identifier** quel point compris entre **A** et **H** représente cet employé. **Justifier** votre réponse.
L'assistant financier de Bizbob 123 indique qu'il existe une corrélation linéaire entre la durée d'un voyage d'affaires L, et le coût total associé C, que l'entreprise engage pour chaque voyage.
Il affirme que l'équation de la droite de régression de C sur L est :

$$C = a \cdot L + b, \qquad a, b \in \mathbb{R}$$

3 points — b) **Expliquer** la signification du coefficient a et de l'ordonnée à l'origine b. **Donner** un exemple pour justifier chacune de vos réponses.

Exercice 133 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Differdange (Luxembourg)) Calc. : ✗

5 points	**Ordonner**, par ordre croissant de taille, les coefficients de corrélation linéaire, $r1$, $r2$, $r3$, $r4$ et $r5$, vus dans les nuages de points suivants. **Justifier** l'ordre que vous avez identifié. *Notez que les axes de tous les diagrammes sont à la même échelle.* 

Exercice 134 — Pre baccalaureat 2023-01-23 (Paris (France)) Calc. : ✗

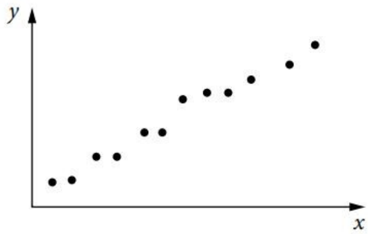
5 points

Répondez aux questions à choix multiples suivantes. Aucune justification n'est nécessaire.
Il y a une bonne réponse par question.
Un point est attribué par bonne réponse. Aucune pénalité pour les mauvaises réponses.

a) Quelle affirmation caractérise les données affichées sur le nuage de points ?

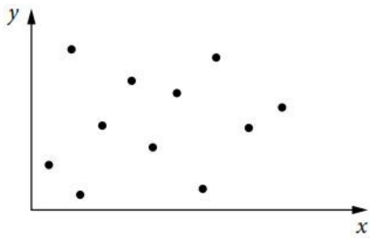
1. Tendance faible, positive et linéaire
2. Tendance modérée, positive et linéaire
3. Tendance modérée, négative et linéaire
4. Tendance forte, négative et linéaire

b) Pour le nuage de points suivant, quelle est la valeur de r ?



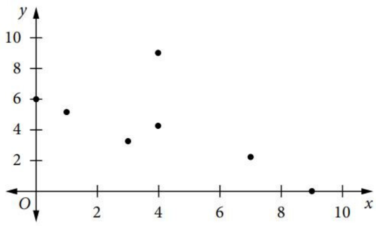
1. $-1 < r < -0,7$
2. $-0,5 < r < -0,3$
3. $0,3 < r < 0,5$
4. $0,7 < r < 1$

c) Pour le nuage de points suivant, quelle est la valeur de r ?



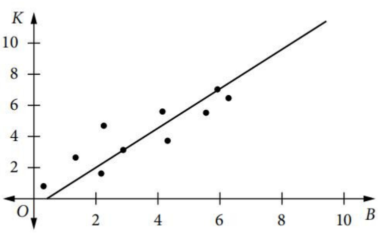
1. $-1 < r < -0,7$
2. $-0,5 < r < -0,3$
3. $-0,2 < r < 0,2$
4. $0,3 < r < 0,5$

d) Pour le nuage de points suivant, le coefficient de Pearson r vaut $-0,6$. Le point $(4;9)$ s'est avéré mal enregistré et aurait dû être placé en $(4;1)$. Sur la base de ce changement, quel est le coefficient r correct ?



1. Positif, mais plus proche de 0
2. Positif, mais plus proche de 1
3. Négatif, mais plus proche de 0
4. Négatif, mais plus proche de -1

e) Un nuage de points est affiché avec sa droite de régression. Quelle est l'équation de la droite de régression ?



1. $y = 4x - 3$
2. $y = \dfrac{4}{3}x + 1$
3. $y = \dfrac{4}{3}x - 1$
4. $y = \dfrac{3}{4}x + 1$

Exercice 135 — Pre baccalaureat 2023-01-23 (Paris (France)) Calc. : ✗

Pendant huit années consécutives, une pépinière urbaine a mesuré la croissance d'une espèce de bambou en extérieur pour cette année-là. Les précipitations annuelles dans la zone où poussait le bambou ont également été enregistrées. Les données sont présentées dans le tableau ci-dessous.

Précipitations (mm)	450	620	560	830	680	650	720	540
Croissance (cm)	25	45	25	85	50	55	50	20

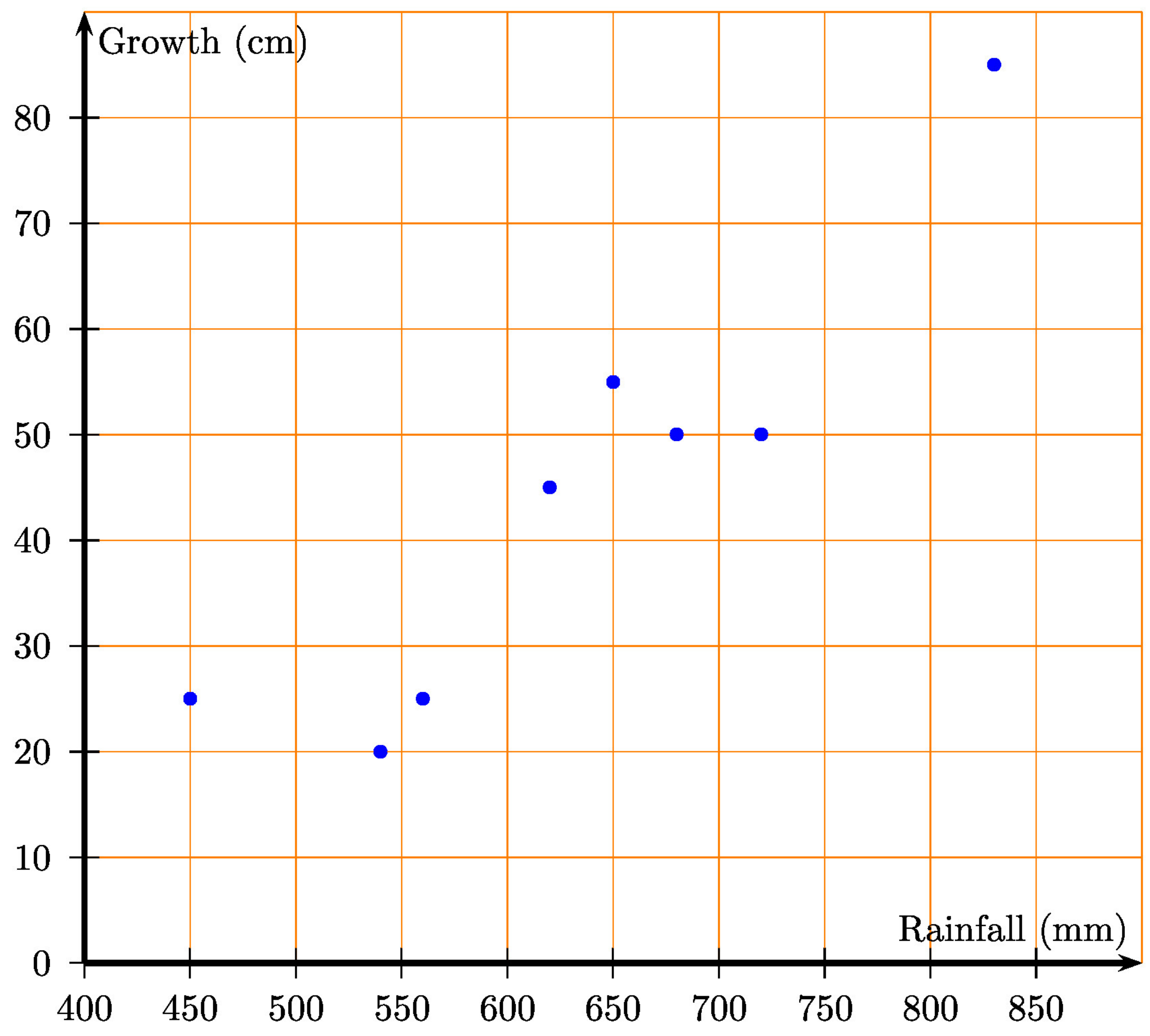
Le nuage de points des données ci-dessus figure sur la page annexe (à rendre avec la copie).

2 points — a) Étant donné que le point moyen est d'environ $(630; 44)$, **dessiner** la droite de régression à l'œil nu sur le diagramme.

1 point — b) Utiliser cette droite pour **estimer** la croissance pour une précipitation de 500 mm.

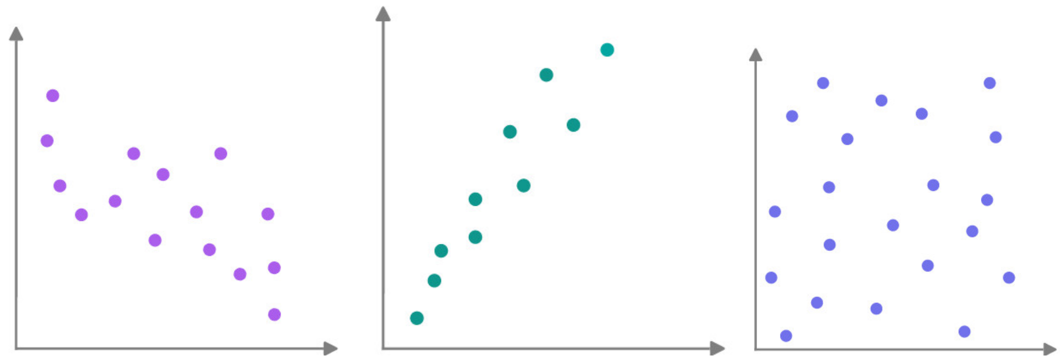
1 point — c) Utiliser cette droite pour **estimer** les précipitations pour une année donnée si la croissance était de 30 cm.

1 point — d) **Expliquer** pourquoi les réponses données en b) et c) sont fiables.



Exercice 136 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Uccle (Belgium)) Calc. : ✗

Trois diagrammes ci-dessous présentent des nuages de points.



1 2 3

5 points

Relier chaque diagramme de nuages de points (1, 2, 3) avec l'énoncé le plus approprié (a, b, c) et **expliquer** vos réponses.

a : Nous avons représenté graphiquement l'âge d'un homme et le nombre de cheveux sur sa tête.

b : Nous avons représenté graphiquement la pointure d'une femme et la longueur de ses cheveux.

c : Nous avons représenté graphiquement l'alimentation et le gain de poids d'une personne.

Exercice 137 — Baccalaureat 2023-06-19 (All european schools) Calc. : ✗

Un fabricant produit des cadres de vélo en titane. Les cadres de vélo sont testés avant utilisation et 7% d'entre eux en moyenne s'avèrent défectueux.

Un processus de fabrication moins coûteux est introduit et le fabricant souhaite vérifier si la proportion de cadres défectueux a augmenté.

Un échantillon aléatoire de 18 cadres de vélo est sélectionné et il s'avère que 4 d'entre eux sont défectueux.

Le fabricant effectuera un test d'hypothèse à un seuil de signification de 5% pour voir si la proportion de cadres de vélo défectueux a augmenté.

2 points

a) **Formuler** une hypothèse nulle appropriée H_0 et une hypothèse alternative H_a pour le test.

La variable aléatoire X désigne le nombre de cadres de vélo défectueux dans un échantillon de 18 vélos.

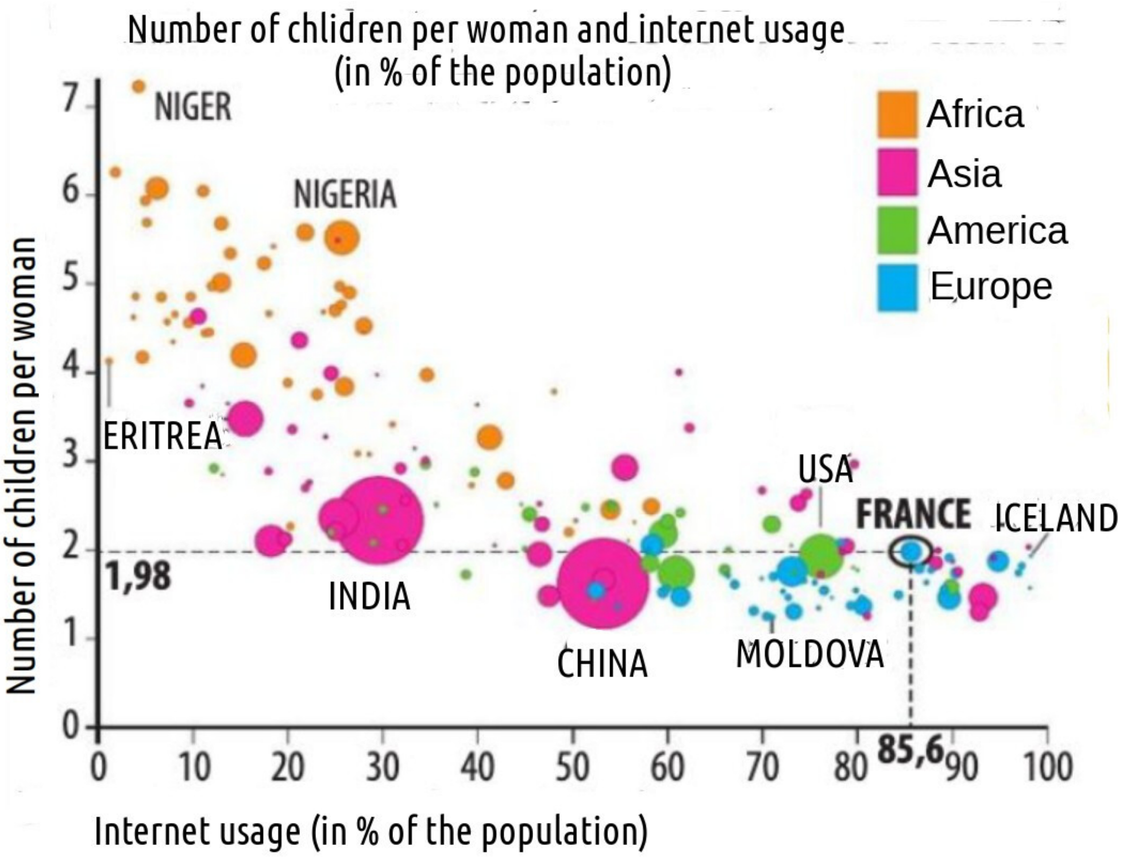
Le tableau ci-dessous montre les valeurs de $P(X \geq k)$ avec $k = 1, 2, 3, 4, 5$ et 6, pour une probabilité de $0,07$ d'avoir un cadre de vélo défectueux.

k	1	2	3	4	5	6
$P(X \geq k)$	$0,729$	$0,362$	$0,127$	$0,0333$	$0,00665$	$0,00105$

3 points

b) L'hypothèse nulle sera-t-elle rejetée ? Peut-on supposer que le pourcentage de cadres de vélo défectueux a augmenté ? **Expliquer** la réponse.

Exercice 138 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Differdange (Luxembourg)) Calc. : ✗



1 point	a) **Donner** les variables de ce graphique.
2 points	b) **Identifier** la manière dont les variables sont corrélées dans le graphique.
2 points	c) **Expliquer** toute causalité qui pourrait exister entre les variables.

Exercice 139 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Differdange (Luxembourg)) Calc. : ✗

Une étude statistique de deux variables numériques produit le nuage de points sur la droite.

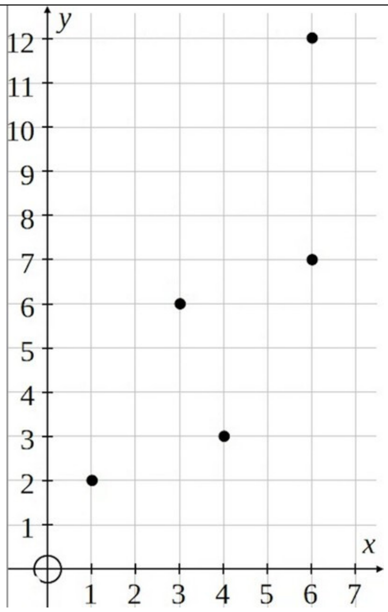
1 point — a) **Montrer par calcul** que les coordonnées du point moyen sont $(4;6)$.

$y = \frac{5}{4}x + 1$ est choisie comme équation de la droite de régression pour les données.

1 point — b) **Montrer par calcul** que le point moyen se trouve sur cette droite.

1.5 point — c) **Calculer** la valeur de y correspondant à $x = 2$.

1.5 point — d) On peut établir à partir de la droite qu'une valeur de $y = 38,5$ correspond à une valeur de $x = 30$.
Une telle extrapolation est-elle raisonnable ? **Justifier** la réponse.



