Correction du baccalauréat ST2S Nouvelle Calédonie de novembre 2009

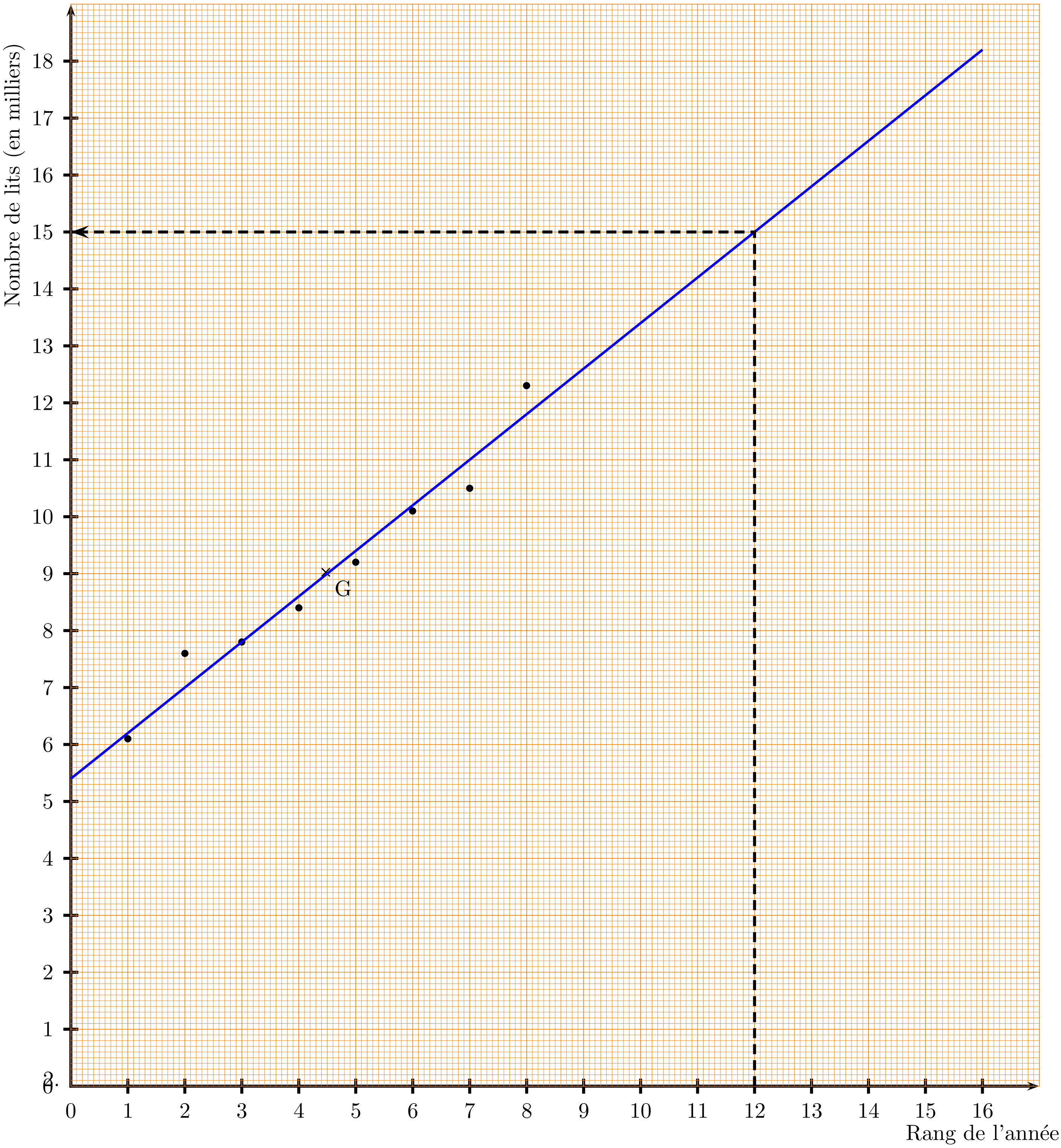
Exercice 1 : on note $lits_{\text{date}}$ le nombre de lits à la date donnée.

1. Le taux d'évolution se calcule par $\dfrac{v_F - v_I}{v_I}$.

   Entre 2005 et 2006, cela donne $\dfrac{lits_{2006} - lits_{2005}}{lits_{2005}} = \dfrac{12,3 - 10,5}{10,5} \approx 0,171$ soit $\boxed{17,1\%}$. Entre 2005 et 2006, le nombre de lits a augmenté d'environ 17,1%.

