Exercise 1 Calc. : ✗

4 marks	Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln(3x - 2)$. **Déterminer** l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f en $x = 1$.

Exercise 2 Calc. : ✗

5 marks	**Déterminer** les solutions complexes de l'équation $z^2 = 3i$. **Donner** les réponses sous la forme $z = re^{i\theta}$ où $\theta \in]-\pi, +\pi]$.

Exercise 3 Calc. : ✗

3 marks	Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x-1}{x-1}$ et f^{-1} la fonction réciproque de f. **Résoudre** l'équation $f^{-1}(x) = 2$.

Exercise 4 Calc. : ✗

7 marks	Une suite arithmétique strictement croissante (a_n) et une suite géométrique (b_n) ont le même premier terme $a_1 = b_1 = 2$. De plus, les deux suites (a_n) et (b_n) ont le même troisième terme $a_3 = b_3$. La somme des trois premiers termes de la suite arithmétique est supérieure de 4 à la somme des trois premiers termes de la suite géométrique. **Trouver** l'expression du n-ième terme de chacune des suites (a_n) et de (b_n).

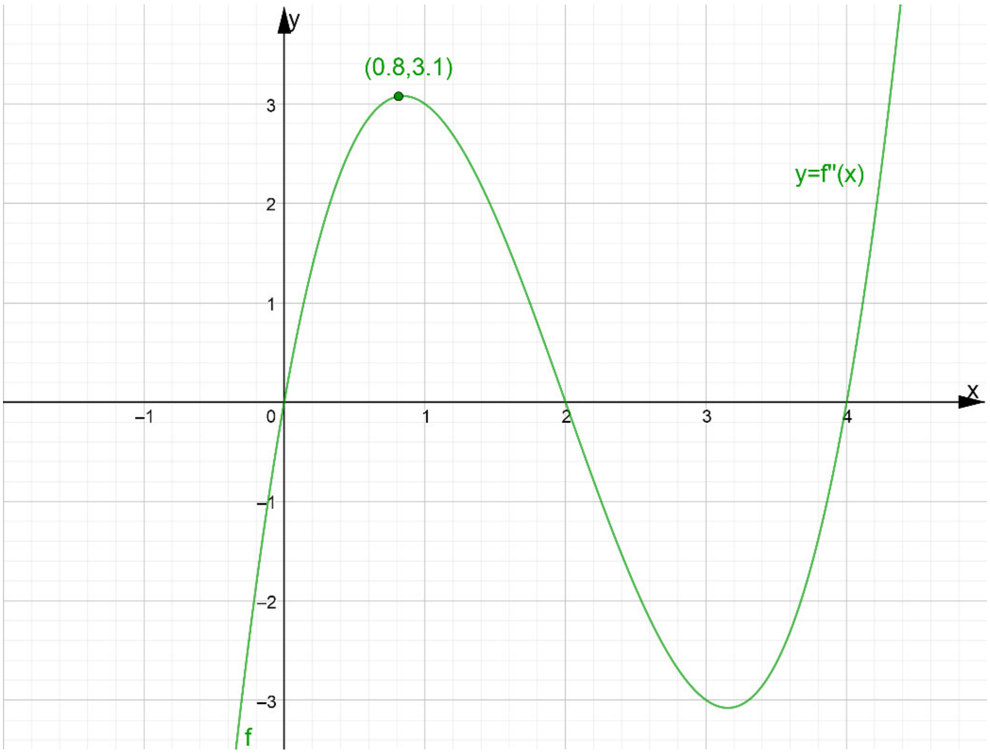
Exercise 5 Calc. : ✗

5 marks	Une variable aléatoire continue X a une fonction de densité f donnée par : $$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ a \cdot e^{-ax} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$ On sait que : $P(X < 1) = \dfrac{1}{2}$. **Montrer** que $a = \ln 2$.

Exercise 6 Calc. : ✗

Le graphique ci-dessous est celui de la dérivée seconde f'' d'une fonction.
Indiquer lesquels des énoncés suivants sont vrais et lesquels sont faux.
Justifier votre réponse.