Exercice 140 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mamer (Luxembourg)) Calc. : ✗

Le tableau ci-dessous rassemble les valeurs de deux variables x et y :

x	0	2	4	6	8	10
y	6	7	10	14	15	20

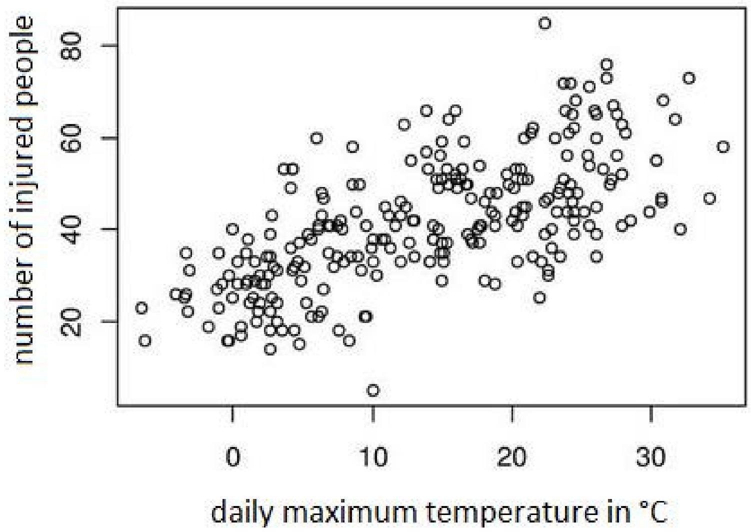
3.5 points a) **Dessiner** un nuage de points en utilisant ces valeurs.

1.5 point b) **Calculer** et **ajouter** le point moyen sur le graphique.

6 Exercices avec calculatrice — Syllabus de S7

Exercice 141 — Annals 0 2021-02-12 (All european schools) Calc. : ✓

	Les températures moyennes par mois ont été enregistrées en 2002 au Grand-Duché de Luxembourg. On sait que janvier 2002 a été le mois le plus froid avec $1,6$°C et que la température moyenne la plus élevée a été mesurée en juin 2002 avec $18,6$°C.
2 points	1. **Justifier** qu'en Europe, les températures moyennes mensuelles pour quelques années consécutives peuvent être modélisées avec un modèle périodique.
2 points	2. **Donner** l'amplitude et la période de ce modèle.
5 points	3. **Déterminer** les paramètres a, b, c et d dans le modèle du type : $$T(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$$ qui décrit les données où T est la température moyenne et x est le mois, en commençant par $x = 1$ pour janvier 2002.
	Les précipitations ont été observées un jour précis en mars 2002. Les précipitations de ce jour peuvent être modélisées par la fonction R définie par : $$R(t) = 0,002t^3 - 0,064t^2 + 0,512t, \qquad 0 \leq t \leq 24$$ où $R(t)$ est le taux de précipitation en mm/h et t est le temps en heures.
3 points	4. **Décrire**, à l'aide d'un court texte descriptif, cette journée en termes de précipitations. La réponse doit se concentrer sur les moments où il pleut le plus et les moments où il pleut le moins.
	Un cylindre de verre vide a été placé à l'extérieur pendant cette journée pour mesurer la quantité de pluie qui était tombée.
3 points	5. **Tracer** le graphique d'une fonction qui indique la hauteur de l'eau dans ce cylindre de verre.
2 points	6. **Calculer** la quantité totale de pluie de ce jour en millimètres (mm).

	L'année 2002 a connu 195 jours de pluie et 170 jours sans pluie au Grand-Duché de Luxembourg. On peut supposer que tous les jours ont la même probabilité d'être un jour de pluie. Un an plus tard, les météorologues veulent savoir s'il y a eu plus de pluie en 2003. Malheureusement, certaines données ont été perdues et ils ne disposent que d'un petit échantillon de 30 jours consécutifs.
1 point	7. **Calculer** la probabilité qu'il pleuve un jour choisi au hasard si l'on suppose que le nombre total de jours de pluie dans les deux années reste constant et que les jours de pluie sont également répartis sur toute l'année.
5 points	8. **Utiliser** un test statistique de type test d'hypothèse nulle pour déterminer combien de jours il doit pleuvoir pour que les météorologues puissent dire qu'il y a eu plus de pluie en 2003 qu'en 2002 pour un seuil de signification de 5%.
	Le nuage de points suivant montre la température maximale et le nombre de blessés causés par les accidents de la circulation à Berlin sur une longue période.
	
1 point	9. **Décrire** la corrélation entre ces deux valeurs.
1 point	10. **Expliquer** pourquoi le nombre de blessés peut être corrélé de cette manière avec la température maximale.

Exercice 142 — Annals 0 2021-02-12 (All european schools) Calc. : ✓

Un jour donné dans un centre de test Covid-19, 19 personnes présentant des symptômes ont été testées et 6 d'entre elles ont eu un résultat positif. Le même jour, 87 personnes sans symptôme ont été testées dont 85 ont eu un résultat négatif.

2 points
1. **Montrer** que la probabilité d'obtenir un résultat positif dépend du fait qu'une personne présente ou non des symptômes.

Pour protéger les données personnelles, les échantillons de tests sont étiquetés avec un code formé de deux lettres (choisie dans l'alphabet de 26 lettres) et quatre chiffres (de 0 à 9). Les mêmes lettres et chiffres peuvent être choisis plus d'une fois.

2 points
2. **Calculer** le nombre total de codes différents pouvant être créés avec ce système.

Après plusieurs mois, les statistiques ont montré que 1,7% des personnes sans symptôme sont testées positives. Une entreprise comptant 20 employés (tous sans symptôme) demande à tous ses employés de se faire tester.

2 points
3. **Donner** deux hypothèses, qui doivent être faites pour modéliser cette situation avec une distribution binomiale.

3 points
4. **Calculer** la probabilité qu'au moins un des employés soit testé positif.

Une autre entreprise située dans un autre pays envoie également tous ses employés passer un test Covid-19. On suppose que la situation peut être modélisée par une distribution binomiale donnée par la formule

$$B(84; 0,02; k) = \binom{84}{k} \cdot 0,02^k \cdot 0,98^{84-k}.$$

3 points
5. **Interpréter** les valeurs 84, $0,02$ et $0,98$ dans le contexte donné.

Le 5 mars 2020, un homme de retour d'Italie est la première personne au Grand-Duché de Luxembourg à avoir été testée positive au Covid-19. Ce jour est donc marqué comme le jour 0 dans la statistique. Le tableau suivant montre le nombre total de personnes infectées enregistrées au Luxembourg dans les jours qui ont suivi l'apparition du premier cas.

Jour	0	1	2	3	4	5	6
Nombre	1	3	4	5	5	7	7

3 points
6. **Tracer** un nuage de points de ces valeurs ainsi qu'un modèle de régression linéaire et un modèle de régression exponentiel.

2 points
7. **Donner** les équations qui décrivent les deux modèles de régression de la question 6.

2 points
8. **Expliquer** pourquoi il est difficile de décider, à ce stade précoce, si la propagation du virus est mieux modélisée par un modèle linéaire ou par un modèle exponentiel.

Après sept jours supplémentaires, d'autres modèles A et B ont été proposés pour faire de meilleures prédictions, où t est donné en jours :

$$A(t) = 1,35567 \cdot 1,46977^t$$

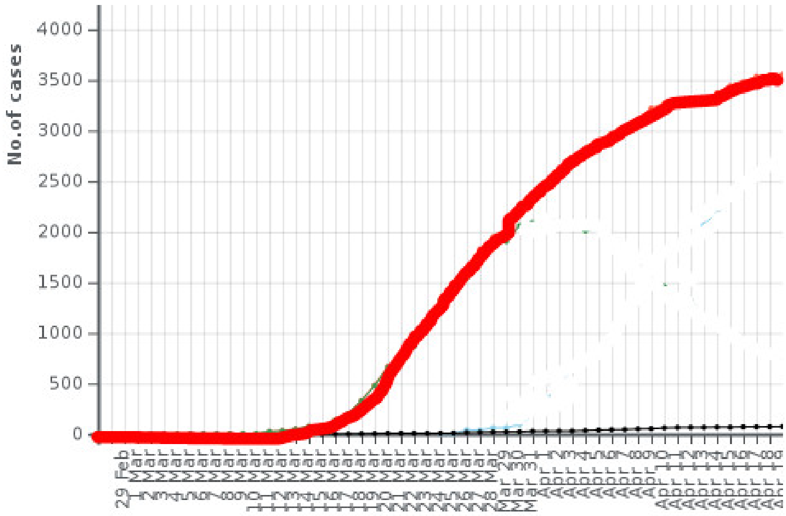
$$B(t) = 12,4396 \cdot t - 34,8571$$

Au 16ème jour, 670 cas de Covid-19 ont été enregistrés au Grand-Duché de Luxembourg.

2 points

9. **Calculer** le nombre prévisionnel de personnes infectées le 16ème jour avec le modèle A, puis avec le modèle B et **comparer** ces nombres avec le nombre réellement observé. **Décider** du modèle le mieux adapté à cette situation et **justifier** la réponse.

Le diagramme suivant montre l'évolution du nombre total d'infections enregistrées pour les quatre premières semaines au Grand-Duché de Luxembourg.



2 points

10. **Donner** deux raisons possibles pour lesquelles la courbe s'aplatit à un stade ultérieur.

La courbe peut être modélisée par la fonction C définie par

$$C(t) = \frac{3404}{1 + 193 \cdot e^{-0,233 \cdot t}}$$

2 points

11. **Déterminer** le jour où le taux d'infection est le plus élevé.

Exercice 143 — Annals 0 2022-04-05 (All european schools) Calc. : ✓

	Les élèves de S7 d'une école européenne, en tout 150 élèves, doivent être représentés pour le bureau des élèves de leur école. Il est prévu que 5 élèves de ce niveau soient choisis pour représentants cette année. Sur ces 150 élèves, 60 sont des garçons.
1 point	1. **Calculer** la probabilité de choisir un élève garçon au hasard parmi les élèves de ce niveau.
	Pour mieux représenter les élèves, un questionnaire est donné à chaque élève de S7. Il ressort que parmi les 150 élèves, 30 prennent leur repas à la cantine et les autres au centre commercial proche. 8 garçons de S7 prennent leur repas à la cantine.
3 points	2. **Determiner** la probabilité qu'un étudiant choisi au hasard, sachant que ce n'est pas un garçon, prenne son déjeuner au centre commercial.
	Dans la même école, les différents niveaux sont représentés proportionnellement au nombre d'élèves. Le bureau des élèves contient les élèves suivants :

Niveau	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
Nombre de représentants	4	6	4	5	4	6	5

	3. Le bureau des élèves doit choisir 5 élèves parmi ses membres pour les représenter à une conférence de toutes les écoles européennes.
3 points	**Determiner** de combien de manières différentes on peut choisir 3 élèves des S7 et 2 élèves de S6 parmi les membres du bureau des élèves.

	4. Les élèves de secondaire inférieur (S1 à S3) préparent une activité. Il faut choisir 3 membres du bureau des élèves de S1, S2 et S3 pour préparer cette activité.
5 points	**Calculer** la probabilité que si les membres sont choisis au hasard, les 3 membres proviennent de niveaux différents.
	Des élections vont se tenir dans un grand pays. Un sondage indique que 30% de la population votera pour le parti turquoise.
2 points	5. **Justifier** pourquoi la valeur attendue peut différer de la valeur réelle.
	Un groupe de 20 personnes parmi les électeurs est choisi au hasard.
	6. Parmi ce groupe, on demande à 5 personnes pour qui elles vont voter.
6 points	**Déterminer** la probabilité qu'au moins 2 d'entre elles ne voteront pas pour le parti turquoise.

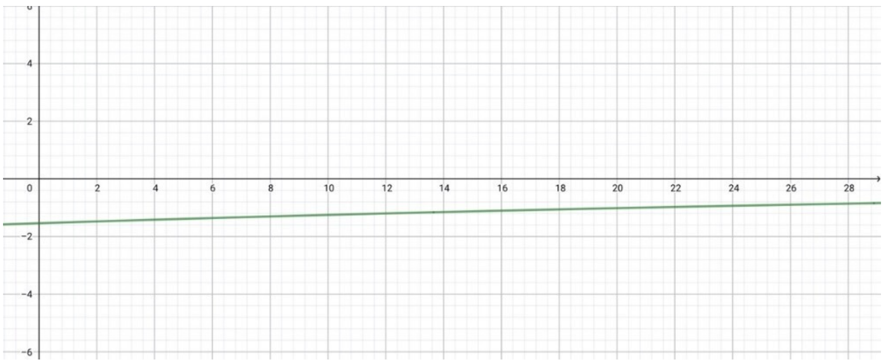
Dans un certain pays, le taux de participation à l'élection peut être modélisé par un modèle exponentiel. Les données du taux de participation sont :

Année	1989	1994	1999	2004	2009
Participation en %	74	67	60	54	49

Dans la question suivante, vous allez devoir déterminer un modèle pertinent et appliquer ce modèle.

5 points

7. **Justifier** précisément lequel de ces modèles serait le plus approprié pour ces données puis **déterminer** l'année où le taux de participation décroît pour la première fois de moins de 0.9% par rapport à l'année précédente.
   A : $f(x) = 74,056 \cdot (0,979411)^x$
   B : $f(x) = 0,979411x + 74,056$
   C : $f(x) = (0,979411)^x$
   Vous pouvez vous aider du graphique suivant pour votre réponse. Ce graphique montre la fonction dérivée du modèle exponentiel pertinent.



Exercice 144 — Annals 0 2022-04-05 (All european schools) Calc. : ✓

Les parties I, II et III sont indépendantes

Partie I

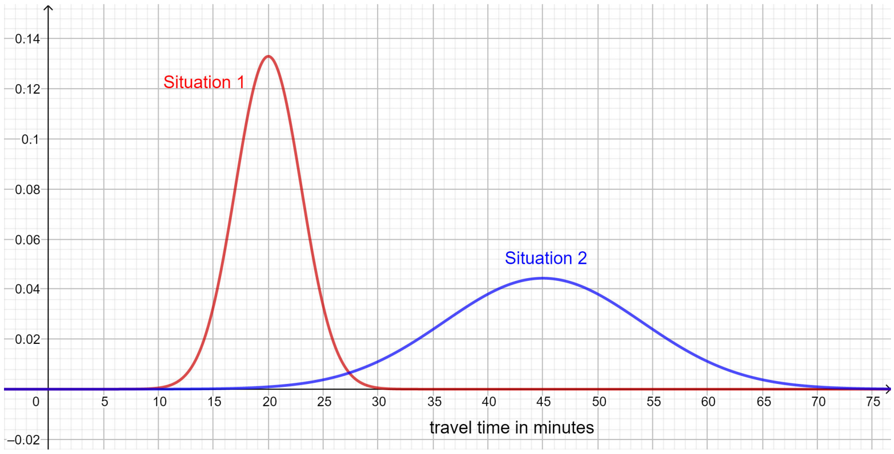
21 amis décident de dîner ensemble. À cause du trafic, la probabilité qu'un des amis arrive à l'heure est de 1/3. On fait l'hypothèse que chaque ami arrive seul, de manière indépendante aux autres.

4 points

1. **Calculer** la probabilité qu'exactement 12 amis parmi les 21 arrivent à l'heure au dîner.

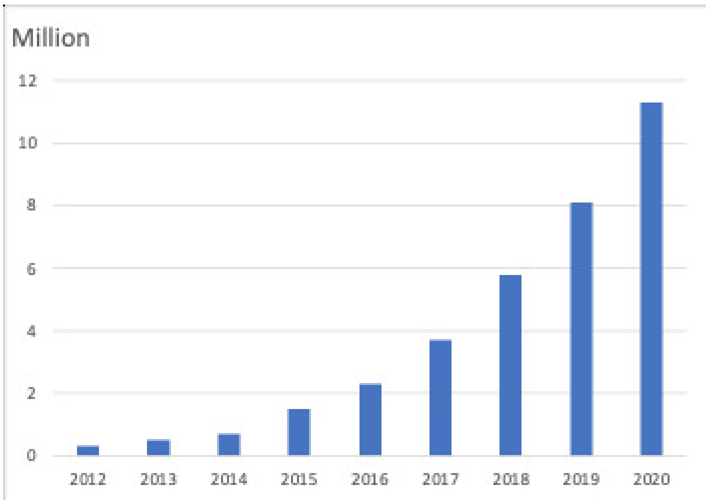
3 points

2. Ces amis se réunissent encore plusieurs fois dans des conditions identiques. **Déterminer** le nombre moyen d'amis présents à l'heure à chacun de ces événements.

	Partie II L'analyse des base de données concernant les vitesses routières montrent de grandes variabilités dans la répartition des durées de trajets des voitures dans une grande agglomération donnée. Les graphiques suivant montrent la variabilité de ces durées de trajets pour des trajets sur autoroute. Chacun de ces graphiques correspond au temps qu'il faut pour parcourir 20 km lors de deux périodes différentes de la journée. 
1 point	3. **Donner** le type de distribution qui est montré dans ces graphiques.
2 points	4. **Déterminer** quelle situation correspond aux heures de pointe et **expliquer** votre réponse.
	5. Des modèles sont utilisés pour prédire des événements futurs et les situations des graphiques pourraient être utilisée pour ce faire.
3 points	**Déterminer** quelle situation (la situation 1 ou la situation 2) donnera la prédiction la plus fiable concernant votre temps de trajet et **justifier** votre réponse.
	6. Dans la situation 1, la probabilité que le temps de trajet soit de plus de 25 minutes est 0,048 (arrondi au millième).
3 points	**Trouver** la probabilité que le trajet dure entre 15 et 25 minutes.

Partie III

Lors d'un dîner, une discussion a lieu à propos des voitures électrique et de leur développement. Le diagramme ci-dessous montre l'évolution du nombre de voitures électriques dans le monde entre 2010 et 2020.



Source : www.iea.org

7. L'un des amis, en utilisant une application, représente la situation par la fonction :

$$f(x) = 0,275x^2 - 2,165x + 5,415$$

où x est le nombre d'années écoulées depuis 2010 et $f(x)$ le nombre de voitures électriques en millions.

