**Exercice 1** **8 points**

**Partie A : étude graphique**

1. Regardons où il y a plus de 150 000 malades (attention à l'échelle !) : c'est entre les abscisses 4 et environ 10,2. La situation est donc grave pendant un peu plus de 6 jours soit $\boxed{\text{6 jours complets}}$.
2. La droite (OA) a un coefficient directeur de $\frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{112{,}5}{10} = 11,25$. Cette droite est tangente à $\mathcal{C}_f$ en 0 donc son coefficent directeur est égal au nombre dérivé de $f$ en 0, soit $\boxed{f'(0) = 11,25}$.
3. (a) Graphiquement, le maximum est atteint à peu près $\boxed{\text{au bout de 7 jours et demi}}$. Ce maximum est à peu près égal à $f(7,5) = \boxed{253\ 000 \ \text{ malades}}$. Le maximum correspond à un nombre dérivé nul, donc $f'(7,5) = 0$. La vitesse d'évolution est donc nulle $\boxed{\text{au bout de 7 jours et demi}}$.
   (b) Le moment de l'épidémie où la maladie progresse le plus correspond au nombre dérivé maximal, donc à la tangente dont le coefficient directeur est le plus grand. On voit graphiquement que c'est le cas $\boxed{\text{entre le 3}^{\text{e}} \text{ et le 4}^{\text{e}} \text{ jour}}$.

**Partie B : étude théorique**

1.

| $t$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | 0 | 20,75 | 56,5 | 101,25 | 149 | 193,75 | 229,5 | 250,25 | 250 | 222,75 | 162,5 | 63,25 |

2. Nous voulons dériver $f(t) = -t^3 + \frac{21}{2}t^2 + \frac{45}{4}t$.

$$f(t) = (-1) \times t^3 + \frac{21}{2} \times t^2 + \frac{45}{4} \times t.$$

$$f'(t) = (-1) \times 3t^2 + \frac{21}{2} \times 2t + \frac{45}{4} \times 1$$

$$\boxed{f'(t) = -3t^2 + 21t + \frac{45}{4}}.$$

1 : Ecrire chaque terme de $f$ comme produit d'une constante par une fonction de référence.

2 : Dériver : dans chaque terme garder la constante et dériver la fonction de référence.

3 : Simplifier.

Nous allons développer l'expression de l'énoncé pour retrouver l'expression de $f'$ calculée :

$$\begin{aligned}
& -3(t + \tfrac{1}{2})(t - \tfrac{15}{2}) \\
= \ & -3(t \times t - t \times \tfrac{15}{2} + \tfrac{1}{2} \times t - \tfrac{1}{2} \times \tfrac{15}{2}) \\
= \ & -3(t^2 - \tfrac{14}{2}t - \tfrac{1 \times 15}{2 \times 2}) \\
= \ & -3(t^2 - 7t - \tfrac{15}{4}) \\
= \ & -3t^2 + 21t + \tfrac{45}{4} \\
= \ & f'(t)
\end{aligned}$$

Nous venons bien de démontrer que $\boxed{-3(t + \frac{1}{2})(t - \frac{15}{2}) = f'(t)}$.

3. Nous devons étudier le signe d'un produit (de 3 facteurs) donc nous allons utiliser un tableau de signes.
   - $-3$ est toujours négatif
   - $t + \frac{1}{2} > 0 \xrightarrow{\text{On soustrait } \frac{1}{2} \text{ de chaque côté}} t > -\frac{1}{2}$
   - $t - \frac{15}{2} > 0 \xrightarrow{\text{On ajoute } \frac{15}{2} \text{ de chaque côté}} t > \frac{15}{2}$

   Nous devons étudier le signe sur $[0; 11]$, dans la ligne des $x$ on va donc aller de 0 à 11 (on ne va donc pas placer $-\frac{1}{2}$ qu'on a trouvé en étudiant le signe du second facteur)

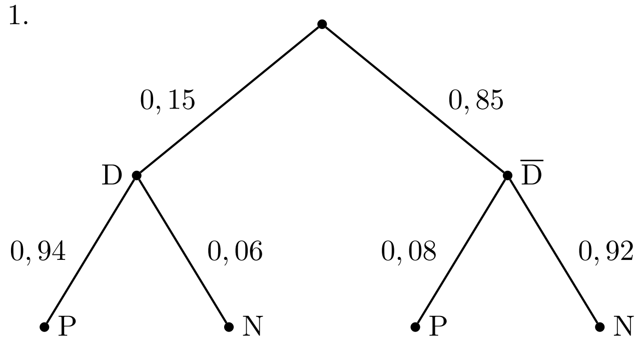
| $t$ | 0 | | $\frac{15}{2}$ | | 11 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Sgn.** $-3$ | | $-$ | | $-$ | |
| **Sgn.** $(t + \frac{1}{2})$ | | $+$ | | $+$ | |
| **Sgn.** $(t - \frac{15}{2})$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| **Sgn.** $f'(t)$ | | $+$ | 0 | $-$ | |

