Exercice 1 - Suites **6 points**

Problème 104 p. 36

Exercice 2 - Tiré du baccalauréat, Sujet de La Réunion, Juin 2009 **8 points**

La trypsine est une enzyme digestive du suc pancréatique qui a pour but de digérer les protéines. Elle est synthétisée sous forme de trypsinogène puis stockée dans les vésicules enzymatiques des cellules acineuses, d'où elle est excrétée au moment de la digestion.

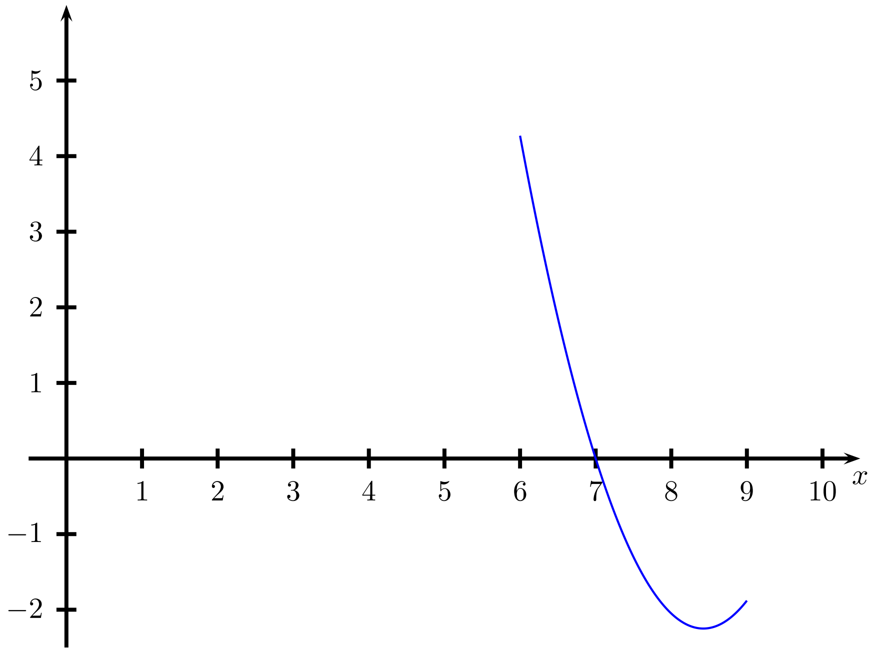
Le but de cet exercice est de rechercher pour quelle valeur du pH du duodénum l'action de la trypsine est la plus efficace.

Soit f la fonction, définie et dérivable sur $[6;9]$, d'expression

$$f(x) = 0,37x^3 - 9,35x^2 + 76,51x - 200,95$$

La fonction f mesure l'efficacité de la trypsine lors de la digestion pour différentes valeurs x du pH.
Soit f' sa fonction dérivée.

1. Voici la représentation graphique de la fonction f' :



   À l'aide du graphique, dresser le tableau de signes de la fonction f', sur l'intervalle $[6;9]$.
2. (a) Calculer l'expression de f' et vérifier que, pour tout réel x de l'intervalle $[6;9]$,

   $$f'(x) = (x - 7)(1,11x - 10,93)$$

   (b) Retrouver par le calcul les résultats de la question 1.
3. Dresser le tableau des variations de f sur l'intervalle $[6;9]$.
4. Quel doit être le pH du duodénum pour que la réaction protéinique soit la plus efficace possible ?

Exercice 3 - Calcul algébrique **6 points**

1. On sait déjà en mathématiques développer un produit de deux facteurs, avec la double distributivité (Attention aux signes !)

$$(1+2x)\times(3-x) = 1\times 3 - 1\times x + 2x\times 3 - 2x\times x = 3 - x + 6x - 2x^2 = -2x^2+5x+3$$

Quand on a un produit de 3 facteurs ou plus, il faut d'abord développer 2 facteurs en gardant les autres, et continuer jusqu'à ne plus avoir aucun facteur. Pour cela, on utilise le fait que $A\times B\times C = A\times(B\times C)$ ou bien également $A\times B\times C = (A\times B)\times C$.

Exemple tiré du baccalauréat blanc :

$$\begin{aligned}
& -3(t+\tfrac{1}{2})(t-\tfrac{15}{2}) && \\
= \;& -3(t\times t - t\times\tfrac{15}{2}+\tfrac{1}{2}\times t-\tfrac{1}{2}\times\tfrac{15}{2}) && \text{On développe le facteur 2 avec le facteur 3.}\\
= \;& -3(t^2-\tfrac{14}{2}t-\tfrac{1\times 15}{2\times 2}) && \text{On simplifie.}\\
= \;& -3(t^2-7t-\tfrac{15}{4}) && \text{On simplifie encore.}\\
= \;& -3\times t^2+3\times 7t+3\times\tfrac{15}{4} && \text{On développe.}\\
= \;& -3t^2+21t+\tfrac{45}{4} && \text{On simplifie.}
\end{aligned}$$

On aurait aussi bien pu commencer par développer le facteur 1 avec le facteur 2, cela aurait évidemment donné le même résultat :

$$\begin{aligned}
& -3(t+\tfrac{1}{2})(t-\tfrac{15}{2}) && \\
= \;& (-3\times t-3\times\tfrac{1}{2})(t-\tfrac{15}{2}) && \text{On développe le facteur 1 avec le facteur 2.}\\
= \;& (-3t-\tfrac{3}{2})(t-\tfrac{15}{2}) && \text{On simplifie dans la parenthèse.}\\
= \;& -3t\times t+3t\times\tfrac{15}{2}-\tfrac{3}{2}\times t+\tfrac{3}{2}\times\tfrac{15}{2} && \text{On développe.}\\
= \;& -3t^2+\tfrac{45}{2}t-\tfrac{3}{2}t+\tfrac{45}{4} && \text{On simplifie.}\\
= \;& -3t^2+\tfrac{42}{2}t+\tfrac{45}{4} && \text{On regroupe par puissance de } t.\\
= \;& -3t^2+21t+\tfrac{45}{4} && \text{On simplifie.}
\end{aligned}$$

Sur le même principe, développer :

a. $6(2+3x)(3+x)$ b. $(3x-2)(2+x)(1-5x)$ c. $-2(5+\frac{3}{2}x)(4x-1)$

2. Etudier une fonction se fait souvent à l'aide du tableau de signes de la dérivée, comme on a pu le voir dans l'année. Reprendre la fiche méthode, le cours (dans le chapitre dérivées) et la correction du baccalauréat blanc qui traitent de ce sujet.

Etablir alors les tableaux de signes sur $\mathbb{R}$ des fonctions suivantes :

$a(x) = (3x-1)(2-x)$. $b(x) = -(x+3)^2$. $c(x) = 2(x-3)(5-3x)$.