3 points — **Déterminer** si ce modèle est fiable pour les années 2017 à 2020. **Justifier** votre réponse.

3 points — 8. **Calculer** $f'(9)$ et **interpréter** le résultat.

9. Le titre d'un article de la même source indique : « Entre 145 et 230 millions de véhicules électriques dans le monde en 2030. »

3 points — **Discuter** si la formule de la question 7 est en accord avec ce titre.

Exercice 145 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Uccle (Belgium)) Calc. : ✓

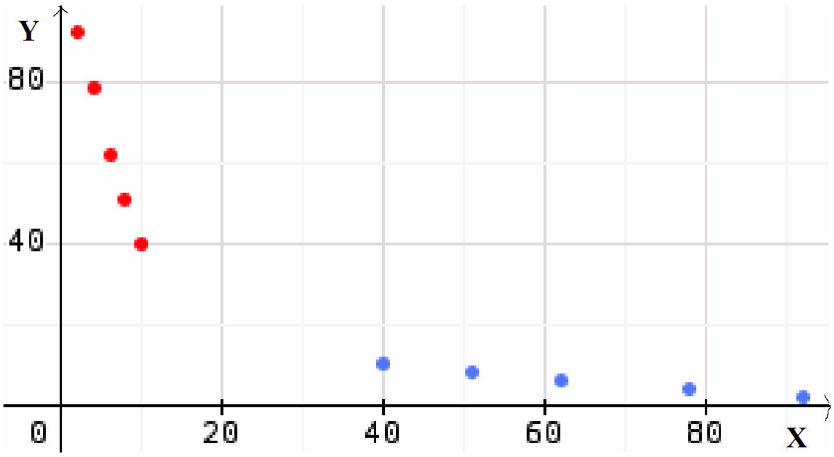
La glace carbonique (CO_2 à l'état solide) produit, à une certaine température ambiante, du gaz qui peut être facilement être vu à l'œil nu.

Le célèbre chef Sebastianic a l'intention d'utiliser 100 g de glace carbonique pour produire un effet magique pour sa dernière création, un dessert spécial. Afin de comprendre comment se comporte la glace carbonique, Sebastianic a pris plusieurs fois la masse lors de la sublimation de l'échantillon :

Temps en min (x)	2	4	6	8	10
Masse de la glace carbonique en g (y)	92	78	62	51	40

2 points

a) **Recopier** sur votre feuille le nuage de points correspondant aux données du tableau en choisissant entre le diagramme rouge ou le diagramme bleu ci-dessous :



3 points

b) **Donner** la valeur du coefficient de corrélation linéaire des données et **expliquer** si une telle valeur indique ou non une dépendance linéaire entre les deux variables. **Expliquez** pourquoi le coefficient de corrélation linéaire a une valeur négative.

3 points

c) **Établir** l'équation sous la forme $y = m \cdot x + b$ de la régression linéaire de y en x des données du tableau.

Donnez les nombres m et b au centième près.

	Dans les questions d) et e), utilisez le modèle $y = -6,6 \cdot x + 104$.
3 points	d) **Utilisez** le modèle pour **calculer** combien de grammes de glace carbonique sont encore présents après 13 minutes. **Expliquez** si ce modèle permet une bonne estimation pour le poids de la glace carbonique après 20 minutes.
3 points	e) **Utilisez** le modèle pour **calculer** au bout de quelle durée la glace carbonique aura totalement disparu.
	Le chef Sebastianic est satisfait des résultats de la glace carbonique et ajoute au menu le nouveau dessert. Afin de répondre à la demande, il doit acheter de la glace carbonique. Le coût est bien décrit par la fonction : $$f(x) = (5 + x)\mathrm{e}^{-0,12x} + 3$$ où $f(x)$ désigne le coût en euros par kilogramme de glace carbonique et x le nombre d'années depuis le début de l'année 2000 (le début de l'année 2000 correspond à $x = 0$).
2 points	f) Sebastianic a acheté 1 kg de glace carbonique début 2023. **Déterminez** combien il a payé.
	La fonction dérivée de la fonction f est donnée par : $$f'(x) = (0,4 - 0,12x)\mathrm{e}^{-0,12x}$$ La fonction f n'a qu'un seul extremum.
3 points	g) **Calculez** en quelle année le coût de la glace carbonique était le plus élevé et **indiquez** ce coût en euros.
3 points	h) **Indiquez** les intervalles pour lesquels le coût de la glace carbonique est croissant, et les intervalles pour lesquels ce coût est décroissant.
3 points	i) **Calculer** les valeurs $f'(8)$ et $f'(20)$ qui indiquent le taux de variation du coût de la glace carbonique dans le temps, au début de l'année 2008 et au début de l'année 2020. **Déterminez** pour laquelle de ces années le prix a baissé le plus rapidement.

Exercice 146 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Uccle (Belgium)) Calc. : ✓

Dans la première partie de cet exercice, nous étudions la cuisson d'un œuf qui vient d'être sorti d'un réfrigérateur.
Un œuf est à la coque lorsque son jaune atteint une température d'exactement 45°C.

Dans les questions a), b) et c), on considère un œuf de masse 60 g. Le temps de cuisson nécessaire pour que le jaune de cet œuf atteigne la température x est donné par la relation :

$$f(x) = -16 \cdot 60^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{100 - x}{192}\right)$$

où $f(x)$ représente le temps de cuisson en secondes et x la température en °C.

2 points a) **Déterminez** combien de temps il faut pour que cet œuf soit à la coque. **Arrondir** à la seconde près.

3 points b) **Déterminez** la température du jaune d'œuf après qu'il a cuit pendant 240 secondes. **Arrondir** au degré près.

4 points c) **Dessinez** le graphique présentant le temps de cuisson $f(x)$ en fonction de la température x dans le jaune d'œuf pour des températures comprises entre 4°C et 45°C.

À la question d), nous considérons un œuf à la coque après un temps de cuisson de 275 secondes. L'égalité suivante s'applique à la masse m (en grammes) de cet œuf :

$$275 = -16 \cdot m^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{55}{192}\right)$$

3 points d) **Déterminez** la masse de cet œuf. **Arrondir** au gramme près.

Chaque matin d'une semaine (7 jours), un homme commande exactement un œuf. Chaque matin, la probabilité que l'œuf servi soit à la coque est de $p = 0,65$, indépendamment des autres matins. Soit X la variable aléatoire définissant le nombre d'œufs à la coque servis à cet homme pendant ces 7 matins.

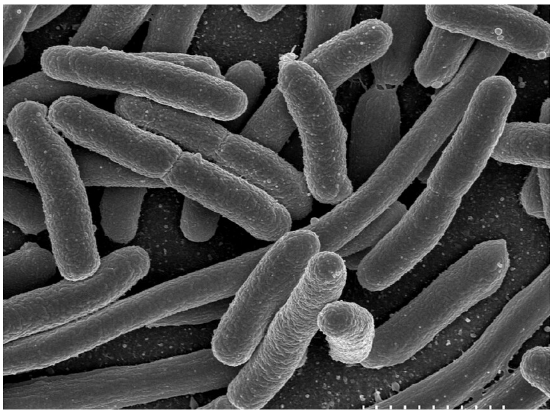
2 points e) **Montrer** que X suit une distribution binomiale, et **donner** ses paramètres.

3 points f) **Déterminez** la probabilité que cet homme n'ait reçu qu'un seul œuf à la coque au cours de ces 7 matinées.

3 points g) **Déterminez** la probabilité que cet homme ait reçu des œufs à la coque pendant au moins 2 matinées au cours de cette semaine.

2 points h) Nous savons que cet homme a reçu au moins deux œufs à la coque au cours de cette semaine. **Déterminez** la probabilité qu'on lui ait servi exactement trois œufs à la coque au cours de cette semaine.

3 points i) **Déterminez** l'espérance et l'écart-type de la variable X. **Interprétez** ces valeurs dans le contexte.



a) Les bactéries E.coli se trouvent généralement dans la partie inférieure de l'intestin des humains et d'autres organismes à sang chaud. Elles se reproduisent à une vitesse de 3,5% par minute.

Les scientifiques observent une colonie de 100 000 bactéries au début de l'expérience.

2 points **Modélisez** la croissance de la bactérie E. coli sous la forme $f(t) = a \cdot b^t$.

où $f(t)$ représente le nombre de bactéries à un certain moment t, et t représente le temps en minutes.

b) Bifidobacterium est la bactérie la plus courante dans le microbiome intestinal des nourrissons. Certaines bifidobactéries sont utilisées comme probiotiques. Nous savons, grâce à des études antérieures, qu'une colonie de bifidobactéries se développe selon le modèle suivant :

$$g(t) = 200\ 000 \cdot 1,05^t$$

$g(t)$ représente le nombre de bactéries à un certain moment t.

t représente le temps en minutes.

4 points i. **Calculez** le nombre de bifidobactéries à $t = 0$ et $t = 30$ à l'unité près.

4 points ii. **Recopiez** et **complétez** ce tableau puis **tracez** le graphique g pour $0 \leq t \leq 5$ dans un système de coordonnées approprié.

t	0	1	2	3	4	5
$g(t)$						

iii. La solution nutritive de l'expérience ne peut accueillir que 10 millions de bactéries.

2 points **Calculez** le moment où la colonie atteint ce nombre. On donnera la réponse arrondie à la minute prés.

3 points iv. **Calculez** le taux de croissance $g'(10)$ arrondi à l'entier près et **interprétez** le résultat dans le contexte de l'exercice.

c) La maladie bactérienne des taches fruitières de la tomate est causée par la bactérie Xanthomonas vesicatoria.

L'infection provoque des taches brunes sur les feuilles et les fruits et peut entraîner des pertes de rendement importantes.

Nous savons par expérience que 2,5% de tous les plants de tomates sont infectés par la bactérie.

Un agriculteur possède un petit champ avec 500 plants de tomates.

2 points	i. **Indiquez** combien de plants infectés il faut s'attendre à trouver.
2 points	ii. **Calculez** la probabilité que 2% des plants de tomates soient infectés.
3 points	iii. **Calculez** la probabilité qu'entre 10 et 20 plants (les deux nombres inclus) soient infectés.

Exercice 148 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Laeken (Belgium)) Calc. : ✓

La municipalité de Mickey-ville évalue les données relatives aux excès de vitesse sur les routes locales par rapport au nombre de panneaux radar pédagogique installés. Le tableau suivant indique le nombre de panneaux installés et d'amendes pour excès de vitesse au cours des six dernières années :

nombre de panneaux radar pédagogique (X) 	2	3	6	10	12	13
nombre d'amendes pour excès de vitesse (Y)	425	406	375	320	292	275

3 points a) **Représentez** les données du tableau dans une nuage de points. En abscisse utilisez 1 cm pour un panneau et en ordonnée 1 cm pour 20 amendes en commençant l'échelle à partir de 180.

2 points b) **Calculez** la moyenne arithmétique X_m du nombre de panneaux sur les six années. Arrondissez à $0,1$ près.

2 points c) **Calculez** la moyenne arithmétique Y_m du nombre d'amendes. Arrondissez à $0,1$ près.

1 point d) **Dessinez** le point central $G(X_m, Y_m)$ sur le graphique.

2 points e) **Donnez** σX et σY arrondis à $0,1$ près.

2 points f) **Calculez** le coefficient de corrélation linéaire et **discutez** si l'ajustement affine est correct ou non.

2 points g) **Déterminez** l'équation de la droite $y = a \cdot x + b$ correspondant à un ajustement affine en utilisant la méthode des moindres carrés. Arrondissez a et b à $0,01$ près.

2 points h) En utilisant l'équation de la droite $y = -13x + 450$, **estimez** le nombre d'amendes s'il y avait 15 panneaux.

i) Le bénéfice de l'entreprise de panneaux radar pédagogique est représenté par la fonction $B(x) = \dfrac{x^3}{3} - 16x^2 + 220x$, pour $0 \leq x \leq 18$ lorsqu'elle produit x centaines d'objets.

2 points i. Quel est le bénéfice pour 900 radars vendus ?

2 points ii. Combien de radars doit-on vendre pour avoir un bénéfice de 800€ ?

2 points iii. Quel est le bénéfice maximal ?

2 points iv. Quelle est la quantité de radar correspondant à ce bénéfice maximal ?

j) Une usine produit des radars.
Chaque radar peut avoir deux défauts que l'on appelle défaut a et défaut b.
On prélève un radar au hasard.
On note A l'évènement « le radar a le défaut a » et B l'évènement « le radar a le défaut b ».
On admet que ces deux évènements sont **indépendants** et que leurs probabilités sont $P(\mathrm{A}) = 0,02$ et $P(\mathrm{B}) = 0,01$.
Un radar est défectueux lorsqu'il a au moins l'un de deux défauts.

2 points i. **Calculez** la probabilité que le radar ne soit pas défectueux.

2 points ii. Sachant que le radar prélevé est défectueux, **calculez** la probabilité qu'il ait les deux défauts.

Les parties 1 et 2 sont indépendantes

Partie 1

Le transport routier de passagers à Londres était de 339 601 kilomètres parcourus en 2019, soit une croissance annuelle de 4,6% par rapport à 226 913 en 2010.
Le nombre de kilomètres parcourus est modélisé par la fonction f :

$$f(x) = k \cdot A^x$$

Où $f(x)$ est le nombre de kilomètres parcourus et x le nombre d'années à partir de l'année 2010. Ainsi, $f(0) = 226\,913$ est le nombre de millions de kilomètres parcourus en 2010, $f(1)$ est le nombre de millions de kilomètres parcourus en 2011, etc.

3 points
1. **Montrer** que $A = 1,046$ et $k = 226\,913$ en justifiant.

3 points
2. **Écrire** la fonction f sous la forme $f(x) = k \cdot \mathrm{e}^{a \cdot x}$, en donnant la valeur approchée du paramètre a à trois chiffres après la virgule. **Détailler** votre calcul.

3 points
3. **Déterminer**, pour l'année 2019, la différence entre la prévision de la formule de $f(x)$ et la valeur réelle de 339 601 kilomètres.

2 points
4. **Calculer** en quelle année le nombre de kilomètres sera égal à 312 000.

2 points
5. **Expliquer** pourquoi ce modèle ne peut pas être utilisé sur un nombre très élevé d'années.

6. On suppose que le nombre de kilomètres parcourus s'écrit :

$$N = 226\,913 \times \mathrm{e}^{0,045x}$$

où N est le nombre de kilomètres et x le nombre d'années à partir de 2010.

2 points
Démontrer que le nombre d'années x à partir de 2010 exprimé en fonction du nombre de kilomètres, est donné par la formule suivante :

$$x = \frac{\ln\left(\frac{N}{226\,913}\right)}{0,045}$$

Partie 2

Dans la très grande métropole d'Istanbul le nombre de kilomètres en mai 2021 était de 2 500 000. Mais avec la meilleure gestion de la Covid-19, une augmentation du nombre de kilomètres est prévue. Ainsi, deux ingénieurs (ingénieur n°1 et ingénieur n°2) prédisent le nombre de kilomètres parcourus chaque mois à partir du mois de mai 2021.

Les ingénieurs prévoient ainsi les données pour les mois suivants :

Mois	**Prévisions de l'ingénieur n°1** Nombre de km parcourus	**Prévisions de l'ingénieur n°2** Nombre de km parcourus
Mai 2021	2 500 000	2 500 000
Juin 2021	2 550 000	2 537 500
Juillet 2021	2 600 000	2 575 563
Août 2021	2 650 000	2 614 196
Septembre 2021	2 700 000	2 653 409
Octobre 2021	2 750 000	2 693 210

4 points

1. **Chercher** quel ingénieur a fait un modèle linéaire et quel ingénieur a fait un modèle exponentiel. **Justifier** votre choix par des calculs.
2. On suppose que l'ingénieur n°2 a construit un modèle exponentiel :

2 points

   (a) **Déterminer** l'expression de la fonction exponentielle correspondante sous la forme : $h(t) = k \times A^t$
   où t est le nombre de mois écoulés après mai 2021.

2 points

   (b) **Déterminer** le taux de croissance en pourcentage de ce modèle exponentiel.

3. Le modèle linéaire est donné par la formule : $g(t) = 2\ 500\ 000 + 50\ 000 \times t$
   et le modèle exponentiel par la formule : $h(t) = 2\ 500\ 000 \times 1,015^t$.
   Avec t le nombre de mois après mai 2021, soit $t = 0$ au mois de mai 2021.

2 points

   Calculer le mois au cours duquel on obtient le même nombre de kilomètres pour les deux modèles.

Exercice 150 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Frankfurt am Main (Germany)) Calc. : ✓

La municipalité d'une ville de montagne prévoit de construire un tunnel dont la section transversale est donnée par la fonction f définie par :

$$f(x) = -x^2 + 6x - 5$$

Avec x en abscisse donnant la largeur en mètres du tunnel et $f(x)$ en ordonnée donnant la hauteur en mètres du tunnel.

2 points — 1. À l'aide de votre calculatrice, **déterminer** les abscisses des points d'intersection de la fonction f avec l'axe des abscisses (les zéros de f).

2 points — 2. En **déduire,** par le calcul, la largeur du tunnel en mètres.

2 points — 3. **Trouver** la hauteur maximale du tunnel en mètres à l'aide de votre calculatrice.