   Entre 1999 et 2006, cela donne $\dfrac{lits_{2006} - lits_{1999}}{lits_{1999}} = \dfrac{12,3 - 6,1}{6,1} \approx 1,016$ soit $\boxed{101,6\%}$. Entre 1999 et 2006, le nombre de lits a augmenté d'environ 101,6%.

2.



3. (a) $x_G = \dfrac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8} = 4,5$

   $y_G = \dfrac{6,1+7,6+7,8+8,4+9,2+10,1+10,5+12,3}{8} = 9$ Ainsi $\boxed{G(4,5;9)}$.

   (b) Voir graphique.

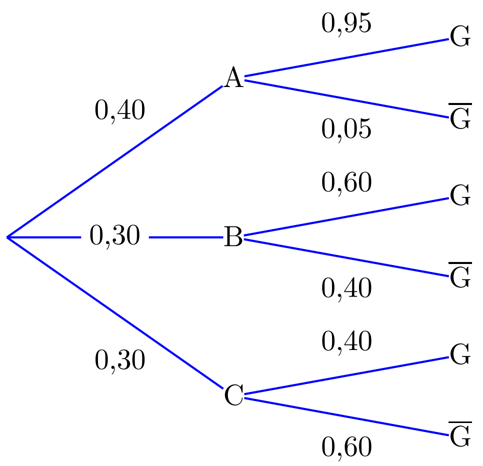
4. Savoir si $G \in \mathcal{D}$ revient à savoir si les coordonnées de G vérifient l'équation de la droite $\mathcal{D}$, donc à se demander s'il est vrai que $y_G = 0,8x_G + 5,4$.
   $y_G = 9$; $0,8x_G + 5,4 = 0,8 \times 4,5 + 5,4 = 3,6 + 5,4 = 9$.
   On a égalité, donc $\boxed{G \in \mathcal{D}}$.
   Afin de tracer la droite, on a besoin de deux points. On a déjà le point G, il suffit de trouver un autre point puis de tracer. On peut le faire par exemple en prenant le point correspondant à l'ordonnée à l'origine : $(0; 5,4)$, puis on relie. Voir le graphique.
5. 2010 correspond au rang 12. On part donc de 12 sur l'axe des abscisses, on remonte verticalement à la droite $\mathcal{D}$ puis on lit l'ordonnée de ce point en revenant horizontalement vers l'axe des ordonnées.
   On lit environ 15, donc en 2010 on peut estimer qu'on disposera d'environ $\boxed{\text{15 000 lits}}$.
6. Puisqu'on conserve le modèle à l'aide de la droite, il nous fait résoudre l'équation :

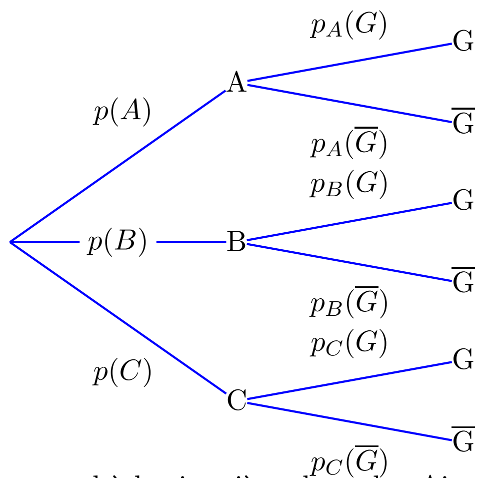
$$\begin{aligned} 0,8x + 5,4 &= 20 && \text{On soustrait 5,4 de chaque côté} \\ 0,8x &= 14,6 && \text{On divise par } 0,8 \text{ de chaque côté} \\ x &= \tfrac{14,6}{0,8} && \text{On simplifie} \\ x &= 18,25 \end{aligned}$$

   Ainsi il faut attendre l'année de rang 19 soit $\boxed{2017}$ pour atteindre une capacité d'accueil de 20 000 lits.

Exercice 2

1. L'énoncé nous donne les probabilités d'être guéri sachant le jour de la consultation. On va donc au premier étage de l'arbre mettre les trois possibilités A, B et C, puis au second étage distinguer G et $\overline{G}$.
   On pourra se rappeler de ce que chacune de ces probabilités signifie, avec l'arbre de droite.





