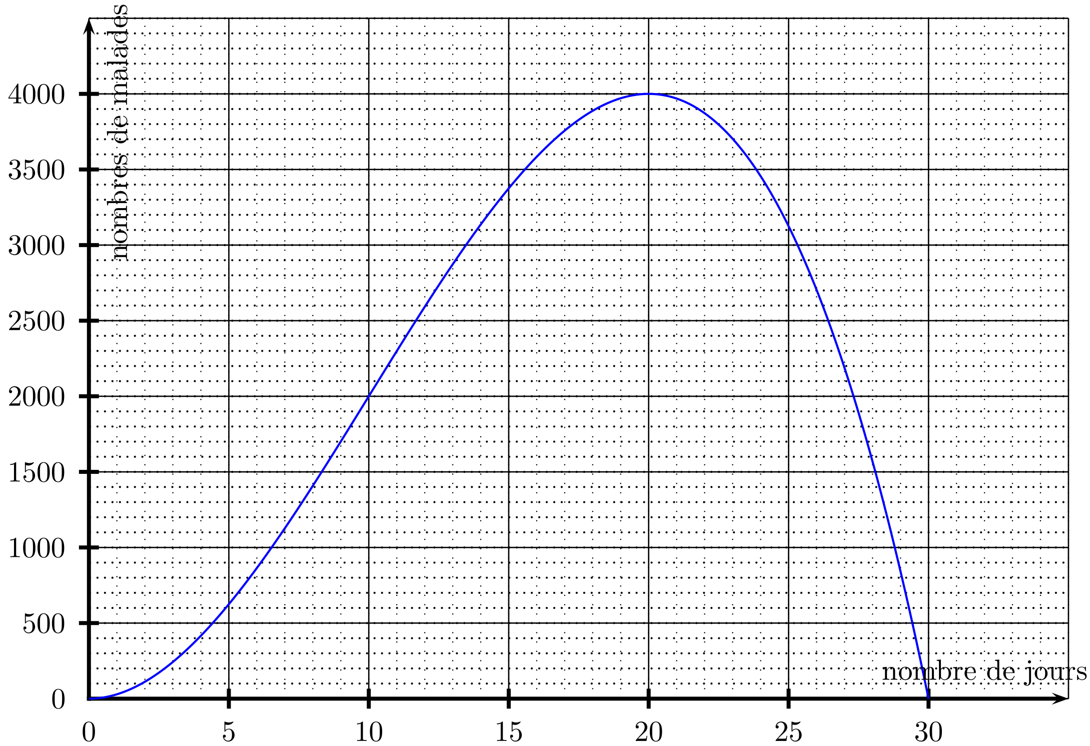
Devoir surveillé n°3 Jeudi 16 décembre 2010

Nom :

Exercice 1 : L'épidémie de Massilia **9 points**

Partie A

La courbe ci-dessous, notée $\mathcal{C}$, représente le nombre de personnes malades en fonction du temps t, exprimé en jours.



1. Déterminer le nombre de malades le 5ᵉ jour.
2. Déterminer les jours où il y a 2000 malades.
3. Déterminer le jour où le nombre de malades est maximal. Quel est alors ce maximum ?
4. Sur quels intervalles de temps, le nombre de malades est-il inférieur ou égal à 25 % de son maximum ?

Partie B :

Le nombre de personnes malades en fonction du temps t, exprimé en jours, peut être modélisé par la fonction f, définie et dérivable sur $[0\,;\,30]$, d'expression :