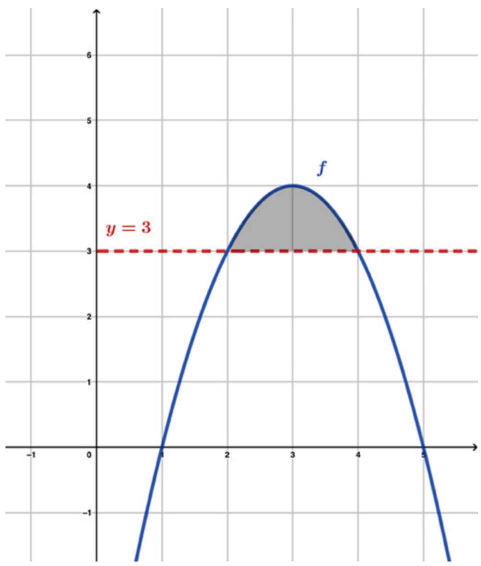
3 points — 4. **Montrer** que la fonction F définie par $F(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 5x + 2$ est une primitive de la fonction f.

3 points — 5. **Calculer** l'aire du domaine, en mètres carrés, délimitée par la courbe de f, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 5$. Arrondir le résultat à deux chiffres après la virgule.

3 points — 6. **Calculer** la longueur de l'arc de la courbe de f en mètres, entre $x = 1$ et $x = 5$, arrondie à deux chiffres après la virgule, à l'aide de la formule suivante :

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, \mathrm{dx}$$

7. Les ingénieurs placent un support en bois d'une hauteur de 3 mètres jusqu'au sommet de la galerie, modélisé dans le graphique ci-dessous, par la zone grisée.



3 points — **Calculer** l'aire du support en bois (zone grisée), en mètres carrés, arrondie à deux chiffres après la virgule, à l'aide de la formule suivante :

$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)|\, \mathrm{dx}$$

4 points

8. On considère la courbe de la fonction f qui tourne autour de l'axe des abscisses.
   Calculer le volume du solide de révolution ainsi engendré par la courbe de f, entre $x = 1$ et $x = 5$, à l'aide de la formule suivante :

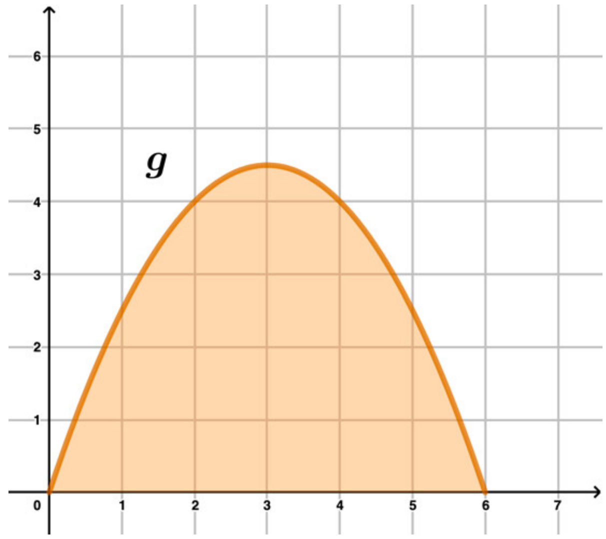
$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 \, \mathrm{dx}$$

   Arrondir le résultat à deux chiffres après la virgule.

9. La cheffe de projet, décide d'agrandir le tunnel en creusant dans la roche.
   La section transversale du nouveau tunnel est modélisée par la fonction g définie par :

$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$$

   avec x et $g(x)$ en mètres, comme dans le graphique ci-dessous.



3 points

   Calculer l'aire du domaine coloré, en mètres carrés, délimitée par la courbe de g, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 6$. Arrondir le résultat à deux chiffres après la virgule.

Exercice 151 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Luxembourg (Luxembourg)) Calc. : ✓

Question B1 : Oxygène inspiré sur un tapis de course

On effectue des mesures de l'inhalation de l'oxygène d'un groupe d'athlètes volontaires lorsqu'ils courent sur un tapis. L'effort de course peut être ajusté en changeant la vitesse ou l'inclinaison du tapis de course.

Dans le tableau ci-dessous, vous trouverez les données sur l'inhalation de l'oxygène en fonction des différents niveaux sur le tapis de course.

Puissance (Watts)	30	60	90	120	150	180
Quantité d'oxygène inhalé (litres/minute)	1,54	2,56	3,45	4,08	4,61	4,93

3 points a) **Représentez** un nuage de points où on lira la quantité d'oxygène inhalé (sur l'axe vertical) en fonction de la puissance (sur l'axe horizontal).

Écnhelle des axes : 10 Watts seront représentés par 0,5 cm sur l'axe horizontal et un litre/minute sera représenté par 1 cm sur l'axe vertical.

Les données peuvent être modélisées par une fonction affine d'équation $y = a \cdot x + b$ où y est la quantité d'oxygène inhalé et x, la puissance du tapis.

2 points b) Utilisez la calculatrice pour **trouver** l'équation de la droite de régression linéaire et **donner** les valeurs des coefficients a et b avec une précision de trois décimales.

2 points c) En utilisant ce modèle, **calculez** la quantité d'oxygène inhalé pour un athlète lorsqu'il court sur le tapis qui a une puissance de 200 Watts.

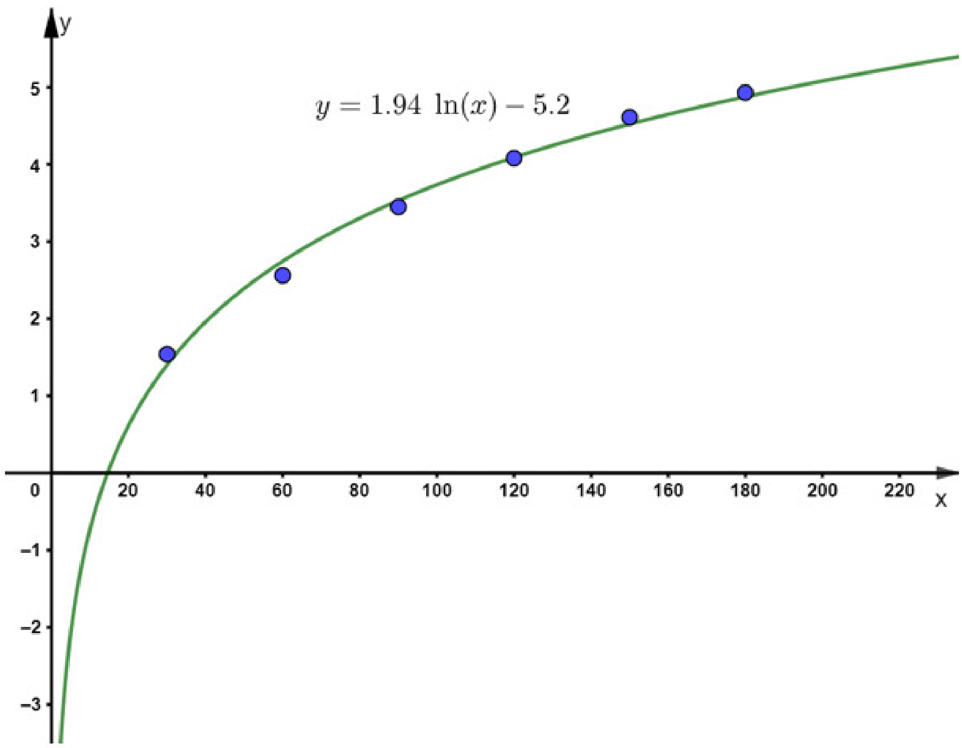
Si vous n'avez pas trouvé les valeurs de a et b dans la question précédente, vous utiliserez $a = 0,02$ and $b = 1,16$.

2 points	d) **Calculez** les coordonnées du point moyen et **placez**-le sur le graphe.
3 points	e) **Dessinez** la droite de régression sur le graphe de a) et **commentez** la corrélation entre la quantité d'oxygène inhalé et la puissance du tapis de course. **Justifiez** votre réponse.

On propose un autre type de modèle, un modèle logarithmique :

$$f(x) = 1,94 \cdot \ln(x) - 5,2$$

Voici ci-dessous le graphe de cette fonction :



2 points	f) En utilisant ce modèle logarithmique, **calculez** la quantité d'oxygène inhalé pour un athlète qui court sur le tapis avec une puissance de 100 Watts.
2 points	g) **Calculez** la valeur du nombre dérivé de cette fonction f quand le tapis de course a une puissance de 100 Watts.
2 points	h) **Donnez** la signification de ce nombre dérivé calculé au g).

Un athlète voudrait régler la puissance du tapis de course pour inhaler exactement 3,0 litres/minute.

2 points

i) En utilisant le modèle logarithmique, **trouvez** la puissance du tapis qui correspond au souhait de l'athlète.

Le modèle affine et le modèle logarithmique conviennent tous les deux pour ajuster le nuage de points. Cependant, pour faire une bonne interpolation ou extrapolation, un des deux modèles est clairement à rejeter.

2 points

j) **Recopiez** la phrase ci-dessous sur votre copie. **Choisissez** entre les deux options et complétez la phrase en **justifiant**.

Word Choices

A : Affine

B : Logarithmique

C : Interpolation

D : Extrapolation

"L'ajustement ______________ ne devrait pas être utilisé pour effectuer une ______________, parce que. . ."

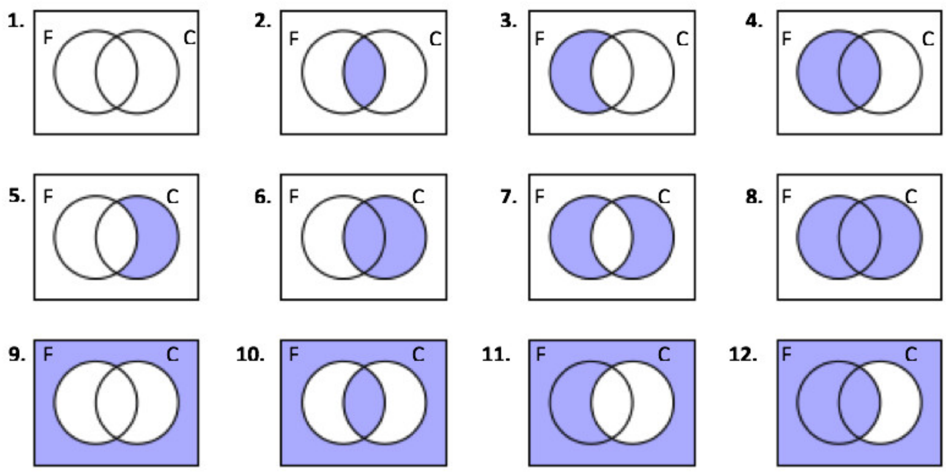
Dans ce groupe d'athlètes volontaires, 60% sont des footballeurs, 30% sont des coureurs de cross-country et 20% ne font aucun de ces deux sports.

2 points

k) Sachant qu'on choisit un footballeur, **calculez** la probabilité que cet athlète ne fasse pas de cross-country. Utilisez un tableau à double entrée ou un diagramme de Venn.

1 point

l) On note **F**, l'événement « l'athlète pratique le football » et **C**, l'événement « l'athlète pratique le cross-country ». **Choisissez** lequel de ces 12 diagrammes de Venn proposés correspond à la situation décrite dans la question k).



Question B2 : Accroissement de population au Luxembourg

La population du Luxembourg a vécu une forte croissance démographique ces dernières années. En 2002, le Luxembourg comptait 442 000 habitants. Vingt ans plus tard, la population a augmenté et s'élève à 621 000.

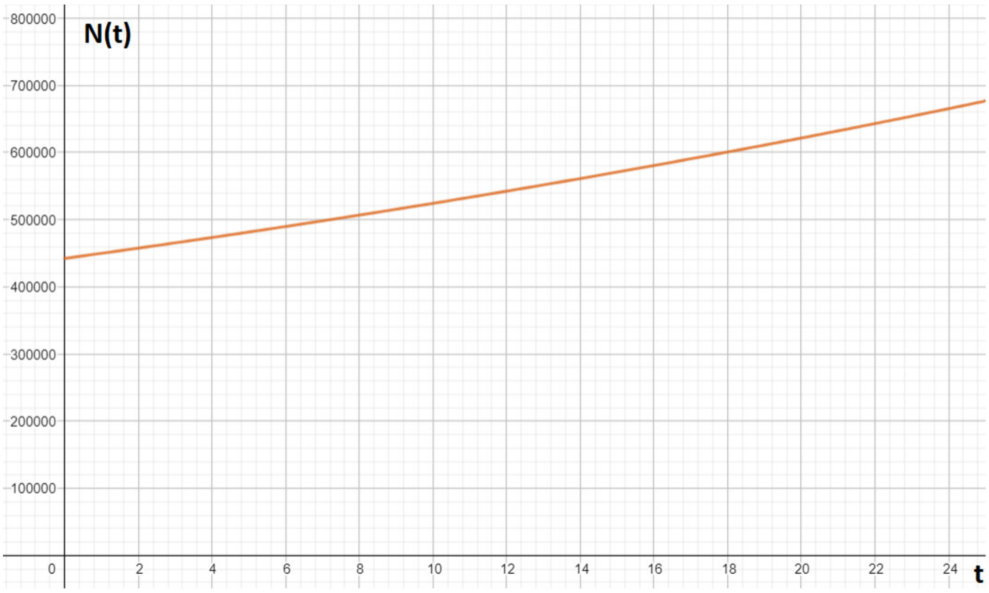
Un modèle pour la croissance de la population du Luxembourg est donné par la formule suivante :

$$N(t) = e^{0,017t+13}$$

Dans cette formule, $N(t)$ est le nombre d'habitants au Luxembourg l'année t.

Posons $t = 0$ au premier Janvier 2002.

Ci-dessous, voici le graphe de cette fonction :



2 points a) **Calculez** en utilisant cette formule, le nombre d'habitants au Luxembourg en janvier 2012. **Arrondissez** au millier d'habitants.

3 points b) **Montrez** que cette formule peut aussi s'écrire sous la forme :

$$N(t) = 442\ 413 \cdot 1,017^t$$

2 points c) Utilisez la formule du b) pour **trouver** le pourcentage d'accroissement annuel de population au Luxembourg selon ce modèle.

La fonction dérivée de la fonction N est donnée par : $N'(t) = 0,017 \cdot e^{0,017t+13}$.

3 points d) Utilisez cette dérivée pour **calculer** l'intégrale suivante :

$$\int_0^{20} N'(t)\,\mathrm{d}t$$

Arrondissez votre résultat au nombre entier et **expliquez** ce que signifie ce nombre en terme d'accroissement de population.

1 point

e) Le modèle proposé n'est pas parfait. **Expliquez** pourquoi ce modèle ne peut pas être utilisé sur du long terme.

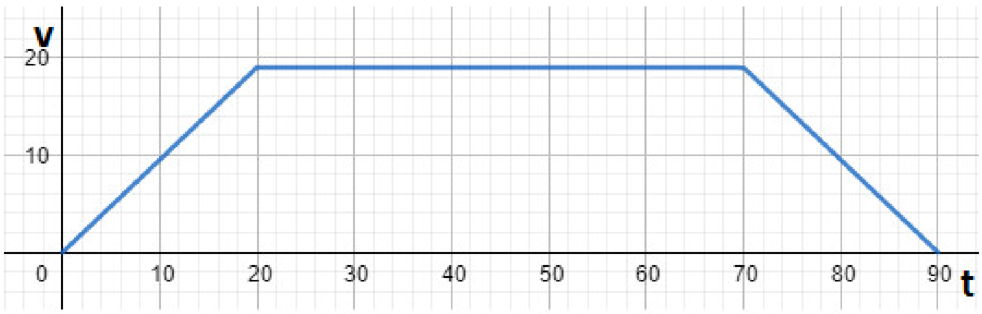
Un second modèle de l'accroissement de population au Luxembourg est donné par :

$$N_2(t) = \frac{800\ 000}{0,8 + 0,96^t}$$

2 points

f) **Expliquez** ce que serait le nombre d'habitants au Luxembourg sur le long terme en suivant ce modèle.

L'accroissement rapide de population dans le pays impose de nouvelles infrastructures. Un tramway a été installé dans la ville de Luxembourg en 2018. Un des trajets de ce tramway passe entre l'arrêt « Universiteit » et « Coque ». Le tramway prend 20 secondes pour atteindre sa vitesse maximale. La vitesse maximale est 19 m/s.
Ci-dessous est représenté un diagramme donnant la vitesse en fonction du temps pour ce trajet entre les deux arrêts cités.



v désigne la vitesse en mètres par seconde et t, le temps en secondes.

2 points

g) Utilisez le graphe pour **calculer** la distance entre les deux arrêts « Universiteit » et « Coque ». Donnez votre réponse en kilomètres.

Si la vitesse maximale du tramway était seulement de 15 m/s sur la même distance, le diagramme fourni changerait tout en gardant les mêmes unités sur les deux axes.

2 points

h) **Choisissez**l'option ci-dessous qui décrirait alors la nouvelle situation. **Argumentez**.

A) Le graphe serait aussi large mais moins haut.

B) Le graphe serait moins large et moins haut.

C) Le graphe serait plus large et moins haut.

D) Le graphe serait plus étroit mais à la même hauteur.

E) Le graphe serait plus large et aussi haut.

Etant donné que les transports publics sont gratuits, le tramway est un moyen de déplacement bien répandu parmi les étudiants. Une étude a montré que pour un jour d'école normal, 35% des passagers du tramway sont des élèves du lycée.
Il y a en moyenne 1 500 passagers qui voyagent en tramway chaque jour. Nous supposons que tous les passagers voyagent indépendamment des autres. Appelons X, le nombre de passagers lycéens du tramway.