Ceci est cohérent avec l'allure de la courbe : effectivement entre 0 et 7.5 (effectivement, $\frac{15}{2} = 7.5$) la courbe monte (ce qui correspond bien au signe "+" de la dérivée) et entre 7.5 et 11 la courbe descend (ce qui correspond bien au signe "-" de la dérivée)

4. Pour calculer $f'(0)$, il faut remplacer $t$ par 0 dans l'expression de $f'$. Nous allons utiliser la forme de $f'$ qui est donnée par l'énoncé $(-3(t+\frac{1}{2})(t-\frac{15}{2}))$. Effectivement, nous sommes certains que cette expression est juste, alors que notre calcul peut être faux.
$f'(0) = -3(0+\frac{1}{2})(0-\frac{15}{2}) = \frac{-3}{1} \times \frac{1}{2} \times (\frac{-15}{2}) = \frac{-3\times1\times(-15)}{1\times2\times2} = \frac{45}{4} = \boxed{11,25}$.
*Remarque* : on pouvait également utiliser l'expression de $f'$ calculée $(-3t^2+21t+\frac{45}{4})$. Cela donnait évidemment le même résultat s'il n'y avait pas d'erreur : $f'(0) = -3\times0^2+21\times0+\frac{45}{4} = \frac{45}{4} = 11,25$.

**Exercice 2** **6 points**

1.