2 marks	1. Le graphique de f est concave pour $-0,5 < x < 2$.
2 marks	2. Le graphique de f a un point d'inflexion en $x = 0$.
2 marks	3. Si $f'(0) = 0$, alors le graphique de f a un point d'inflexion avec une tangente horizontale en $x = 0$.



Exercise 7 Calc. : ✗

Un fabricant de drones teste de nouveaux types de drones sur un terrain d'athlétisme local.
Le drone A se déplace le long de la trajectoire donnée par l'équation :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 13 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}, \quad t \geq 0$$

Le temps t est exprimé en secondes et la distance est mesurée en mètres.

2 marks	1. **Trouver** la position du drone A après 6 secondes.
2 marks	2. **Déterminer** le temps mis par le drone A pour atteindre le point de coordonnées (25; 33; 60).
2 marks	3. **Calculer** la vitesse du drone A. **Donner** la réponse sous la forme la plus simple.
	4. Un observateur observe le drone A depuis le point de coordonnées $(13; 53; 0)$.
3 marks	**Calculer** la distance la plus courte entre le drone A et l'observateur, et l'heure à laquelle elle se produit.

Le drone B décolle du point de coordonnées $(9; 11; 0)$ et se déplace à 7 m/s dans la direction $\begin{pmatrix} 1 \\ 1,5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

2 marks	5. **Montrer** que l'équation décrivant la position du drone B est :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad t \geq 0$$

2 marks	6. **Trouver** le point où les trajectoires des drones A et B se croisent.
2 marks	7. **Préciser** si les drones vont entrer en collision à ce moment-là. **Justifier** la réponse.

Exercise 8 Calc. : ✗

5 marks	Deux joueurs, A et B, lancent alternativement et indépendamment une pièce de monnaie non truquée. Le premier joueur qui obtient ń face ż gagne. Supposons que le joueur A lance la monnaie en premier.

1. **Écrire** la probabilité que A gagne lors du premier lancer.
2. **Calculer** la probabilité que A gagne au troisième lancer.
3. **Déterminer** la probabilité que A obtienne en premier ń face ż.

Exercise 9 Calc. : ✓

Tom et Simon jouent à un jeu de société. Chaque fois que Tom parvient à déplacer son pion d'un tour complet sur le plateau, il obtient 5 points. Chaque fois que Simon réussit à déplacer son pion d'un tour complet sur le plateau, il obtient 10% de la quantité précédente. Ils commencent tous les deux avec 10 points.

2 marks 1. **Calculer** le score total de Tom après avoir fait 20 fois le tour du plateau.

2 marks 2. **Écrire** en fonction de n, l'expression de $T(n)$ donnant le score de Tom après n déplacements d'un tour sur le plateau.

2 marks 3. Si l'on suppose que le score de Simon après n tours autour du plateau peut être modélisé par une suite géométrique, **expliquer** l'utilisation de la formule :

$$S(n) = 11 \cdot 1,1^{n-1}$$

4. Simon et Tom ont fait le même nombre de fois le tour du plateau. Le score de Simon vient de dépasser celui de Tom.

3 marks **Trouver** combien de fois ils ont fait le tour du plateau.

Tom défie Simon à un jeu de dés. Deux dés à six faces sont lancés et la somme des scores est notée. Pour une somme inférieure à 6 Simon reçoit 10 centimes, pour une somme comprise entre 6 et 9, Simon perd 5 centimes et pour une somme supérieure ou égale à 10, Simon reçoit 30 centimes. Les gains sont déterminés par la distribution de probabilité ci-dessous, où la variable aléatoire N est la somme des scores.

N	$n < 6$	$6 \geq n \geq 9$	$n \geq 10$
Gains n	10 centimes	-5 centimes	30 centimes
$P(N = n)$	a	$\frac{20}{36}$	b

2 marks 5. **Montrer** que $a = \frac{10}{36}$ et $b = \frac{6}{36}$.