2 points

i) **Expliquez** pourquoi X suit une loi binomiale. **Précisez** les paramètres de cette loi.

2 points

j) **Calculez** le nombre moyen de lycéens attendus dans le tramway un jour d'école normal et donnez l'écart type. **Arrondissez** à deux décimales si besoin.

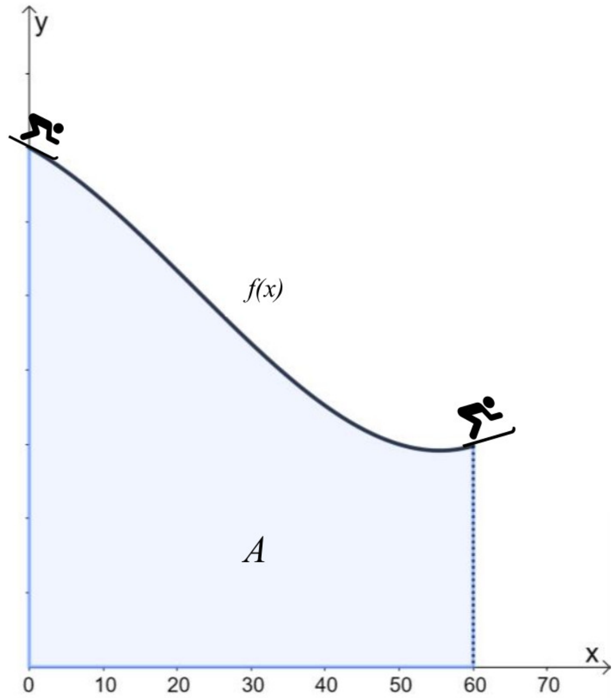
2 points

k) **Calculez** la probabilité qu'un jour normal d'école, il y ait au maximum 500 lycéens dans le tramway. **Arrondissez** à trois décimales.

2 points

l) **Calculez** combien de passagers il doit y avoir un certain jour normal pour qu'il y ait parmi eux 630 passagers lycéens. **Arrondissez** à un nombre entier.

Exercice 153 — Pre baccalaureat 2023-01-31 (Varese (Italy)) Calc. : ✓

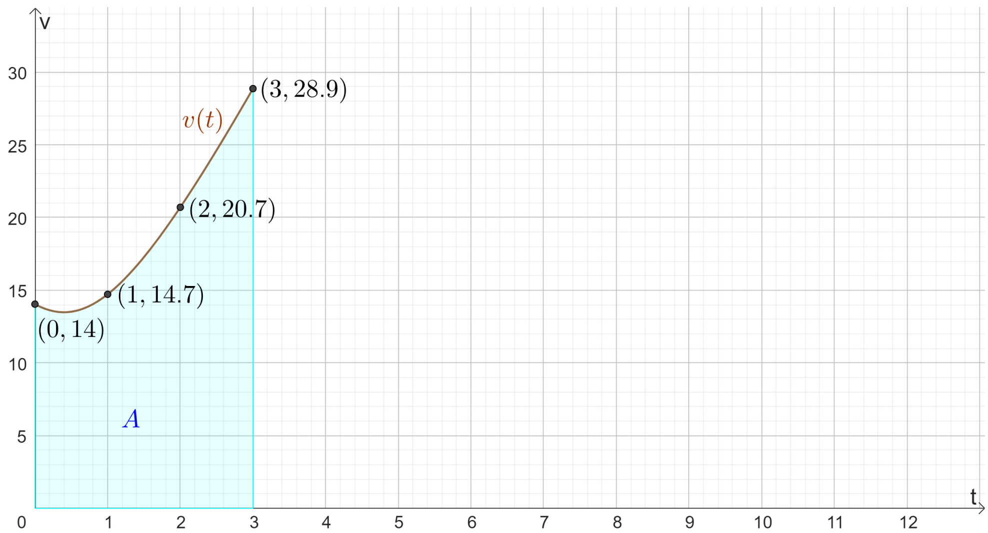
	Saut de ski
	<u>Partie 1</u> *Les parties 1, 2 et 3 de cette question peuvent être résolues indépendamment.)*
	La rampe d'un saut à ski est représentée ci-dessous et peut être modélisée par une fonction f.
	
	Cette fonction f est définie dans l'intervalle tel que représenté sur le schéma et son expression analytique est : $$f(x) = \frac{3}{10\,000}x^3 - \frac{1}{50}x^2 - \frac{11}{20}x + 70$$ où $f(x)$ et x sont exprimés en mètres.
2 points	a) Utiliser l'expression analytique de la fonction et les informations lisibles sur le graphique pour **déterminer** le domaine de définition de f.
3 points	b) **Calculer** l'aire notée A sur le graphique.
4 points	c) Lorsqu'un skieur est au bout de la rampe, les skis se placent dans la 4 position de la tangente t au graphique de la fonction f. **Donner** l'équation de cette tangente en précisant toutes les étapes de votre démarche.
4 points	d) Imaginons le skieur au point le plus bas de la rampe. **Calculer** la hauteur de ce point le plus bas. **Expliquer** votre démarche.

Partie 2

Utiliser les définitions suivantes pour les parties 2 et 3 :

- *La position d'un objet est déterminée par la fonction s du temps t, soit $s(t)$, telle que t est exprimé en secondes et $s(t)$ est exprimée en mètres.*
- *La vitesse est la fonction v telle que $v(t) = s'(t)$.*
- *L'accélération est la fonction a définie telle que $a(t) = v'(t)$.*

Après avoir décollé de la rampe, le skieur vole dans les airs jusqu'à ce qu'il atterrisse sur le sol. Le temps entre son envol et son atterrissage est d'exactement 3 secondes. Le graphique de la fonction v, vitesse du skieur en fonction du temps, avec $v(t)$ en m/sest représenté dans le repère ci-dessous (t en secondes).



1 point — e) **Trouver** la vitesse du skieur (en m/s) à laquelle il atterrit sur le sol.

3 points — f) Utiliser les informations chiffrées données sur le diagramme pour **calculer** une valeur approchée de la surface de l'aire notée A. **Expliquer** votre démarche.

2 points — g) Est-ce que la valeur approchée de la surface de l'aire A calculée à la question f) est une sous-évaluation ou une surévaluation de l'aire exacte ? **Justifier** votre réponse.

2 points — h) **Interpréter** ce que représente la surface exacte de l'aire A dans le contexte donné.

	Partie 3 Lorsque le skieur atterrit sur la piste, il ralentit jusqu'à ce qu'il s'immobilise complètement. La vitesse du skieur sur la piste à partir du moment de son atterrissage peut être modélisée par la fonction suivante : $$v(t) = -3,4 \cdot t + 28,9$$ où t est en secondes et $t = 0$ correspond au moment où le skieur touche le sol.
2 points	i) Combien de temps faut-il au skieur pour ralentir jusqu'à l'arrêt complet ? **Justifier** votre réponse.
2 points	j) **Vérifier** si une piste d'atterrissage de 120 m est assez longue pour permettre au skieur de s'arrêter.
	

Exercice 154 — Baccalaureat 2023-06-12 (All european schools) Calc. : ✓

	Partie 1 Marie exploite une ferme. La production laitière de la ferme peut être modélisée par la fonction f donnée par $$f(x) = -0,0028x^2 + 0,57x, \qquad 50 \leq x \leq 90,$$ où x est le nombre de vaches de l'exploitation et $f(x)$ représente la production laitière journalière moyenne mesurée en hL (1 hL = 1 hectolitre = 100 litres).
2 points	a) **Calculer** la production laitière journalière moyenne de 70 vaches.
3 points	b) **Déterminer** le nombre de vaches dont Marie a besoin pour maintenir une production laitière journalière moyenne de 25 hL ou plus.
2 points	c) Le modèle peut-il être étendu à 205 vaches ? **Justifier** la réponse.
	Partie 2
	d) La production laitière journalière d'été par vache suit une distribution normale de moyenne $\mu = 48$ litres et d'écart-type $\sigma = 16$ litres.
2 points	**Calculer** la probabilité qu'une vache choisie au hasard produise plus de 40 litres de lait un jour d'été. Donner la réponse à 0,001 près (3 décimales).
	e) On suppose que la probabilité qu'une vache choisie au hasard produise plus de 40 litres de lait par jour est égale à $0,69$. Actuellement, Marie possède 80 vaches.
2 points	**Calculer** la probabilité que moins de 60 de ces vaches produisent plus de 40 litres de lait par jour.

	Partie 3 Le tableau ci-dessous montre les précipitations annuelles (mesurées en cm) sur l'exploitation au cours des 10 dernières années.

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
x = années après 2013	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y = précipitations (cm)	123	125	117	115	120	113	110	100	108	105

4 points — f) **Tracer** un nuage de points pour représenter les données du tableau et, en interprétant ce diagramme, **décrire** la corrélation.

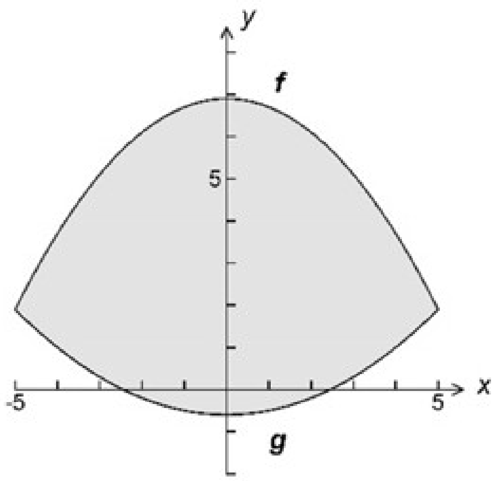
4 points — g) **Établir** une équation de la forme $y = m \cdot x + b$ de la régression linéaire de y en x en utilisant les données du tableau.

Tracer la droite de régression sur le même diagramme.

2 points — h) **Expliquer** pourquoi un modèle de régression linéaire pourrait ne pas être approprié à ces données sur un grand nombre d'années.

Partie 4

Il y a un étang sur la propriété, dont le diagramme se trouve ci-dessous (1 unité = 1 mètre) :



Les bords de cet étang sont représentés par les graphiques des fonctions f et g définies par
$f(x) = -0,2x^2 + 6,9, \quad -5 \leq x \leq 5$ pour le bord supérieur et
$g(x) = 0,1x^2 - 0,6, \quad -5 \leq x \leq 5$ pour le bord inférieur.

4 points — i) **Calculer** l'aire de la surface de cet étang.

Exercice 155 — Baccalaureat 2023-06-12 (All european schools) Calc. : ✓

Partie 1

Vélos publics à Helsinki

a) En août 2021, les trajets effectués dans le système de partage de vélos d'Helsinki avaient une distance moyenne de 2,25 km et un écart type de 16,04 km.

2 points — **Expliquer** ce qui a pu causer un si grand écart-type.

b) Sur une certaine période, la durée moyenne des déplacements était de $\mu = 645$ secondes et l'écart-type était de $\sigma = 271$ secondes. On suppose que la durée des trajets suit une distribution normale.

3 points — **Calculer** la probabilité qu'un trajet ait duré plus de 12 minutes.

Partie 2

Une étude couvrant la période 2009–2019 a montré que la vente de vélos électriques dans l'Union européenne peut être modélisée par la fonction N donnée par

$$N(t) = 0,0756 \cdot \mathrm{e}^{0,163t+2,03},$$

où t est le nombre d'années après 2009 et $N(t)$ est le nombre de vélos électriques vendus, en millions.

2 points — c) **Réécrire** la formule de $N(t)$ sous la forme $N(t) = K \cdot A^t$.

2 points — d) **Déterminer**, d'après ce modèle, le pourcentage annuel d'augmentation des ventes de vélos électriques.

e) Depuis 2009, le nombre total de vélos (y compris les vélos électriques) vendus en Europe est resté à peu près constant à 20 millions de vélos par an.

3 points — **Estimer** l'année à partir de laquelle le nombre de vélos électriques vendus représentera plus de la moitié du nombre total de vélos vendus.

	Partie 3 La hauteur $h(t)$ en centimètres (cm) d'une pédale de vélo au-dessus du sol au temps t, en secondes, est définie par $h(t) = a \cdot \sin(b \cdot t) + d$.
3 points	f) La hauteur maximale de la pédale est de 49 cm et la hauteur minimale est de 9 cm. **Déterminer** a et d.
3 points	g) Le temps nécessaire pour effectuer une rotation complète de la pédale est de 1,5 seconde. **Calculer** b. **Expliquer** quelle information b donne sur la rotation de la pédale.
	Partie 4 Sur un site web (Euro-Velo) consacré aux cycloroutes de longue distance en Europe, la Route du Rhin a été l'itinéraire le plus visité. En 2020, 142 124 des 1 644 417 visiteurs du site web ont visité la Route du Rhin. En 2021, sur un échantillon aléatoire de 2 000 visiteurs du site web, 156 ont visité la Route du Rhin. L'organisation Euro-Velo se demande si la proportion de personnes ayant visité la Route du Rhin a diminué de 2020 à 2021. Elle effectue donc un test d'hypothèse à un seuil de signification de 5%. p désigne la proportion de tous les visiteurs du site web qui ont visité la Route du Rhin en 2021.
2 points	h) **Vérifier** que l'hypothèse nulle de ce test est $H_0 : p = 0,086$.
2 points	i) **Déterminer** si le test est unilatéral à gauche ou à droite. **Justifier** la réponse.
3 points	j) **Calculer** la probabilité que le nombre de visiteurs de la Route du Rhin provenant d'un échantillon aléatoire de 2 000 visiteurs du site web soit inférieur ou égal à 156, en supposant que H_0 soit vraie. **Décider** si H_0 peut être rejetée. **Justifier** la conclusion.

Exercice 156 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Differdange (Luxembourg)) Calc. : ✓

Pour cet exercice, on rappelle les formules suivantes :

- le volume du solide de révolution généré en faisant tourner l'aire sous le graphique de $y = f(x)$ autour de l'axe des abscisses entre les droites d'équation $x = a$ et $x = b$ est donné par :

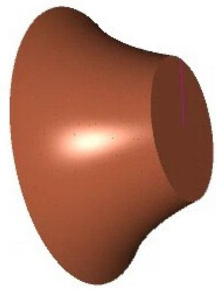
$$V = \int_a^b \pi\,(f(x))^2\,\mathrm{dx}$$

- la longueur d'un arc le long du graphique de $y = f(x)$ de $x = a$ à $x = b$ est donnée par :

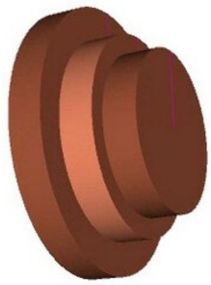
$$s = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,\mathrm{dx}$$

- le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par $\pi r^2 h$.

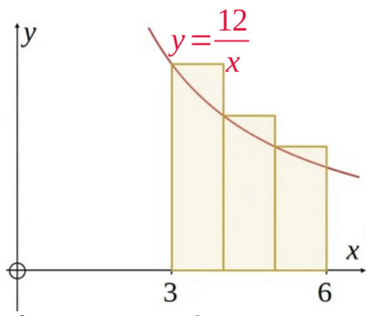
Un menuisier utilise un tour, qui est une machine pour façonner le bois afin qu'il ait toujours une section circulaire.
Il souhaite produire le solide final montré à droite :



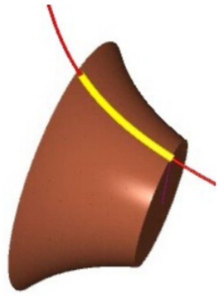
Il commence avec 3 cylindres collés ensemble comme indiqué.



Les cylindres d'origine correspondent au volume de révolution créé en faisant tourner les « rectangles de gauche » montrés dans le graphique de droite, où la courbe est donnée par $y = \dfrac{12}{x}$ et les trois rectangles sont égale en largeur entre $x = 3$ et $x = 6$.
L'unité de longueur pour x et y est 1 cm.



Le solide lisse final correspond au volume de révolution créé en faisant tourner la <u>zone exacte</u> sous la courbe autour de l'axe des abscisses, également entre $x = 3$ et $x = 6$.