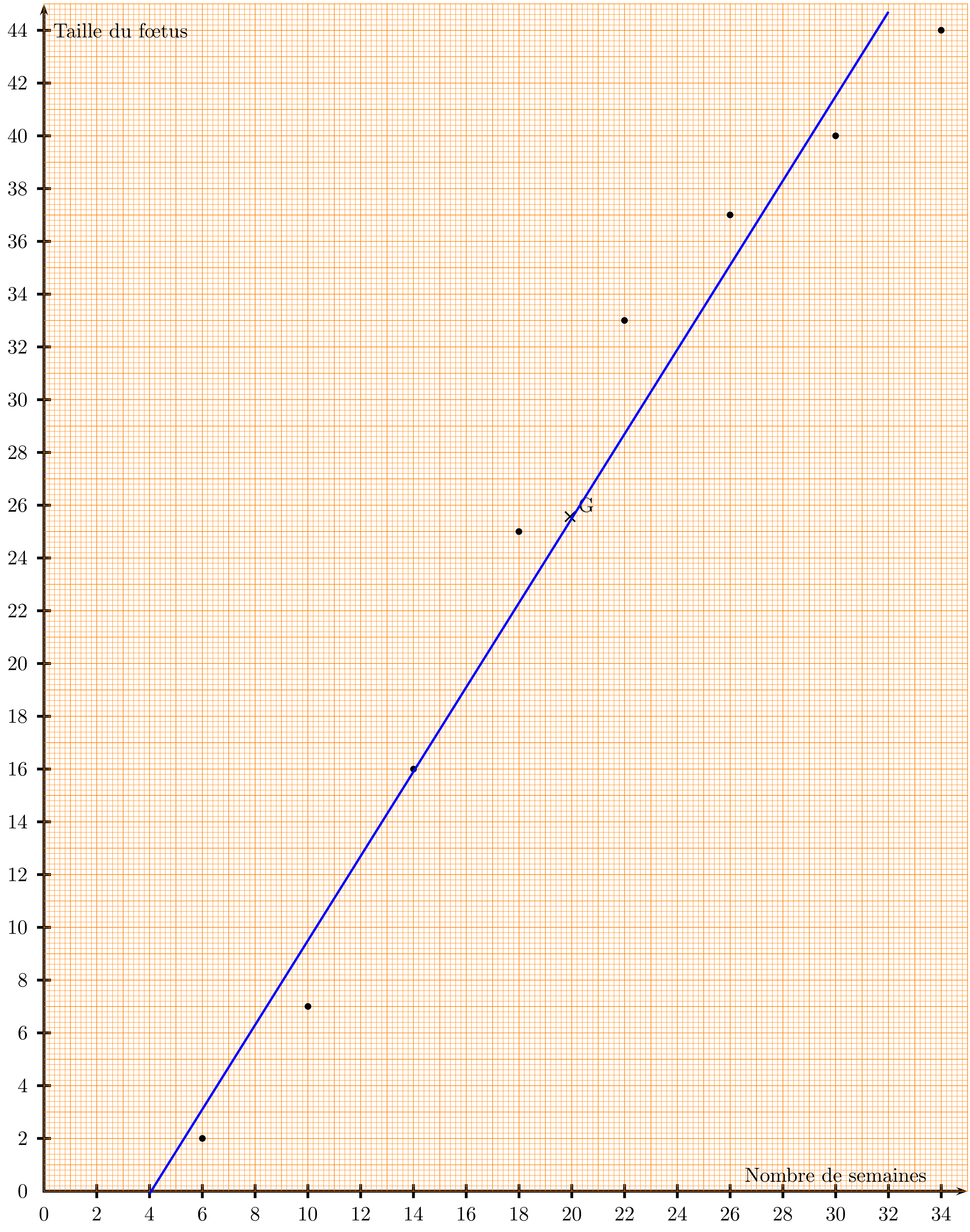



2. L'énoncé nous dit que 15% des sportifs sont dopés, donc $\boxed{p(\text{D}) = 0,15}$.
L'énoncé nous dit que la probabilité qu'un sportif dopé soit déclaré positif est 0,94 donc $\boxed{p_{\text{D}}(\text{P}) = 0,94}$.
3. (a) $\overline{\text{D}} \cap \text{P}$ désigne l'évènement : $\boxed{\text{« le sportif n'est pas dopé et est déclaré positif »}}$.
   (b) En utilisant l'arbre, on calcule $p(\overline{\text{D}} \cap \text{P}) = p(\overline{D}) \times p_{\overline{\text{D}}}(\text{P}) = 0,85\times0,08 = \boxed{0,068}$.
4. (a) L'évèvement P est composé des issues élémentaires $\text{P}\cap\text{D}$ et $\text{P}\cap\overline{\text{D}}$.
   En utilisant l'abre on calcule $p(\text{D}\cap\text{P}) = 0,15\times0,94 = 0,141$.
   Donc $p(\text{P}) = p(\text{P}\cap\text{D}) + p\left(\text{P}\cap\overline{\text{D}}\right) = 0,141+0,068 = \boxed{0,209}$.
   (b) On voit que $\text{N} = \overline{\text{P}}$ donc on peut utiliser la formule $p(\text{N}) = 1-p(\text{P}) = 1-0,209 = \boxed{0,791}$.
   (c) Le comité se trompera dans deux cas :
   - si le coureur dopé est déclaré négatif, avec une probabilité de $p(\text{D}\cap\text{N})$
   - si le coureur non dopé est déclaré positif, avec une probabilité de $p\left(\overline{\text{D}}\cap\text{P}\right)$.
   Donc $p(\text{E}) = p(\text{D}\cap\text{N}) + p\left(\overline{\text{D}}\cap\text{P}\right) = 0,15\times0,06+0,068 = \boxed{0,077}$ (soit environ 8% d'erreurs)

**Exercice 3** **6 points**

1. Nuage de points : voir dernière page.
2. (a) $\text{G}(\frac{6+10+14+18+22+26+30+34}{8}\ ;\ \frac{2+7+16+25+33+37+40+44}{8}) = \boxed{(20\ ;\ 25,5)}$.
   (b) L'énoncé nous donne le coefficient directeur de $\mathcal{D}$ qui a donc une équation de la forme $y = 1,6x+b$.
   On sait que $G \in D$, donc les coordonnées de $G$ vérifient l'équation de $\mathcal{D}$. Ainsi :
$$\begin{aligned} y_G &= 1,6\times x_G + b && \text{On remplace par les valeurs} \\ 25,5 &= 1,6\times20+b && \text{On effectue le calcul} \\ 25,5 &= 32+b && \text{On soustrait 32 de chaque côté} \\ &\boxed{-6,5 = b} \end{aligned}$$
   Une équation de $\mathcal{D}$ est donc $\boxed{y = 1,6x-6,5}$.
   (c) Voir la figure
3. En admettant que la droite $\mathcal{D}$ réalise un ajustement affine du nuage de points et que cet ajustement est valable au delà de 34e semaine, on obtient :
   - pour 37 semaines : $1,6\times37-6,5 = 52,7$
   - pour 39 semaines : $1,6\times39-6,5 = 55,9$

   Si le bébé naît à terme, sa taille $t$ en cm vérifie donc $\boxed{52,7 \le t \le 55,9}$



Taille du fœtus
44
42
40
38
36
34
32
30
28
26
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
G
Nombre de semaines
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
28
30
32
34