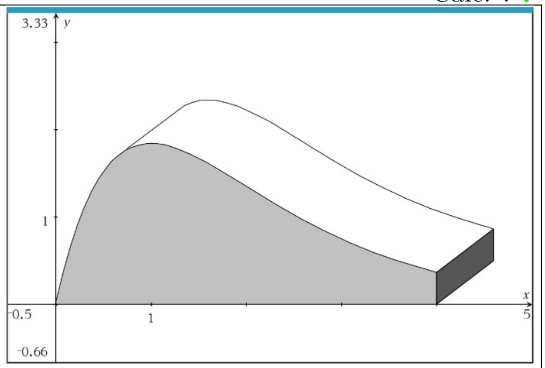
2 marks 6. **Calculer** l'espérance des gains de Simon dans ce jeu et dites si cela vaut la peine que Simon y joue.

2 marks 7. Un jeu est dit équitable si l'espérance des gains est égale à 0.

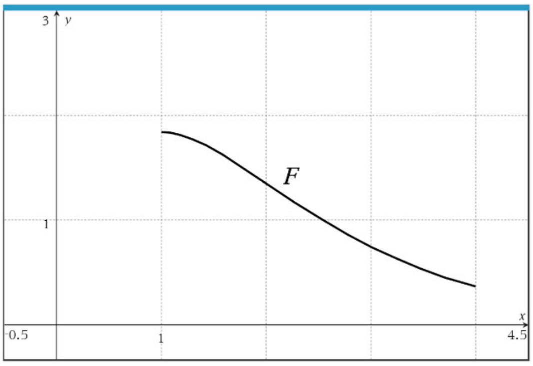
Déterminer combien de centimes doivent être perdus pour une somme comprise entre 6 et 9 afin que ce jeu soit équitable.

Exercise 10 Calc. : ✓

Un fabricant d'aires de jeux pour enfants souhaite proposer à ses clients un nouveau modèle de toboggan. Il crée un diagramme du toboggan proposé en projection oblique :



Le profil de cette glissière est mesuré en mètres et peut être modélisé par la fonction F définie par $F(x) = (ax - b)e^{-x}$ pour $1 \leq x \leq 4$ où a et b sont deux paramètres. La fonction F a été représentée ci-dessous.



1. On prévoit que la tangente à la fonction F au point d'abscisse $x = 1$ soit horizontale.
   (3 marks) **Déterminer** la valeur du paramètre b.
2. Il est également prévu que le sommet du toboggan soit à 1,85 mètres.
   (2 marks) **Déterminer** la valeur du paramètre a.

Le profil du mur est finalement modélisé par la fonction F définie par $F(x) = 5x \cdot e^{-x}$.

3. (2 marks) **Montrer** que l'aire totale de chaque paroi latérale, ombrée sur le diagramme, est égale à $5 - \dfrac{25}{e^4}$ m^2.
4. (3 marks) **Déterminer** le point du toboggan où la pente est la plus grande.

Exercise 11 Calc. : ✓

Les détecteurs de fumée optiques contiennent une cellule photoélectrique comme composant important. Une usine produit à cet effet des cellules photoélectriques. Un dispositif vérifie automatiquement les cellules photoélectriques et rejette celles qui sont défectueuses. En moyenne, il est précis à 86%. Cependant, on constate que la précision du dispositif varie — parfois il détecte un pourcentage plus élevé de cellules photoélectriques défectueuses et parfois un pourcentage plus faible. On constate que la précision du dispositif est modélisée par une distribution normale avec un écart type de 5%.

1 mark

1. **Déterminer** la probabilité que le dispositif soit précis à moins de 85%.

2 marks

2. $\dfrac{9}{10}$ du temps, le dispositif est précis à moins de x%. **Déterminer** x.

2 marks

3. Sachant qu'un jour déterminé, le dispositif a une précision inférieure à 90%, **déterminer** la probabilité qu'il ait une précision supérieure à 85%.