2. On nous demande ici $p(C \cap G)$. Sur l'arbre, $C \cap G$ correspond à la cinquième branche. Ainsi $p(C \cap G) = 0,30 \times 0,40 = \boxed{0,12}$. (ce qui correspond à la formule $p(C \cap G) = p(C) \times p_C(G)$)
   Le probabilité que le malade ait attendu 2 jours pour consulter et qu'il soit guéri dans la semaine est de 0,12.
3. On nous demande ici $p(A \cap \overline{G})$. Sur l'arbre, $A \cap \overline{G}$ correspond à la deuxième branche. Ainsi $p(A \cap \overline{G}) = 0,40 \times 0,05 = \boxed{0,02}$. (ce qui correspond à la formule $p(A \cap \overline{G}) = p(A) \times p_A(\overline{G})$)
   Le probabilité que le malade ait consulter dès l'apparition des symptômes et qu'il ne soit pas guéri dans la semaine est de 0,02.
4. L'évènement G dont on cherche à calculer la probabilité est constitué des évènement élémentaires $A \cap G$, $B \cap G$ et $C \cap G$. Ainsi $p(G) = p(A \cap G) + p(B \cap G) + p(C \cap G) = 0,4 \times 0,95 + 0,3 \times 0,6 + 0,3 \times 0,4 = 0,38 + 0,18 + 0,12 = \boxed{0,68}$.
   La probabilité que le malade soit guéri dans la semaine est de 0,68.
5. On nous demande enfin de calculer $p_{\overline{G}}(B)$. On sait que $p_{\overline{G}}(B) = \dfrac{p(\overline{G} \cap B)}{p(\overline{G})}$.
   Pour avoir $p(\overline{G})$, on se sert de la question précédente : $p(\overline{G}) = 1 - p(G) = 1 - 0,68 = 0,32$.
   Pour avoir $p(\overline{G} \cap B)$, on se sert de la quatrième branche de l'arbre : $p(\overline{G} \cap B) = 0,30 \times 0,40 = 0,12$.
   On conclut alors : $p_{\overline{G}}(B) = \dfrac{0,12}{0,32} = \dfrac{12}{32} = \dfrac{3}{8} = \boxed{0,375}$.
   Sachant que le malade n'a pas été guéri dans la semaine, la probabilité qu'il ait attendu exactement un jour avant de consulter est de 0,375.

Exercice 3

Partie A

1. Nous voulons dériver $f(t) = t^3 + t^2 + 0,5$.
   $f(t) = t^3 + t^2 + 0,5$.
   $f'(t) = 3t^2 + 2t + 0$.

   $\boxed{f'(t) = 3t^2 + 2t}$.
2. Pour calculer $f'(0,5)$, il suffit de remplacer t par $0,5$ dans l'expression de $f'(t)$.
   Ainsi $f'(0,5) = 3 \times 0,5^2 + 2 \times 0,5 = 0,75 + 1 = \boxed{1,75}$.
   Cela signifie qu'au bout d'une demi-journée, la vitesse de prolifération des bactéries est égale à 1,75 millions de bactéries par jour.

Partie B

1. g est une fonction exponentielle de base 0,8 or $0 < 0,8 < 1$, donc la fonction g est décroissante sur $[1\,;\,10]$.
2. (a) Comme g, la fonction h est décroissante sur $[1; 10]$, de $h(1) = 3 \times 0,8 + 0,1 = 2,5$ à $h(10) = 3 \times 0,8^{10} + 0,1 \approx 0,42$.

x	1		10
h(x)	$2,5$	$\searrow$	$0,42$

(b)

Temps t en jours	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de bactéries en millions	2,5	2,0	1,6	1,3	1,1	0,9	0,7	0,6	0,5	0,4

(c) Voir annexe.

(d) Méthode graphique : On part de 1 sur l'axe des ordonnées, on part horizontalement vers la courbe puis on lit l'ordonnée de ce point en revenant verticalement vers l'axe des abscisses. On lit environ 5,4 donc l'animal est en voie de guérison au bout de 5,4 jours.

Méthode calculatoire :

$$\begin{array}{rcll}
h(t) & \leq & 1 & \\
 & & & \text{On remplace par l'expression de } h(t) \\
3 \times (0,8)^t + 0,1 & \leq & 1 & \\
 & & & -0,1 \\
3 \times (0,8)^t & \leq & 0,9 & \\
 & & & \div 3 \\
(0,8)^t & \leq & 0,3 & \\
 & & & \text{On "passe au logarithme"} \\
log((0,8)^t) & \leq & log(0,3) & \\
 & & & log(a^x) = x \times log(a) \\
t \times log(0,8) & \leq & log(0,3) & \\
 & & & \div log(0,8) \\
t & \geq & \dfrac{log(0,3)}{log(0,8)} &
\end{array}$$

Attention, dans la division $log(0,8)$ est un nombre négatif donc on change le sens de l'inégalité !
Or $\dfrac{\log 0,3}{\log 0,8} \approx 5,4$ ainsi on peut considérer que $\boxed{\text{l'animal est en voie de guérison au bout de 5,4 jours}}$.

Annexe à rendre avec la copie (exercice 3)