	Donnez vos réponses en cm^3 au dixième près :
3 points	a) **Calculer** le volume total des cylindres d'origine.
3 points	b) **Calculer** le volume de bois restant dans le solide lisse final.
	Le menuisier décorera le solide avec un arc en or pur qui suit la courbe $y = \dfrac{12}{x}$ comme indiqué. La ligne dorée coûte 2 € par mètre de long. 
4 points	c) **Calculer** la longueur de l'arc d'or au millième de cm, et donc **estimer** le coût total de l'or au centime près si le menuisier décore 30 copies du solide.
	Le menuisier étiquette le solide J, puis produit neuf autres formes solides similaires de différentes tailles en les étiquetant de A à I. Il avait l'intention d'utiliser le même type de bois pour les nouveaux solides que pour J, mais après avoir terminé les travaux, il se rend compte qu'il a utilisé un bois plus dense pour deux d'entre eux, et il ne sait pas lesquels. Il calcule le volume et trouve la masse de chacun des nouveaux solides, enregistrant les résultats dans le tableau présenté à la page suivante.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Volume (cm^3)	80,5	63,4	90,8	53,4	71,7	105,6	88,8	66,9	99,7	
Masse(g)	36,0	28,5	45,5	24,0	32,5	47,5	44,5	30,0	45,0	

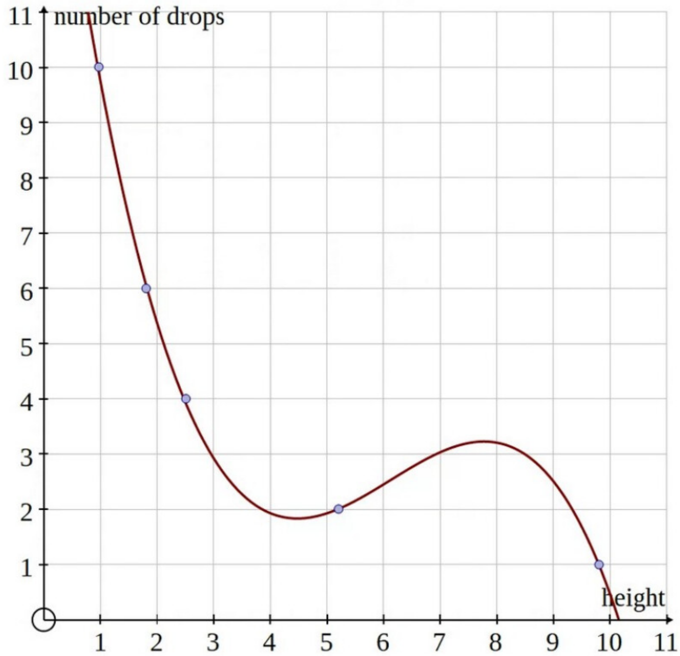
3 points	d) Utiliser la calculatrice pour **trouver** (avec des coefficients au centième près) une équation de la droite de régression et le coefficient de corrélation pour les solides A à I.
3 points	e) **Identifier** lesquels des solides de A à I sont faits de bois plus dense. Après les avoir supprimés des données, trouver (à nouveau au centième près) une équation de la droite de régression et le coefficient de corrélation pour les sept solides restants.
3 points	f) J a une masse de 34 g. **Déterminer** une approximation du volume, en cm^3 au dixième près, de J à partir de votre réponse en e) et comparer avec la réponse donnée en b). **Commenter** ces résultats.
	On rappelle que la densité est calculée en masse par unité de volume, en l'occurrence en grammes/cm^3.
3 points	g) **Expliquer** comment utiliser la droite de régression pour calculer la densité du bois pour les huit solides fabriqués à partir du même type de bois.
3 points	h) **Calculer**, en grammes/cm^3 au dixième près, la densité du bois utilisé pour les 2 autres solides.

Exercice 157 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Differdange (Luxembourg)) Calc. : ✓

Les corbeaux peuvent casser des noix en les laissant tomber d'un arbre sur une surface dure.
Si la noix ne se brise pas la première fois, le corbeau retourne vers l'arbre et la laisse tomber à nouveau.

L'observation de corbeaux faisant cela avec des noix similaires a donné les résultats suivants, et le graphique de droite montre les données avec une courbe cubique qui correspond bien aux données.

hauteur en mètres, x	nombre de lancers, y
0,96	10
1,8	6
2,5	4
5,2	2
9,8	1



4 points a) **Expliquer** pourquoi le modèle cubique semble un mauvais modèle pour cette situation.

3 points b) En utilisant le logarithme népériens, **trouver** le logarithme, au centième près, de chaque valeur ci-dessus et **créer** un tableau sur votre feuille de réponses comme indiqué ci-dessous :

$\ln x$	$\ln y$
...	...

3 points c) **Trouver** la droite de régression pour les données du logarithme sous la forme $\ln y = a \ln x + b$, en indiquant les valeurs de a et b au centième près.

4 points d) En utilisant le modèle de la partie c), **trouver** une approximation, au cm près, de la hauteur à partir de laquelle un corbeau devrait laisser tomber une noix pour la casser à la cinquième tentative.

Un corbeau se rend compte qu'une noix qu'il a ramassée est mauvaise et la laisse tomber en survolant un lac. Il lui faut 2 secondes pour toucher l'eau.
La vitesse verticale de la noix au cours du temps est donnée par :

- $v_1(t) = -10t + 0,5t^3$ avant qu'elle n'atteigne l'eau
- $v_2(t) = t - 4$ dans l'eau jusqu'à ce qu'elle remonte à la surface,

où t est le nombre de secondes après que la noix soit relâchée par le corbeau et v_1 et v_2 sont les vitesses en m/s. Une vitesse négative signifie que la noix tombe.

4 points e) **Déterminer** la hauteur au-dessus de l'eau lorsque le corbeau lâche la noix.

4 points f) **Trouver** la profondeur maximale de la noix dans l'eau.

3 points g) **Justifier** que la noix est sous l'eau pendant 4 secondes.

Les questions 1 et 2 sont indépendantes des questions 3 et 4

La déshydratation est la méthode la plus ancienne de conservation des aliments. Le procédé consiste à utiliser une source de chaleur pour évaporer l'eau des aliments. On considère qu'un abricot frais mis au séchoir est déshydraté.
Avant déshydratation, cet abricot frais pèse 45 g dont 85% d'eau. Le processus de déshydratation est terminé lorsque l'abricot pèse 9 g avec 25% d'eau. À ce stade, le fruit est considéré comme un « abricot sec ».

1.5 point 1. (a) **Calculer** la masse d'eau contenue dans un abricot frais.

1.5 point (b) **Montrer** qu'il reste 2,25 g d'eau dans un abricot sec.

On peut modéliser la masse d'eau en fonction du temps passé dans le sèche-linge par la fonction :

$$w(t) = 38,25 \cdot \mathrm{e}^{-0,26 \cdot t} \qquad \text{with } t \in [0; 13]$$

où $w(t)$ est le poids en grammes et t le temps en heures.

1 point 2. (a) **Interpréter** la valeur numérique $38,25$.

2 points (b) **Calculer** la masse d'eau après 2 heures dans le sèche-linge.

2 points (c) Si l'abricot passe 8 heures dans le séchoir, sera-t-il considéré comme un « abricot sec » ?

3 points (d) Utiliser la calculatrice pour **déterminer** le temps minimum pour que l'abricot soit étiqueté « abricot sec ».

Un producteur d'abricotiers achète ses arbres auprès de trois fournisseurs différents : 35% des arbres proviennent de la pépinière T_1, 25% de la pépinière T_2 et le reste de la pépinière T_3.
Chaque fournisseur dispose de deux qualités d'abricotiers : haute qualité ou qualité moyenne. La livraison de la pépinière T_1 contient 80% d'arbres de haute qualité, celle de T_2 contient 50% d'arbres de haute qualité et celle de T_3 seulement 30%.
Le producteur choisit un arbre au hasard parmi toutes les livraisons. Nous considérons les événements suivants :

- T_1 : « l'arbre vient de la pépinière T_1 »
- T_2 : « l'arbre vient de la pépinière T_2 »
- T_3 : « l'arbre vient de la pépinière T_3 »
- H : « c'est un arbre de grande qualité »
- M : « c'est un arbre de qualité moyenne »

2 points 3. (a) **Construire** un arbre de probabilités qui modélise la situation.

2 points (b) **Calculer** la probabilité que l'arbre choisi soit de haute qualité provenant de T_3.

2 points (c) **Montrer** que la probabilité de choisir un arbre de haute qualité $P(\mathrm{H})$ est de $0,525$.

2 points (d) L'arbre est de haute qualité, **calculer** la probabilité qu'il provienne de T_1. Arrondir au millième.

Un échantillon aléatoire de 10 abricots est sélectionné au sein du stock du producteur d'abricots. Nous supposons que le stock est suffisamment important pour que cette sélection puisse être considérée comme un tirage avec remplacement.
Nous supposons également que la probabilité pour qu'un abricot soit de haute qualité est la même que pour un arbre d'être de haute qualité.
Soit X la variable aléatoire comptant le nombre d'abricots de haute qualité.

1 point 4. (a) **Donner** les paramètres de la distribution binomiale suivis de X.

2 points (b) **Calculer** la probabilité qu'exactement 5 abricots soient de haute qualité. Arrondir au millième.

2 points (c) **Calculer** la probabilité qu'au moins 2 abricots soient de haute qualité. Arrondir au millième.

Exercice 159 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mamer (Luxembourg)) Calc. : ✓

Le train à grande vitesse (TGV) à destination de la Gare Centrale de Luxembourg–Ville commence à ralentir lorsqu'il passe devant la gare de la ville de Bettembourg. La vitesse du train, v, en m/s, est donnée par :

$$v(t) = 84 - 0,3t$$

... où t est le temps en secondes après le passage du train à la gare de Bettembourg.
Pour les questions suivantes, vous pouvez utiliser les formules :

- La distance d (en mètres) parcourue par un objet se déplaçant à une vitesse $v(t)$ entre le temps a et le temps b est donnée par : $d = \int_a^b |v(t)|\,\mathrm{dt}$.
- L'accélération a (en m/s^2) d'un objet se déplaçant à une vitesse $v(t)$ est donnée par : $a = \dfrac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{dt}}$. L'accélération peut être positive ou négative.
- L'énergie thermique E (en J, Joules) générée entre le temps a et le temps b par le TGV se déplaçant à une vitesse $v(t)$ est donnée par : $E = 220\ 000 \int_a^b v(t)\,\mathrm{dt}$.

2 points a) **Trouver** la distance parcourue par le train 100 secondes après avoir traversé la gare de Bettembourg.

2 points b) **Calculer** l'accélération du train (ici une décélération).

3 points c) **Justifier** par un calcul approprié que le train s'arrête 280 secondes après avoir traversé la gare de Bettembourg, en gardant à l'esprit que le train est considéré comme arrêté lorsque sa vitesse est égale à zéro.

2 points d) Pendant la décélération, il y a une accumulation de chaleur dans les freins du train en raison du frottement. **Calculer** l'énergie thermique générée lors des freinages du train entre le début du processus de décélération à Bettembourg et le moment où le train s'arrête complètement à la Gare Centrale.

Le TGV génère du bruit. Le gouvernement étudie l'utilisation d'arbres et de buissons pour atténuer les effets de ce bruit. À travers un feuillage dense, l'atténuation du bruit des trains A, mesurée en décibels par mètre, dB/m, est donnée par le modèle suivant :

$$A(x) = -0,058 + 0,0177 \cdot \ln(x)$$

... où x est la distance de propagation du bruit, mesurée en mètres depuis le train.

3 points e) **Calculer** l'atténuation du bruit juste après les buissons, à 30 mètres du train.

3 points f) **Trouver** la distance minimale du train qui fournit une atténuation de bruit d'au moins 0,04 dB/m.

2 points g) **Discuter** la limite de la valeur d'atténuation lorsque la distance de propagation s'approche de l'infini.

Les gens arrivent à la gare à l'heure avec une probabilité de 89%. Un jour d'hiver, 210 personnes souhaitent prendre le train. Soit X le nombre de personnes qui arrivent à leur train à l'heure. Nous supposons que X suit une loi binomiale.

2 points h) **Déterminer** la probabilité qu'aucune des personnes n'atteigne son train avec du retard.

2 points i) **Trouver** la probabilité qu'au moins 200 personnes atteignent leur train à l'heure.

2 points j) **Trouver** la probabilité que moins de 90% de ce groupe atteignent leur train à l'heure.

2 points k) **Calculer** l'espérance et l'écart-type de X.

Exercice 160 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mol (Belgium)) Calc. : ✓

	Suite à l'introduction de 100 écureuils dans une forêt en 2020, la population est étudiée. On constate que le nombre d'écureuils augmente en moyenne de 30% chaque année. On admet que la population d'écureuils peut être modélisée par une fonction de la forme : $$P(x) = k \times A^x$$ où $\begin{cases} P \text{ est le nombre d'écureuils} \\ x \text{ le temps en années} \\ k \text{ et } A \text{ des constantes à déterminer} \end{cases}$
2 points	a) **Déterminer** la valeur de la constante A du modèle correspondant aux données de l'énoncé. **Justifier** votre réponse.
	Pour la suite de l'exercice, on admettra que : $$P(x) = 100 \times 1,3^x$$
3 points	b) **Calculer** la population d'écureuils au bout de 6 mois ; de 5 ans ; de 10 ans.
2 points	c) À l'aide de la calculatrice, **déterminer** l'année durant laquelle la population d'écureuils dépassera les 500 individus.
2 points	d) **Expliquer** pourquoi ce modèle ne peut être utilisé au long terme.
	Afin d'étudier la population d'écureuils en 2021, une mangeoire a été installée au milieu de la forêt. Une caméra est disposée à proximité, ainsi qu'un détecteur de chaleur muni d'un compteur. Ainsi à chaque heure du jour, le nombre d'écureuils présents à la mangeoire est dénombré. Au cours d'une journée de 2021, il a été détecté un nombre maximum de visiteurs (10 écureuils) à 8h du matin. A 20h, le nombre minimal de visiteurs a été compté (aucun écureuil). On admet que la fréquentation de la mangeoire au cours du temps puisse être modélisée par une fonction périodique.

3 points — e) **Déterminer** les paramètres a, b, c et d dans le modèle du type :

$$N(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$$

où N est le nombre d'écureuils présents à la mangeoire en été et x est l'heure de la journée.

En 2020, une étude similaire avait été réalisée. On pouvait alors admettre que la fréquentation de la mangeoire au cours du temps était modélisée par la fonction suivante :

$$T(x) = 6 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{10} \cdot (x - 3)\right) + 7$$

2 points — f) À l'aide du modèle périodique donné pour l'année 2020, **calculer** le nombre d'écureuils à 14h.

2 points — g) **Tracer** la représentation graphique de ce modèle périodique.

3 points — h) À l'aide du modèle périodique donné pour l'année 2020, **estimer** la/les heure/s de la journée où il y a 7 visiteurs à la mangeoire.

On estime que 10% des écureuils présents dans la forêt sont pucés afin d'être tracés.

3 points — i) **Calculer** la probabilité d'avoir, à 8h du matin, au moins 1 écureuil pucé parmi les écureuils présents à la mangeoire. Arrondir le résultat à 4 décimales près.

Quand la population d'écureuils atteint les 1 000 individus, une étude épidémiologique est menée. On relève alors que 60% des écureuils sont des femelles, que 15% des femelles sont encore de la génération introduite en 2020 ; tandis que 250 écureuils sont des mâles d'une des générations suivantes.
On note :

- **F** = l'écureuil est une femelle
- **M** = l'écureuil est un mâle
- $\mathbf{G_0}$ = l'écureuil est de la génération initialement introduite
- $\mathbf{G_1}$ = l'écureuil est d'une des générations suivant celle initialement introduite

3 points — j) On prélève au hasard un écureuil appartenant à la génération de départ. **Déterminer** la probabilité que cet écureuil soit un mâle.

Exercice 161 — Baccalaureat 2023-06-19 (All european schools) Calc. : ✓

Partie 1

Le tableau ci-dessous montre le prix du blé dur en € par tonne pour la période 2016–2021.

Année		2016	2017	2018	2019	2020	2021
Années après 2016	x	0	1	2	3	4	5
Prix du blé (€ par tonne)	y	110	140	145	170	266	341

2 points a) **Tracer** un nuage de points pour représenter les données du tableau.

1 point b) **Déterminer** l'augmentation annuelle moyenne du prix du blé dur de 2016 à 2021.

4 points c) **Établir** une équation sous chacune des formes $y = K \cdot A^x$ et $y = K \cdot e^{a \cdot x}$ de la régression exponentielle de y en x en utilisant les données du tableau.
Donner les constantes A et a à 0,001 près (3 décimales).

En d) et e), utiliser le modèle exponentiel $g(x) = 104 \cdot e^{0,22x}$ pour le prix en € par tonne de blé dur x années après 2016.

1 point d) **Estimer** le prix du blé dur en € par tonne en 2023.

2 points e) **Comparer** $g'(4)$ et $g'(5)$. **Expliquer** ce que ces deux valeurs révèlent sur le prix du blé.

Partie 2

Deux exploitations agricoles A et B produisent du blé. Les récoltes de blé sont acheminées vers un site de transformation qui transforme le blé en semoule ou en farine et le conditionne en sacs.
40% du blé utilisé sur le site de transformation provient de l'exploitation A et le reste de l'exploitation B.
45% du blé de l'exploitation A est utilisé pour produire de la farine.
70% du blé de l'exploitation B est utilisé pour produire de la semoule.
Sur le site de transformation, un sac est choisi au hasard.

2 points f) **Calculer** la probabilité que le sac contienne de la farine et que le blé provienne de l'exploitation A.

3 points g) Étant donné que le sac contient de la semoule, **calculer** la probabilité que le blé provienne de l'exploitation B.

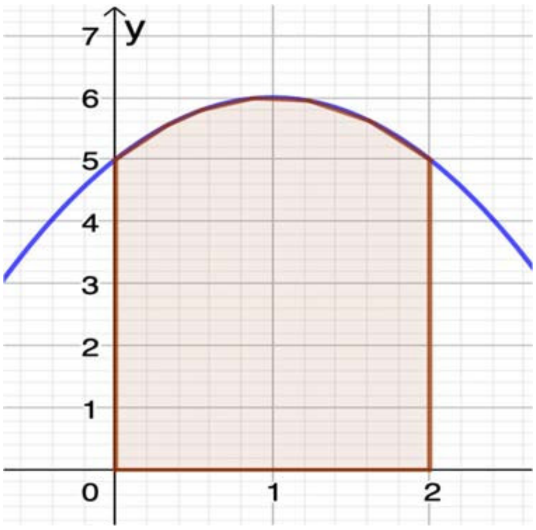
Partie 3

La région dans laquelle se trouve l'exploitation B est touchée par la septoriose, une maladie qui affecte différents types de plantes, dont le blé. L'exploitation B traite toutes ses parcelles de blé. Des études menées dans la région ont permis d'estimer que pour le blé traité, 12% sont atteints par cette maladie.
On examine le blé à 25 points de contrôle choisis au hasard dans l'exploitation B.