La fiabilité de deux types de détecteurs de fumée optiques est testée. Plus la probabilité qu'une alarme soit déclenchée est élevée, plus le détecteur est fiable.
Le type A contient une seule photocellule et se déclenche lorsque cette photocellule est activée.
Le type B contient trois cellules photoélectriques et se déclenche si au moins deux des trois cellules photoélectriques sont activées.
La probabilité qu'une cellule photoélectrique soit activée en présence de fumée est p. La probabilité que les deux types d'alarme soient déclenchés est calculée pour différentes valeurs de p.
$P\left(A_p\right)$ est la probabilité que le type A soit déclenché lorsque la probabilité est p, $P\left(B_p\right)$ est la probabilité que le type B soit déclenché lorsque la probabilité est p.

4 marks

4. **Compléter** le tableau ci-dessous.

p	$0,3$	$0,5$	$0,7$
$P\left(A_p\right)$	$0,3$	$0,5$	$0,7$
$P\left(B_p\right)$			
Type plus fiable			

2 marks

5. **Déterminer** pour quelle valeur de p, le type B devient plus fiable que le type A.

4 marks

6. **Montrer** que l'on a les expressions suivantes en fonction de p :

$$P\left(A_p\right) = p \quad \text{et} \quad P\left(B_p\right) = -2p^3 + 3p^2.$$

3 marks

7. **Expliquer** la signification de la fonction R suivante par rapport au contexte de la question.
Expliquer les calculs des lignes (1) à (3) et **interpréter** le résultat.

$$R : p \mapsto R(p) = -2p^3 + 3p^2 - p$$
$$(1)\ R'(p) = -6p^2 + 6p - 1$$
$$(2)\ R'\left(p_1\right) = 0 \Rightarrow p_1 \approx 0,79$$
$$(3)\ R''\left(p_1\right) < 0$$

Exercise 12 Calc. : ✓

	Soit un plan E d'équation $2x_1 - x_2 + 3x_3 = 5$ et pour chaque valeur $a \in \mathbb{R}$, une droite g_a d'équation paramétrique : $$g_a : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 2 \end{pmatrix}$$
4 marks	1. **Déterminer** les coordonnées de l'intersection de la droite g_a avec le plan E en fonction de a.
3 marks	2. **Trouver** pour quelle valeur de a il n'y a pas de solution. **Interpréter** le résultat de manière géométrique.

Exercise 13 Calc. : ✗

5 marks	Let f and g be two functions defined by: $$f(x) = a + \mathrm{e}^{-x+1} \qquad g(x) = \frac{b \cdot x + 2}{x - 1}$$ where a and b are real numbers. Find the values of a and b such that f and g have the following properties: • f and g have the same limit in $+\infty$. • The graphs of functions f and g intercept in a point with abscissa 2.

Exercise 14 Calc. : ✗

5 marks	Consider vectors $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} n \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ and $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, where n is a real number. Prove that whatever the value of n, the volume of the parallelepiped determined by these vectors is always the same.

Exercise 15 Calc. : ✗

5 marks	Solve the equation: $$\log_2(x) + \log_2(x - 1) = 1$$

Exercise 16 Calc. : ✗

5 marks	Consider function f defined by $f(x) = x^2 \cdot \cos x$. Of the four functions below, which one is a primitive function of f? Explain you answer. $F(x) = \frac{x^3}{3} \cdot \sin x$ $\qquad H(x) = 2x \cdot \cos x + (x^2 - 2) \cdot \sin x$ $G(x) = -2x \cdot \sin x$ $\qquad K(x) = 2x \cdot \cos x - x^2 \cdot \sin x$

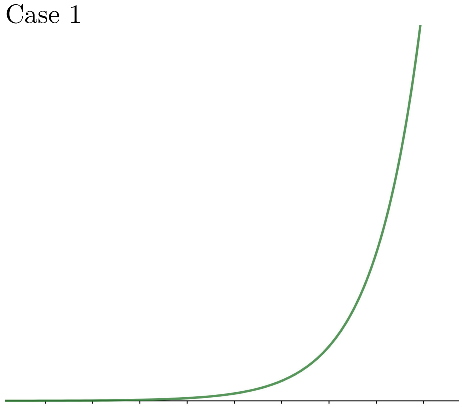
Exercise 17 Calc. : ✗

Let a and b be two non-zero real numbers and f be the function defined over $\mathbb{R}$ by:

