Baccalauréat blanc - Mars 2011
Mathématiques
Série : ST2S

Durée : 2H

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

*L'usage de la calculatrice est autorisé.*

*L'annexe est à rendre avec la copie.*

---

**Exercice 1** **8 points**

Lors d'une épidémie observée sur une période de onze jours, un institut de veille sanitaire a modélisé le nombre de personnes malades. La durée, écoulée à partir du début de la période et exprimée en jours, est notée $t$. Le nombre de cas en fonction de la durée $t$ est donné en milliers, par la fonction $f$ de la variable réelle $t$ définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,11]$, dont la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ est donnée en annexe.

Cette **annexe**, sur laquelle le candidat pourra faire figurer des traits de construction utiles au raisonnement. sera **rendue avec la copie**.

**Partie A : étude graphique**

*Pour cette partie, on se réfèrera à la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction $f$.*

1. On considère que la situation est grave lorsque le nombre de cas est d'au moins 150 000 malades. Pendant combien de jours complets cela arrive-t-il ?
2. La droite (OA) est tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0, où A est le point de coordonnées $(10\,;\,112{,}5)$.
   Déterminer $f'(0)$, où $f'$ désigne la fonction dérivée de la fonction $f$.
3. Le nombre $f'(t)$ représente la vitesse d'évolution de la maladie, $t$ jours après l'apparition des premiers cas.
   (a) Déterminer graphiquement le nombre maximal de malades sur la période des 11 jours observés et le moment où il est atteint.
   Que peut-on dire alors de la vitesse d'évolution de la maladie ?
   (b) Déterminer graphiquement à quel moment de l'épidémie la maladie progresse le plus.

**Partie B : étude théorique**

La fonction $f$ évoquée dans la partie A est définie par :

$$f(t) = -t^3 + \frac{21}{2}t^2 + \frac{45}{4}t.$$

1. Recopier et compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau de valeurs suivant :

| $t$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | | | | | | | 229,5 | | | | | |

2. Calculer $f'(t)$ et vérifier que, pour tout $t$ de l'intervalle $[0\,;\,11]$,
   $f'(t) = -3\left(t + \frac{1}{2}\right)\left(t - \frac{15}{2}\right)$.
3. Étudier le signe de $f'(t)$ pour $t$ appartenant à l'intervalle $[0\,;\,11]$. Cette réponse est-elle cohérente avec la courbe $\mathcal{C}_f$ ? Expliquer.
4. Retrouver le résultat de la question 2. de la partie A.

**Exercice 2** **6 points**

*La probabilité d'un évènement A est notée* $p(\mathrm{A})$.
*La probabilité de A sachant B réalisé est notée* $p_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$.

À l'issue d'une compétition, des sportifs sont contrôlés par un comité antidopage qui doit se prononcer et les déclarer positifs ou négatifs à une substance testée. Or, certains produits dopants restent indétectables aux contrôles et le test utilisé par le comité n'est pas fiable à 100 %.

Plus précisément :
la probabilité qu'un sportif dopé soit déclaré positif est 0,94 ;
la probabilité qu'un sportif non dopé soit déclaré positif est 0,08.
Le comité prend donc sa décision avec un risque d'erreur.
L'expérience a montré que, dans ce genre de compétition, 15% des participants sont dopés. On note :
D l'évènement « le sportif est dopé »,
P l'évènement « le sportif est déclaré positif »,
N l'évènement « le sportif est déclaré négatif ».

*Dans toute la suite, on donnera les résultats exacts écrits sous forme décimale.*

1. Compléter sur le document annexe l'arbre de probabilité illustrant la situation.
2. Indiquer la valeur de $p(\mathrm{D})$ puis celle de $p_{\mathrm{D}}(\mathrm{P})$.
3. (a) Traduire par une phrase l'évènement $\overline{\mathrm{D}} \cap \mathrm{P}$.
   (b) Déterminer la valeur de $p\left(\overline{\mathrm{D}} \cap \mathrm{P}\right)$.
4. Lors d'une compétition, un sportif est choisi au hasard et contrôlé.
   (a) Quelle est la probabilité qu'il soit déclaré positif ?
   (b) Montrer que $p(\mathrm{N}) = 0,791$.
   (c) On note E l'évènement « le comité a commis une erreur ». Déterminer la valeur de $p(\mathrm{E})$.

**Exercice 3** **6 points**

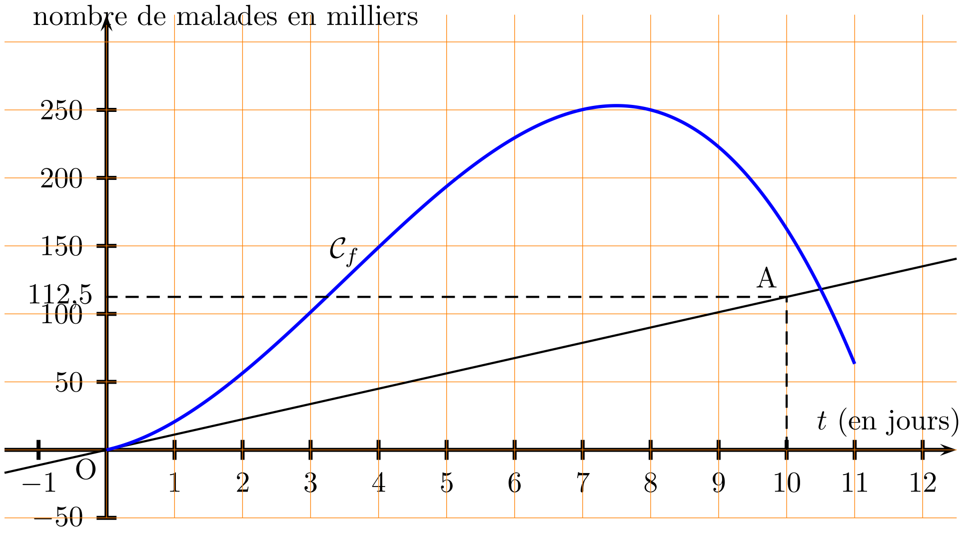
On a mesuré, par échographie, la taille d'un fœtus humain en fonction du nombre de semaines de grossesse. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

| Nombre de semaines : $x_i$ | 6 | 10 | 14 | 18 | 22 | 26 | 30 | 34 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Taille du fœtus : $y_i$ (en cm) | 2 | 7 | 16 | 25 | 33 | 37 | 40 | 44 |

1. Construire sur la feuille de papier millimétré fournie le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
   - 1 cm représente 2 semaines sur l'axe des abscisses,
   - 1 cm représente 2 cm sur l'axe des ordonnées.
2. On note G le point moyen du nuage.
   (a) Calculer les coordonnées de G.
   (b) Déterminer une équation de la droite $\mathcal{D}$ de coefficient directeur 1,6 qui passe par le point G.
   (c) Placer G sur le graphique et tracer la droite $\mathcal{D}$.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte pour l'évaluation.*
   On admet maintenant que la droite d'équation $y = 1,6x - 6,5$ réalise un ajustement affine du nuage de points et que cet ajustement est valable au-delà de la 34^e^ semaine de grossesse. En utilisant cet ajustement, déterminer un encadrement de la taille du bébé s'il naît à terme, c'est à dire entre la 37^e^ et la 39^e^ semaine.

**ANNEXE (à rendre avec la copie)**

**Exercice 1**




**Exercice 2**