3 points h) **Déterminer** la probabilité qu'au plus un de ces points de contrôle contienne du blé affecté par cette maladie.

2 points i) **Déterminer** l'espérance du nombre de points de contrôle affectés par cette maladie.

Partie 4
La surface ombrée de la figure ci-dessous représente une parcelle de blé de l'exploitation A.
La surface est délimitée par le graphique de la fonction f définie par $f(x) = -x^2 + 2x + 5$ et l'axe des abscisses pour $0 \leq x \leq 2$.



j) Une fonction F est définie par

$$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 5x.$$

2 points **Montrer** que F est une primitive de f.

2 points k) **Calculer** l'aire de la surface ombrée.

Exercice 162 — Baccalaureat 2023-06-19 (All european schools) Calc. : ✓

	Partie 1
	La voiture électrique VOLTWAGEN est testée sur une piste d'essai courte et droite. La voiture parcourt la piste d'essai en 8 secondes et la vitesse v (en m/s) de la voiture électrique peut être modélisée par $$v(t) = -2t^2 + 16t,$$ où t est le temps en secondes, $0 \leq t \leq 8$.
3 points	a) **Déterminer** $v'(t)$ et **interpréter** la signification de la dérivée dans ce contexte.
3 points	b) **Calculer** $\int_0^8 v(t)\,\mathrm{d}t$ et **interpréter** la signification du résultat dans ce contexte.
3 points	c) **Calculer** la vitesse maximale de la voiture sur la piste d'essai.
	Partie 2
	En 2018, le nombre de Voltwagens vendues était de 3 325. Les années suivantes, le nombre de voitures vendues a augmenté de 8,2% par an.
2 points	d) **Calculer** le nombre de voitures vendues en 2022.
3 points	e) On considère la fonction f, où $f(x)$ est le nombre de voitures vendues x années après 2018. **Résoudre** l'équation $f(x) = 5\ 000$ et **interpréter** le résultat.
3 points	f) **Déterminer** le temps de doublement, c'est-à-dire le temps nécessaire pour que le nombre de voitures vendues double.

	Partie 3
	Le constructeur affirme que 90% des Voltwagens peuvent parcourir 700 km avec une seule charge. Un groupe d'utilisateurs de ces voitures soupçonne que les batteries ne sont pas aussi bonnes. Un institut de recherche contrôle 80 Voltwagens choisies au hasard. Le contrôle montre que 66 des 80 voitures peuvent parcourir 700 km avec une seule charge. Pour vérifier l'affirmation du constructeur, l'institut effectuera un test d'hypothèse au seuil de signification de 5%.
2 points	g) **Formuler** l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1.
2 points	h) **Expliquer** si le test est effectué à gauche ou à droite.
4 points	i) La variable aléatoire X décrit le nombre de voitures d'un échantillon de 80 Voltwagens, pouvant parcourir 700 km avec une seule charge de la batterie. En supposant que H_0 est vraie, **calculer** la probabilité que X soit inférieure ou égale à 66. **Conclure** par conséquent si l'hypothèse H_0 est rejetée ou non.

Exercice 163 — Pre baccalaureat 2023-01-24 (Strasbourg (France)) Calc. : ✓

Utilisez votre calculatrice pour les questions b), c), d), e), f), h), i), j) et m)

Frog and Toad, Arnold Lobel, 1970–1979

La valeur d'un vélo en euros, en fonction du temps t en années, est donnée par la fonction f avec $f(t) = 750 + 2\ 250 \cdot \mathrm{e}^{-0,2t}$.

1 point	a) Calculer la valeur du vélo à l'achat.
2 points	b) Calculer la valeur du vélo après un an et après trois ans.
1 point	c) Combien le vélo a-t-il perdu en valeur au cours de la première année ? (arrondir la réponse à l'euro près)
3 points	d) De quel pourcentage la valeur a-t-elle diminuée après trois ans ? (arrondir à 1% près)
3 points	e) Résoudre l'équation $f(t) = 1\ 500$ et interpréter le résultat.
2 points	f) Déterminer la valeur à long terme du vélo en se basant sur ce modèle.
2 points	g) Calculer la dérivée $f'(t)$.
2 points	h) Calculer $f'(5)$ et interpréter le résultat.

Tandem, Marke William, 1950

Un moteur à essence de 48 cm^3 est monté sur le vélo.
La consommation en carburant mesurée en litres pour 100 km peut être modélisée en fonction de la vitesse x en km/h par la fonction $h(x) = 0,04x + \dfrac{25}{x}$.

2 points — i) Représenter graphiquement la fonction h pour $5 \leq x \leq 50$ en utilisant les valeurs du tableau suivant.

x	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$h(x)$										

Arrondir les valeurs de la fonction au dixième près.
Du papier millimétré est disponible.

1 point — j) Calculer la consommation en carburant à 25 km/h en litres pour 100 km.

2 points — k) Lire graphiquement la vitesse x pour laquelle la consommation en carburant est minimale.

2 points — l) Calculer une primitive de la fonction h.

2 points — m) Le vélo est poussé et démarre à une vitesse de 5km/h. Il est ensuite accéléré de manière régulière jusqu'à une vitesse de 50 km/h.
Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_5^{50} h(x)\,\mathrm{dx}$ à la calculatrice. Arrondir à l'entier près.

Remarque (Ceci n'est pas une question !) : Le calcul $\displaystyle\frac{1}{45}\int_5^{50} h(x)\,\mathrm{dx}$ *correspond à la consommation moyenne de carburant lors d'une accélération de 5 km/h à 50 km/h.*

Exercice 164 — Pre baccalaureat 2023-01-24 (Strasbourg (France)) Calc. : ✓

Utilisez votre calculatrice pour les questions a, b, c, d, e, g, i, et k.
Les résultats numériques doivent être arrondis à l'entier le plus proche.
Jane démarre une entreprise en ligne et utilise les réseaux sociaux pour la promouvoir. Le nombre hebdomadaire de visiteurs sur son site web est modélisé par la fonction $f(t) = 15 \cdot \ln(3t + 1)$, où t est le temps en semaines, avec $0 \leq t \leq 52$, et $f(t)$ le nombre de visiteurs en centaines.

2 points — a) Calculer le nombre de visiteurs au cours de la première et de la dernière semaine de l'année à l'aide de ce modèle.

2 points — b) Calculer le nombre total de visites sur le site web au cours des trois premières semaines.

4 points — c) Combien de semaines a-t-il fallu avant que le nombre total de visites dépasse les 20 000 ?

3 points — d) Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_0^{26} f(x)\,\mathrm{dx}$ à la calculatrice, et interpréter le résultat dans cette situation.

3 points — e) Calculer $f'(26)$ arrondi au centième près, et interpréter le résultat.

Jane suppose que le taux d'augmentation du nombre de visiteurs sera constant à partir de la semaine 26, et que ce taux sera égal à $m = 0,6$. Elle modélise le nombre de visiteurs (en centaines) pour $26 \leq t \leq 52$ par la fonction $g(t) = 0,6 \cdot t + 50$.

2 points — f) Expliquer comment Jane a trouvé l'expression de la fonction $g(t)$.

1 point — g) Calculer le nombre de visiteurs attendus par Jane au cours de la dernière semaine de l'année selon ce modèle.

2 points — h) Ecrire une intégrale qui permet de calculer le nombre total de visites au cours des 26 dernières semaines.

	Au bout du compte, il y avait 7820 visiteurs la dernière semaine de la première année.
2 points	i) Lequel des deux modèles donne la prédiction la plus précise de ce nombre ?
	Jane vend un support de micro en métal sur son site web. La forme de ce support est un solide de révolution obtenu en faisant tourner le graphe de la fonction $h(x) = \dfrac{4}{0,5x - 1,4}$ pour $-5 \leq x \leq 2$ autour de l'axe des abscisses. L'unité de longueur est le centimètre.
2 points	j) Écrire l'intégrale pour obtenir le volume du solide de révolution en utilisant la formule $V = \displaystyle\int_a^b \pi\,(f(x))^2\,\mathrm{dx}$.
2 points	k) Calculer le volume de métal utilisé pour fabriquer le support de micro, arrondi au cm^3 près.

Exercice 165 — Pre baccalaureat 2023-01-31 (Varese (Italy)) Calc. : ✓

L'île

Partie 1 (Les parties 1 et 2 de cette question peuvent être résolues indépendamment.)

Le tableau ci-dessous donne la population recensée sur une île.

Début de l'année	2015	2020
Population	5 500	7 250

2 points a) Utiliser un modèle affine pour **prévoir** la population au début de l'année 2023.

b) Pierre utilise un modèle exponentiel $p(t) = k \cdot a^t$ pour modéliser la 3 population. Dans ce modèle, $t = 0$ correspond au début de 2015 et, a et k sont des paramètres.

3 points **Calculer** les valeurs des paramètres a et k de la fonction $p(t)$.

2 points c) **Montrer** que le modèle exponentiel $f(t) = 5\ 500 \cdot \mathrm{e}^{0,05525 \cdot t}$ correspond bien aux données.

Pour les questions d), e), f), vous pouvez utiliser le modèle :

$$f(t) = 5\ 500 \cdot \mathrm{e}^{0,05525 \cdot t}$$

Dans ce modèle $t = 0$ correspond au début de l'année 2015.

2 points d) **Déterminer** le taux de croissance annuel du modèle exponentiel.

2 points e) **Calculer** $f'(5)$ et **interpréter** à quoi correspond cette valeur dans le contexte donné.

3 points f) Utiliser le modèle exponentiel pour **trouver** en quelle année la population atteindra 10 000 personnes.

Au début de 2022, l'île a été frappée par un tremblement de terre. Bien que personne n'ait été blessé dans l'événement, 6 000 personnes ont décidé de quitter l'île immédiatement. Après leur départ, le taux de croissance de la population de l'île est resté le même qu'avant le séisme.

3 points g) **Chercher** en quelle année la population de l'île sera à nouveau la même qu'au début de 2015.

	Partie 2 La *longueur du jour* est le temps compté entre le lever du soleil et le coucher du soleil. Pierre vit sur l'île et mesure la longueur du jour de chaque premier jour du mois durant une année entière (non bissextile). Les mesures sont données ci- dessous :

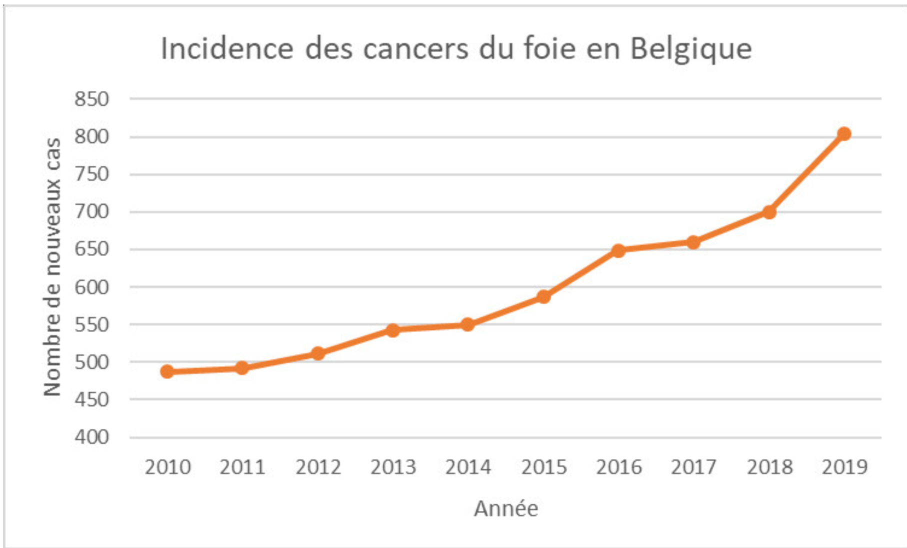
Date	1er janvier	1er février	1er mars	1er avril	1er mai	1er juin
Durée du jour (en heures)	7,67	8,55	10	11,2	12,33	13

Date	1er juillet	1er août	1er septembre	1er octobre	1er novembre	1er décembre
Durée du jour (en heures)	13,05	12,67	11,6	10,35	8,95	7,83

Pierre modélise la durée du jour $h(x)$ avec le modèle périodique $h(x) = a \cdot \sin(b(x - c)) + d$, où $h(x)$ est exprimée en heures, x est exprimé en jours et $x = 1$ correspond au premier janvier.

2 points	h) **Expliquer** pourquoi la durée du jour peut être modélisée par une fonction périodique et **donner** la période de cette fonction.
2 points	i) **Estimer** l'amplitude de ce modèle périodique.
4 points	j) En conséquence, **rechercher** les valeurs des paramètres a, b, c, et d qui correspondent le mieux au modèle périodique $h(x)$.

Exercice 166 — Pre baccalaureat 2023-01-30 (Mol (Belgium)) Calc. : ✓

	Les données médicales recueillies les dernières années par le Registre du Cancer montrent que le nombre annuel de nouveaux cas (incidence) de cancers du foie ne cesse d'augmenter en Belgique.  Deux modèles sont proposés pour modéliser cette évolution : $$f(t) = 32,7818t + 450,78$$ $$g(t) = 463,93 \times 1,0123^t$$ où t est le temps en années à partir de 2010.
2 points	a) À l'aide de la calculatrice, **déterminer** pour chacun des deux modèles en quelle année la Belgique atteindra les 1 000 nouveaux cas de cancers du foie par an.
	A la fin de l'année 2021, 803 nouveaux cas de cancers du foie ont été détectés.
4 points	b) **Calculer**, à l'aide de chacun des deux modèles, le nombre prévisionnel de nouveaux cas de cancers du foie en Belgique en 2021. **Comparer** les résultats obtenus au nombre réellement observé et en **déduire** le modèle le plus adapté à la situation.
2 points	c) **Calculer** $\int_0^9 f(t)\,\mathrm{dt}$ et **interpréter** le résultat obtenu dans le contexte décrit dans l'énoncé.

Les études montrent que plusieurs facteurs de risque peuvent intervenir dans la survenue du cancer du foie. Parmi ces facteurs, l'infection par le virus de l'hépatite C.
En Belgique, 1% de la population est contaminée par le virus de l'hépatite C.
On dispose d'un test de dépistage de ce virus dont les propriétés sont les suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,98 (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test).

On fait passer un test de dépistage à une personne choisie au hasard dans la population belge.
On note :

- V l'événement « la personne est contaminée par le virus de l'hépatite C »
- T l'événement « le test est positif ».

3 points d) **Présenter** les informations de l'énoncé avec des notations mathématiques de probabilité correctes.

3 points e) **Traduire** la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.

2 points f) **Démontrer** que la probabilité que le test soit positif est de 0,0395.

3 points g) Une personne vient de recevoir le résultat de son test : négatif. **Déterminer** la probabilité que cette personne ne soit effectivement pas contaminée par le virus. Arrondir le résultat à 4 décimales près.

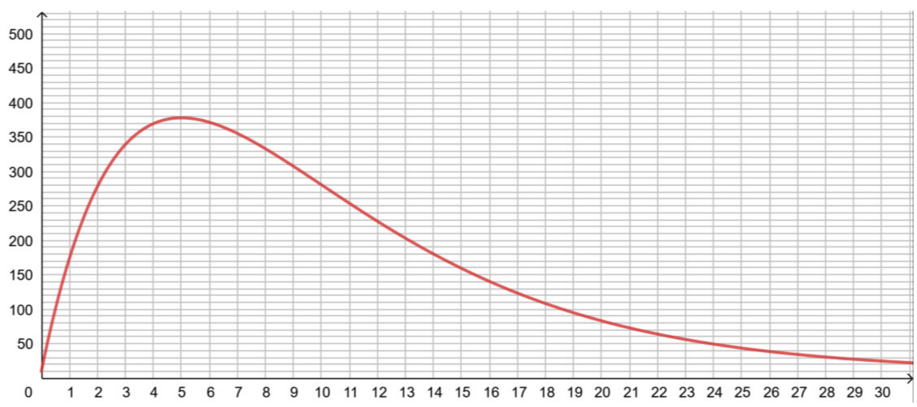
On choisit successivement 20 personnes de la population au hasard. On considère que les tirages sont indépendants.
On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes contaminées par le virus de l'hépatite C parmi ces 20 personnes.

3 points h) **Calculer** la probabilité qu'il y ait au moins deux personnes contaminées parmi les 20. Arrondir le résultat à 4 décimales près.

L'infection par le virus de l'hépatite C se traduit par une modification du nombre de globules blancs (cellules immunitaires intervenant dans les mécanismes de défense de l'organisme) dans le sang irrigant le foie.
Le nombre de globules blancs a été mesuré chez un patient dans les 30 jours suivant l'infection par le virus de l'hépatite C.
L'évolution du nombre de globules blancs peut être modélisée par la fonction suivante, représentée dans le graphique ci-dessous :

$$f(x) = 200x \cdot \mathrm{e}^{-\frac{x}{5}} + 10$$

Nombre de globules blancs ($\times 10^9$ cellules par litre de sang)



Temps (jour)

3 points i) À l'aide de la calculatrice et de ce modèle, **déterminer** la vitesse d'évolution du nombre de globules blancs 3 jours après l'infection.

