On accordera une attention particulière, à ce devoir comme à tous les autres, à l'orthographe, la présentation et la rédaction des réponses.

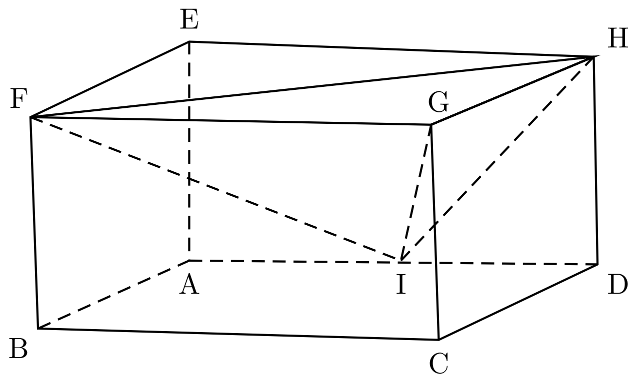
Restitution Organisée de Connaissances 2 points

Démontrer que l'on peut caractériser les points d'un plan de l'espace par une relation $ax + by + cz + d = 0$ avec a, b et c trois nombres réels non tous nuls.

Adapté d'Amérique du Sud, Novembre 2008 8 points

Une unité de longueur étant choisie dans l'espace, on considère un pavé droit ABCDEFGH tel que : AB = 1, AD = 2 et AE = 1.

On appelle I le milieu de [AD].



L'espace est muni du repère orthonormé $\left(\text{A} ; \overrightarrow{\text{AB}} ; \overrightarrow{\text{AI}} ; \overrightarrow{\text{AE}}\right)$.

1. Déterminer, dans le repère choisi, les coordonnées des points F, G, H.
2. (a) Montrer que le volume V du tétraèdre GFIH est égal à $\dfrac{1}{3}$.
   (b) Montrer que le triangle FIH est rectangle en I.
   (c) En exprimant V d'une autre façon, calculer la longueur h de la hauteur du tétraèdre GFIH issue de G.
3. Soit le vecteur $\overrightarrow{n}$ de coordonnées $(2 ; 1 ; -1)$.
   (a) Montrer que le vecteur $\overrightarrow{n}$ est normal au plan (FIH).
   (b) En déduire une équation cartésienne du plan (FIH).
4. (a) La droite (AG) est-elle perpendiculaire au plan (FIH) ?
   (b) Donner un système d'équations paramétriques de cette droite.
   (c) Déterminer les cordonnées du point d'intersection K de (AG) et de (FIH).