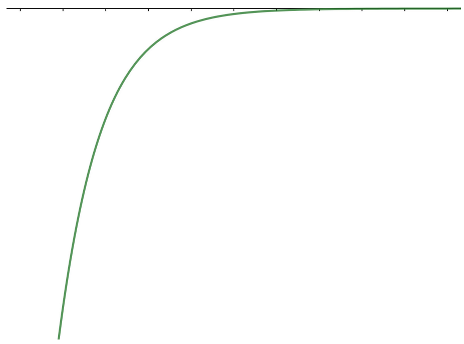
$$f(x) = a \cdot e^{b \cdot x}$$

Here are two possible shapes for the curve of this function.
In each case, give the possible values for a and b.

Case 1



Case 2



Exercise 18 Calc. : ✗

5 marks — Find a complex number z that is a cube root of $-8i$ and a fourth root of $-8-8i\sqrt{3}$.

Exercise 19 Calc. : ✗

The Corbett Nation Park reserve in India is a natural reserve where we can see tigers.

1. This reserve is home to 8 tigers, five of which are marked.

   2 marks — We capture three tigers, what is the probability that two of them be marked?

   Give the result as an irreducible fraction.

2. A group of 8 tourists arrives on the site for a safari.

   2 marks — Four of these tourists must get into the first car, that has four different places. How many different ways can they fit in the car?

3. We know that 40% of visitors to Corbett Nation Park are European.

   Among Europeans, 10% see a tiger.

   We also know that 20% of visitors to this reserve see a tiger.

   2 marks — We come across a non-European visitor at random. Calculate the probability that he saw a tiger.

4. Every day, the probability that a tourist sees a tiger is of 0.2.

   (a) 2 marks — Calculate the probability that a tourist sees a tiger for the first time on the third day of his visit.

   (b) 2 marks — We note $P(X = n) = p_n$ the probability that a tourist sees a tiger for the first time on the n-th day of his visit. Show that the sequence (p) is a geometric sequence of which we will specify the first term and reason.

   (c) 3 marks — Show that $P(X \leq n) = 1 - 0,8^n$. Interpret this result in this context.

Exercise 20 Calc. : ✗

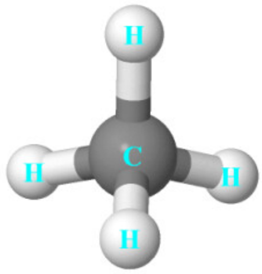
Let f and g be two functions defined by

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left(e^{2x} + e^{-2x}\right) \qquad g(x) = x^n \cdot \ln(x)$$

where n is a positive integer.

7 marks — Prove that the graphs of these two functions never intersect, whatever the value of n.

Exercise 21 Calc. : ✓



The methane molecule CH_4, represented opposite, can be modeled by a regular tetrahedron OABD, with $\mathrm{O}(0;0;0)$, $\mathrm{A}\left(3;\sqrt{3};2\sqrt{6}\right)$, $\mathrm{B}\left(3;3\sqrt{3};0\right)$ and $\mathrm{D}(6;0;0)$.
The four vertices are the positions of the hydrogen atoms H.
We are interested in this exercise in the position of the carbon atom C, inside this tetrahedron. This position is represented by a point that we call G.

1 mark
1. The tetrahedron is regular, so all of its edges have the same length. Justify that this length is equal to 6.

2 marks
2. Justify that the coordinates of the orthogonal project A′ of A on the plane (Oxy) with equation $z = 0$ are $\mathrm{A}'\left(3;\sqrt{3};0\right)$.
3. The point G is the intersection of (AA′) and (IJ), where $\mathrm{I}\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{6}\right)$ is the middle of segment [AO] and $\mathrm{J}\left(\frac{9}{2};\frac{3\sqrt{3}}{2};0\right)$ the middle of the segment [BD].