Exercice 167 — Pre baccalaureat 2023-01-23 (Paris (France)) Calc. : ✓

Pour les véhicules à moteur courants, nous considérons les deux variables *Taille du moteur* (volume du cylindre) et *Consommation de carburant* (nombre de kilomètres parcourus pour chaque litre d'essence).

Les données suivantes ont été collectées pour 10 véhicules.

Voiture	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Taille du moteur	1,1	1,2	1,2	1,5	1,5	1,8	2,4	3,3	4,2	5,0
Consommation de carburant	21	18	19	18	17	16	15	20	14	11

Par exemple, la voiture A a une *taille de moteur* de 1,1 et une *consommation de carburant* de 21, ce qui signifie qu'elle parcourra 21 kilomètres pour 1 litre d'essence.

2 points 1. (a) **Construire** un nuage de points des données ci-dessus, la taille du moteur étant la variable indépendante. Utilisez le papier millimétré figurant sur la page annexe (à rendre avec la copie).

2 points (b) **Décrire** la corrélation entre les deux variables.

1 point (c) Quelle voiture affiche une consommation de carburant qui ne correspond pas à la tendance générale ?

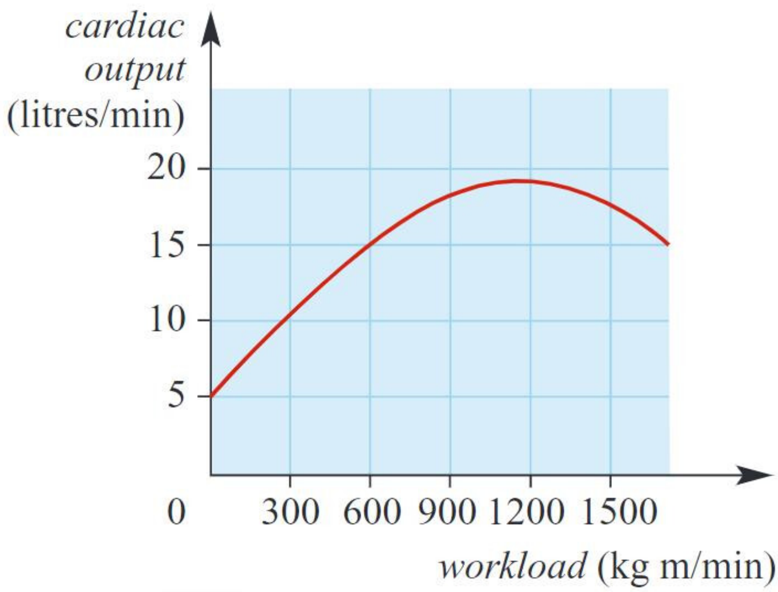
Remarque : cette valeur aberrante ne constitue pas une erreur d'enregistrement et ne peut donc pas être supprimée.

2 points (d) Utiliser la calculatrice pour **calculer** le coefficient de corrélation de Pearson r (arrondir au millième).

2 points (e) Utilisez la technologie pour **trouver** l'équation de la droite de régression. Arrondissez la pente de la droite et l'ordonnée à l'origine au dixième.

2 points (f) Utiliser cette droite de régression pour **estimer** la consommation de carburant pour une voiture avec une taille de moteur de 2.

Le débit cardiaque est un facteur important dans l'endurance sportive. Le graphique montre un graphique de test d'effort du débit cardiaque (mesuré en litres/min de sang) par rapport à la charge de travail (mesurée en kg m/min).



2 points — 2. (a) **Estimer** le taux moyen de variation du débit cardiaque par rapport à la charge de travail lorsque la charge de travail augmente de 0 à 1 500 kg m/min (arrondir à 4 chiffres après la virgule).

3 points — (b) **Estimer** le taux instantané de changement du débit cardiaque par rapport à la charge de travail au point où la charge de travail est de 450 kg m/min (arrondir à 4 chiffres après la virgule).

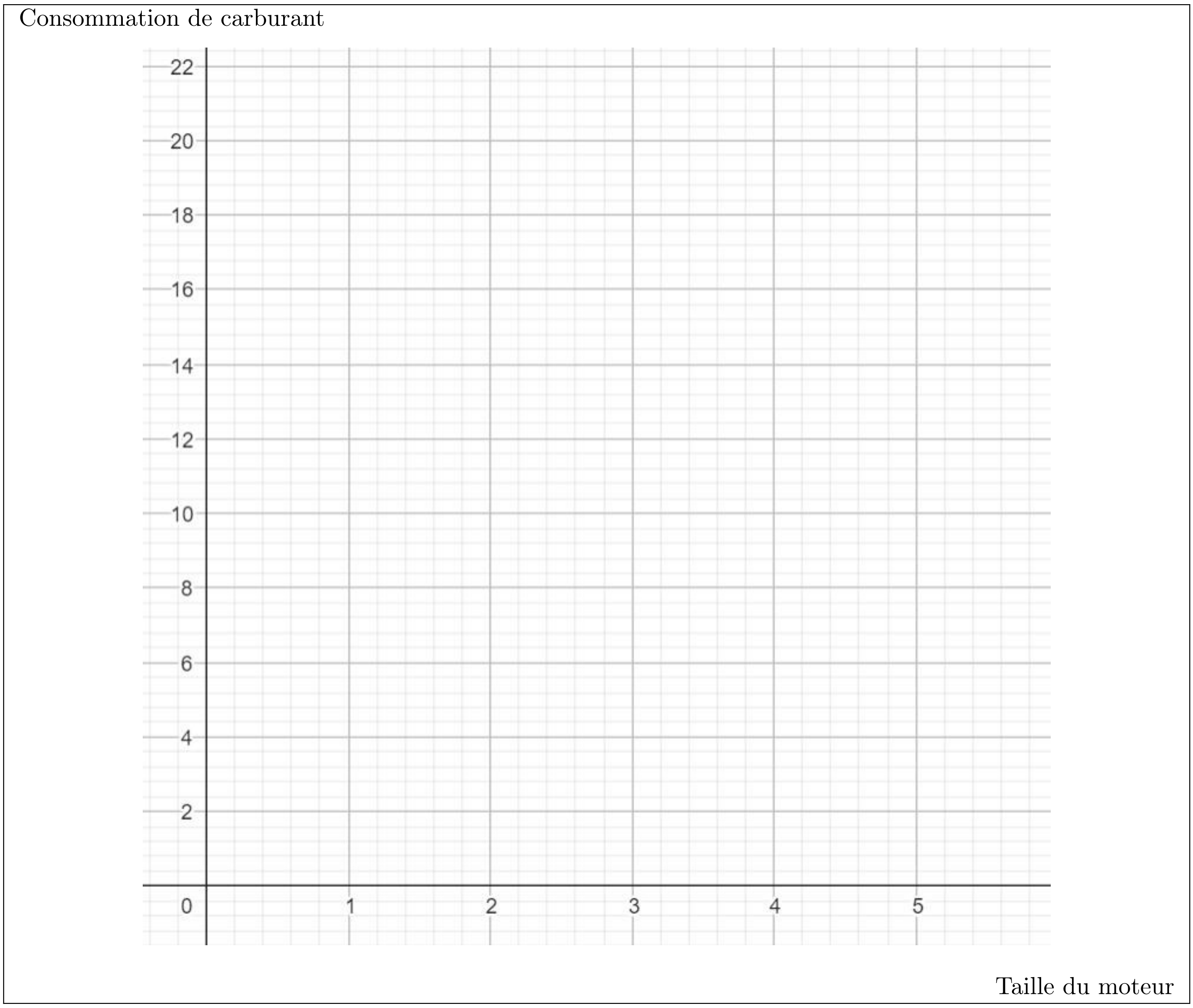
2 points — (c) Il arrive un moment où le taux instantané de variation du débit cardiaque par rapport à la charge de travail est égal à zéro. **Estimer** de la charge de travail qui se produit. **Justifier** correctement la réponse.

Pour une nouvelle émission télévisée, les personnages principaux sont deux hommes, une femme et deux filles.
À l'issue du premier tour de casting, il reste 5 acteurs, 4 actrices et 6 filles.

2 points — 3. (a) **Déterminer** combien de choix de personnages différents sont possibles s'il n'y a aucune restriction.

3 points — (b) Une actrice et une fille sont en réalité mère et fille. **Déterminer** la probabilité qu'elles soient toutes les deux choisies pour le spectacle (arrondir au millième).

2 points — (c) Le producteur souhaite que son fils, qui fait partie des 5 acteurs restants, soit choisi pour jouer dans l'émission. Et entre-temps, deux des 6 filles ont décliné le rôle. **Déterminer** combien de choix de personnages sont possibles.


Consommation de carburant
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
1
2
3
4
5
Taille du moteur

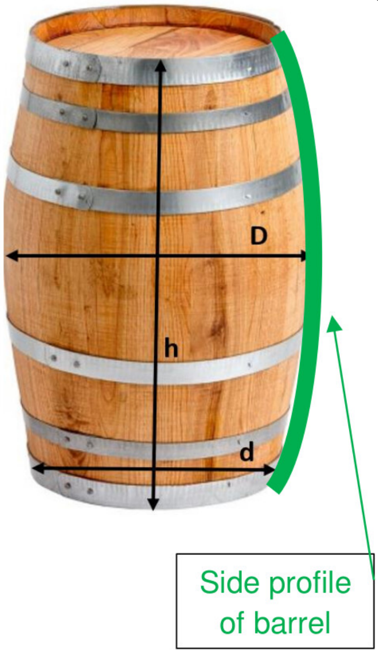
Une cave luxembourgeoise produit des vins partiellement fermentés en fûts de chêne.
En moyenne, le fût utilisé a les dimensions indiquées sur la figure ci-contre :

- Hauteur : h=10 dm
- Diamètre minimum : d=5 dm
- Diamètre maximum : D=6 dm

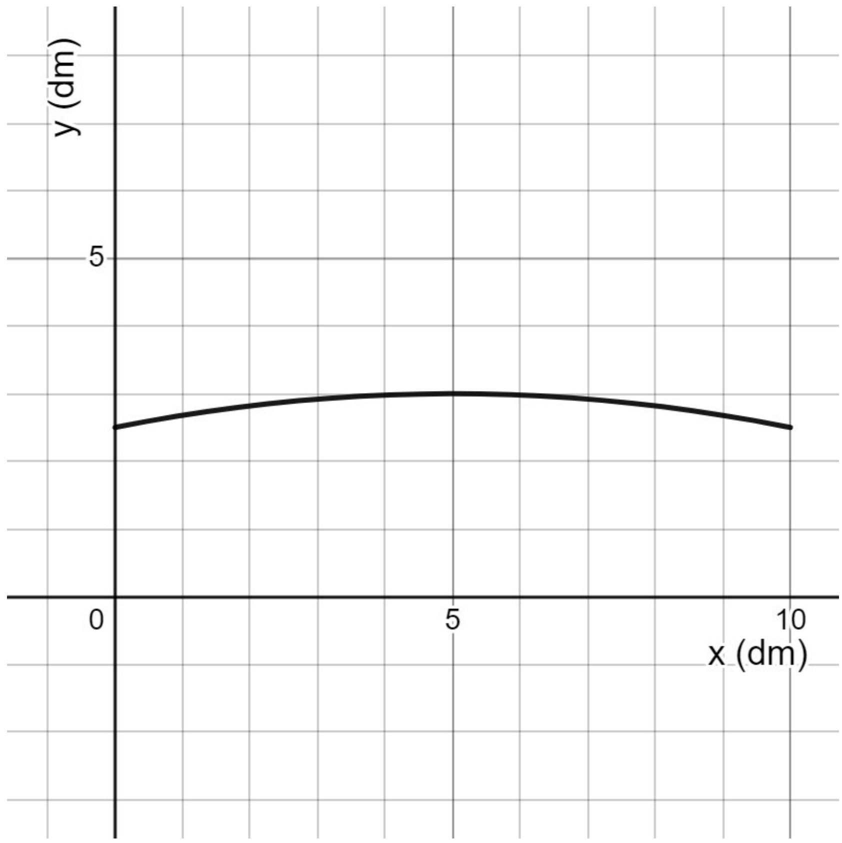
Le profil latéral du fût peut être modélisé avec une fonction

$$f(x) = -0,02x^2 + 0,2x + 2,5$$

… où le rayon du fût $f(x)$ est représenté en fonction de la hauteur x (avec $0 \leq x \leq 10$ et les mesures sont exprimées en décimètres).



Le profil latéral est également représenté dans la figure suivante :



2 points — a) **Calculer** $f'(5)$ et **vérifier** que le fût a un diamètre maximum de 6 dm.

2 points — b) Sachant que la formule pour la longueur d'une courbe est

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,\mathrm{dx}$$

… **calculer** la longueur du profil latéral en dm (exprimer le résultat avec une précision de trois décimales)

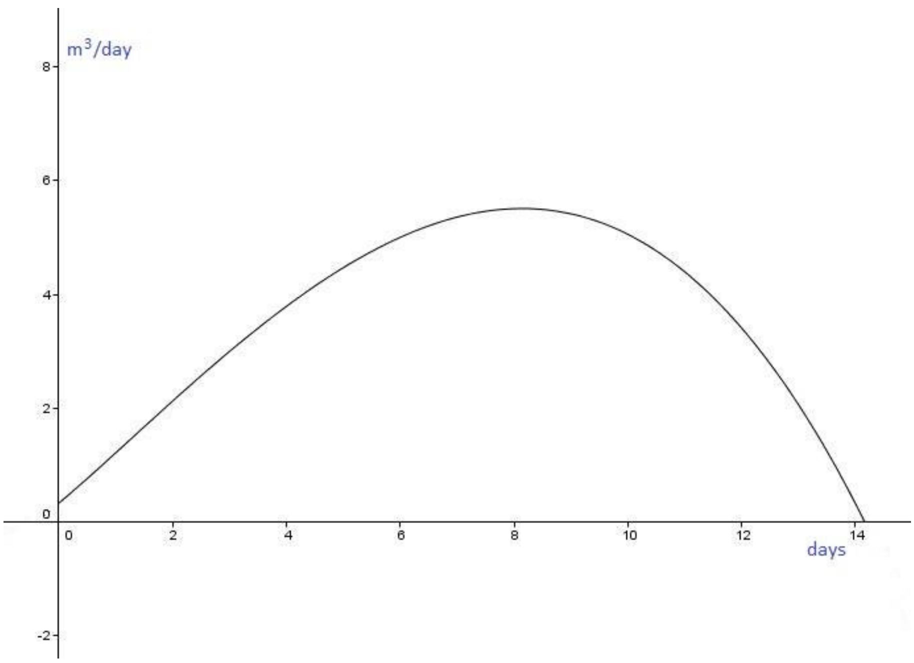
2 points — c) Selon le fabricant de fûts, la capacité moyenne d'un fût est comprise entre 252 et 253 dm^3. **Vérifiez** que la déclaration de l'entreprise est correcte en utilisant la formule du volume d'un solide en rotation :

$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2\,\mathrm{dx}$$

d) Après fermentation, le vin est entonné avec un débit en mètres cubes par jour donné par :

$$g(t) = -0,005 \cdot t^3 + t + \frac{2}{3 \cdot t + 6}$$

où t est le temps après le début du transfert, mesuré en jours.
Le graphique de la fonction g est représenté ici :



2 points — i. **Calculer** le volume de vin transféré entre le 2$^{\text{ème}}$ jour et le 14$^{\text{ème}}$ jour (inclus).

2 points — ii. **Déterminer** quand le taux de transfert du vin est maximum.

	Une partie du vin produit est utilisée pour élaborer un vin de liqueur de garde. Au fil des années, le vin s'évapore. Le tableau suivant montre la quantité de vin laissée $w(t)$ dans un tonneau rempli en 1990, par rapport au temps t (en années), avec t commençant à $t = 1990$.

t (années)	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Vin restant (litres)	252	252	251	251	249	247	244	244	243	240	239

Entrer ces données dans la calculatrice.

1 point	e) En interprétant la tendance observée dans les données sur le liquide restant en fonction de l'année, **expliquer** pourquoi les données semblent être corrélées.
2 points	f) En supposant qu'un modèle linéaire puisse être appliqué, **déterminer** l'équation de la droite de régression linéaire. Donner les coefficients de l'équation avec une précision de deux décimales.
1 point	g) **Déterminer** le coefficient de régression linéaire avec une précision de deux décimales. **Interpréter** le résultat ; la corrélation est-elle fiable ?
2 points	h) Pour cette question, nous prendrons : $w(t) = -1,418t + 3\ 076$. **Estimer** la quantité de vin qui restera dans un fût après 20 ans (votre réponse doit être correcte au litre près).
	Le vin est finalement vendu en bouteilles. La campagne promotionnelle du produit exige que l'intérieur du bouchon de la bouteille contienne un code qui donne à l'acheteur une chance de gagner un prix avec une probabilité $p = 0,093$. Dans un centre commercial, 100 bouteilles sont exposées simultanément.
1 point	i) **Justifier** le fait qu'on puisse utiliser une distribution binomiale de probabilité p pour modéliser cette situation.
2 points	j) **Calculer** l'espérance et l'écart-type de la distribution binomiale.
2 points	k) **Calculer** la probabilité (avec une précision de 4 décimales) qu'il y ait au moins 2 bouteilles sur 100 avec un bouchon gagnant.
2 points	l) **Calculer** la probabilité (avec une précision de 4 décimales) qu'il y ait exactement 5 bouteilles sur 100 avec un bouchon gagnant.
2 points	m) **Calculer** la probabilité (avec une précision de 4 décimales) qu'il y ait au maximum 10 bouteilles sur 100 avec un bouchon gagnant.