**Exercice 81 p.31**

1. (a)

| $x \equiv$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^3 \equiv$ | 0 | 1 | 1 | 6 | 1 | 6 | 6 |

(b)

$a^3 + b^3$

Dans le tableau du a), on voit qu'il y a 3 cas différents pour le cube : 0, 1, 6.

| $b^3$ \ $a^3$ | 0 | 1 | 6 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 6 |
| 1 | 1 | 2 | 0 |
| 6 | 6 | 0 | 5 |

$a^3 + b^3 + c^3$

Dans le tableau du b)$1^{\text{er}}$), on voit qu'il y a 5 cas différents pour la somme de deux cubes : 0, 1, 2, 5, 6.

| $c^3$ \ $a^3+b^3$ | 0 | 1 | 2 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 2 | 5 | 6 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 6 | 0 |
| 6 | 6 | 0 | 1 | 4 | 5 |

2. On voit dans le tableau b)$2^{\text{e}}$) que $a^3 + b^3 + c^3 \equiv 0$ dans 3 cas :
   - $a^3 + b^3 \equiv 0$ et $c^3 \equiv 0$
   - $a^3 + b^3 \equiv 1$ et $c^3 \equiv 6$
   - $a^3 + b^3 \equiv 6$ et $c^3 \equiv 1$

   Pour le premier cas, on voit dans le tableau a) que $c^3 \equiv 0$ quand $c \equiv 0$, et dans ce cas là alors $abc \equiv 0$

   Pour le second cas, on voit dans le tableau b)$1^{\text{er}}$) que $a^3 + b^3 \equiv 1$ dans 2 sous-cas :
   - $a^3 \equiv 0$ et $b^3 \equiv 1$ : alors $a \equiv 0$ donc $abc \equiv 0$
   - $a^3 \equiv 1$ et $b^3 \equiv 0$ : alors $b \equiv 0$ donc $abc \equiv 0$

   Pour le troisième cas, on voit dans le tableau b)$1^{\text{er}}$) que $a^3 + b^3 \equiv 6$ dans 2 sous-cas :
   - $a^3 \equiv 0$ et $b^3 \equiv 6$ : alors $a \equiv 0$ donc $abc \equiv 0$
   - $a^3 \equiv 6$ et $b^3 \equiv 0$ : alors $b \equiv 0$ donc $abc \equiv 0$

   Ainsi dans tous les cas on a bien $abc \equiv 0$.

**Exercice 94 p.32**

1. (a) Pour B : $5^2 = 25$. 25 divisé par 11 donne 2 reste 3.
   Pour A : $5^1 = 5$. 5 divisé par 11 donne 0 reste 5.
   Pour D : $5^4 = 625$. 625 divisé par 11 donne 56 reste 9.
   Pour G : $5^7 = 78\ 125$. 78 125 divisé par 11 donne 7 102 reste 3.
   Pour E : $5^5 = 3\ 125$. 3 125 divisé par 11 donne 284 reste 1.

| Lettre | B | A | D | G | E |
|---|---|---|---|---|---|
| $n$ | 2 | 1 | 4 | 7 | 5 |
| $f(n)$ | 3 | 5 | 9 | 3 | 1 |
| Lettre | C | E | I | C | A |

   (b) On ne peut donc pas décoder le message sans ambiguïté : effectivement le B et le G sont tous les deux codés en C, et donc on ne peut pas décoder le C sans ambiguïté.

2. On remplit le tableau de la même manière qu'auparavant, ou alors avec une autre méthode, qui gagne du temps : par ex. $2^4 \equiv 5$ puisque $2^4 = 16 = 11 + 5$. Donc $2^5 = 2 \times 2^4 \equiv 2 \times 5$ (car lorsque $a \equiv b$ et $c \equiv d$, $ab \equiv cd$). Ainsi on n'a pas toutes les grosses divisions euclidiennes à poser à la calculatrice, on peut tout faire de tête pas à pas (ensuite $2^6 \equiv 2 \times 10 \equiv 9$ etc.)

| Lettre | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| $f(n)$ | 2 | 4 | 8 | 5 | 10 | 9 | 7 | 3 | 6 | 1 |
| Lettre | B | D | H | E | J | I | G | C | F | A |

   Cette fois-ci, on voit dans le tableau que chaque lettre n'apparait qu'une seule fois dans les lettres codées, il n'y a donc pas d'ambiguïté pour décoder.