$$f(t) = -t^3 + 30t^2.$$

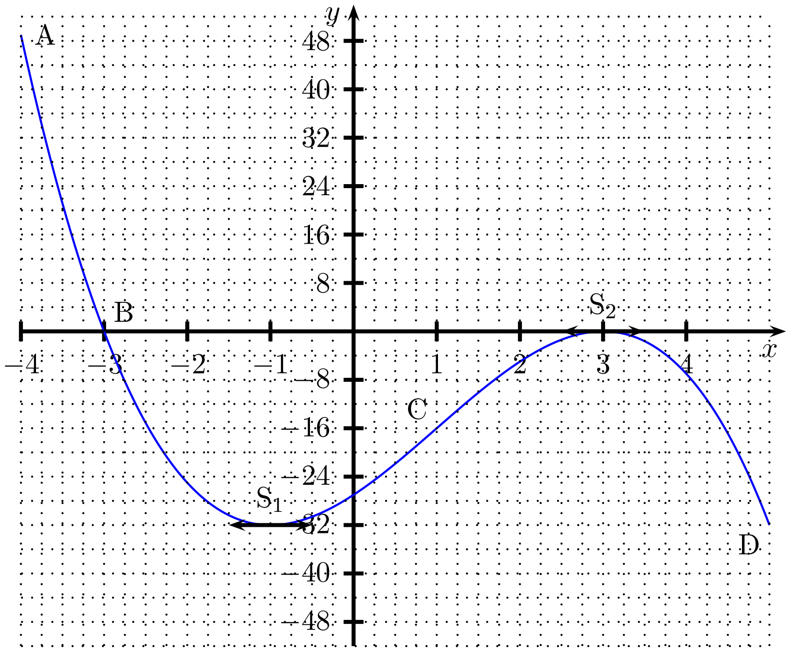
1. Calculer $f(5)$.
2. (a) Dans le repère de la partie A, tracer la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 15.
   (b) En déduire graphiquement la valeur de $f'(15)$.
3. (a) Calculer $f'(t)$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur $[0\,;\,30]$.
   (b) Montrer que $f'(t) = 3t(20 - t)$.
   (c) En déduire le tableau de variations de f.
4. (a) Calculer le nombre dérivé de f en 20. Interpréter graphiquement ce résultat.
   (b) Dans le repère de la partie A, tracer la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 20.
5. (a) Calculer $f'(10)$.
   (b) Dans le repère de la partie A, tracer la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 10.

Exercice 2 : Questionnaire à choix multiple **5 points**

Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées (**a, b** ou **c**) *est correcte. La recopier sur la copie.*

Soit f une fonction définie et dérivable sur $[-4\ ;\ 5]$, et $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique dans le repère orthogonal donné ci-contre.

La courbe $\mathcal{C}_f$ passe par les points $A(-4;49)$; $B(-3;0)$; $C\ (1;-16)$ et $D(5;-32)$ ainsi que par les points $S_1(-1;-32)$ et $S_2(3\,;\,0\ )$.



	a	**b**	**c**	**Points**
1. $f(0) =$	-3 et 3	-27	0	0,5
2. Les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont :	-27	-3 et 3	Aucune	0,5
3. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -6$ est :	1	2	3	0,5
4. $f'(-1) =$	-1	0	1	1
5. $f(x)$ est strictement positif sur :	$[-4\ ;\ -3[$	$[\ 0\ ;\ 3\ [$	$]\ 3\ ;\ 5]$	0,5
6. La droite (BC) a pour équation :	$y = -4x + 12$	$y = 4x - 12$	$y = -4x - 12$	0,5
7. Les solutions de l'équation $f'(x) = 0$ sont :	-1 et 3	-3 et 3	0	1
8. Les solutions de l'inéquation $f'(x) \geq 0$ sont :	$[-4\ ;\ 3]$	$[-1\ ;\ 3]$	$[\ 0\,;\ \ 5\ ]$	0,5

Exercice 3 : Etude de fonction **6 points**

Soit f la fonction définie sur $D_f = [0;4]$ par

$$f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + x + \frac{5}{2}$$

1. Calculer $f'(x)$ pour tout x dans $[0;4]$.
2. Montrer que $f'(x) = \frac{1}{2}(x+1)(2-x)$.
3. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous (arrondir à 0.01 près).

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
$f(x)$									

4. Tracer sur la copie une représentation graphique de f en prenant comme unité 4 $cm \Leftrightarrow 1$ sur l'axe des abscisse ainsi que sur l'axe des ordonnées (on pourra prendre à la place 4 *grands carreaux* $\Leftrightarrow 1$)
5. Déterminer graphiquement les extrema de la fonction f sur $[0;4]$.