   3 marks
   (a) Prove that the coordinates of G are $\left(3;\sqrt{3};\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

   1 mark
   (b) Check that the distance between G and A is equal to $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$.
   We admit that it is also the distance between G and the other vertices of the tetrahedron.

   2 marks
   (c) In reality, the length of the C–H bond is approximately equal to 109 picometers. Determine an approximate value, in picometers, the distance between two hydrogen atoms.

3 marks
4. Give an approximate value of the measure of the angle formed by two C–H bonds.

Exercise 22 Calc. : ✓

1. Let the complex number $w = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{4}\mathrm{i}$.

   2 marks
   (a) Write w in exponential form.

   3 marks
   (b) Determine the values of the natural number n for which w^n is a real number.
2. For any natural number n, we note M_n the affix point z_n defined by:

$$\begin{cases} z_0 = 1 \\ z_{n+1} = \left(\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{4}\mathrm{i}\right) \cdot z_n, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

   2 marks
   (a) Calculate z_1 and z_2, then place in the complex plane the points M_0, M_1, M_2 (graphical unit: 4 cm).

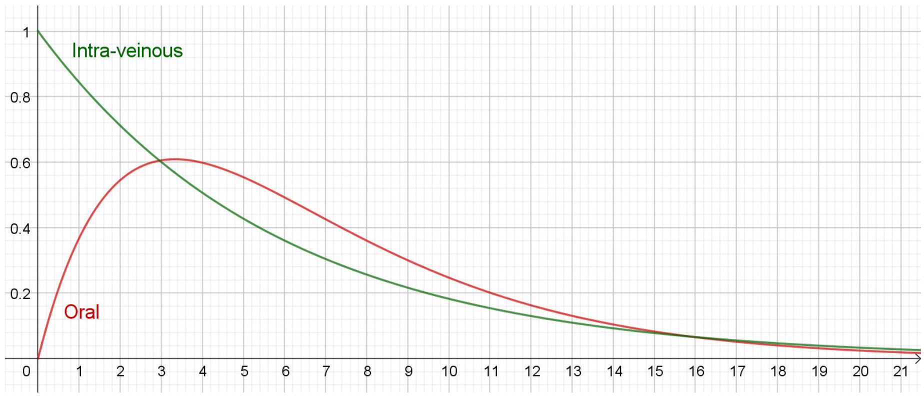
   3 marks
   (b) Let r be the sequence defined, for any natural number n, by $r_n = |z_n|$.
   Show that the sequence r is geometric with commonality $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.
   Deduce an expression of r_n as a function of n.

   1 mark
   (c) We assume that for any natural number n, $z_n = r_n \mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}n\pi}{4}}$.
   Under what condition does the point M_n belong to the real axis?

   2 marks
   (d) Describe the precise position of the point M_{10} which represents z_{10} in the complex plane.

Exercise 23 Calc. : ✓

The graphs below show the concentration of a drug in a patient's blood stream, with two different types of one-time injection — intra-veinous and oral — as a function of the time t, in minutes, over the interval $[0, 20]$.
The value 1 on the y-axis denotes the initial concentration at the time of the intra-veinous injection.



Use the graphs to answer questions **1.** to **4.** Give approximate values with the precision allowed by the graphs.

1 mark — 1. Describe the variations of concentration after an intra-veinous injection.

1 mark — 2. At what time does the oral injection reach its maximum concentration? What is then the value of that concentration?

2 marks — 3. Give approximate values of the coordinates of the inflection point after an oral injection. What does it mean for the rate of change in the concentration at that moment?

2 marks — 4. Over what interval of time it the concentration higher after an oral injection than it is after an intra-veinous injection?

Functions f and g that model these concentrations are defined by:

$$f(t) = \mathrm{e}^{-0.17t} \quad \text{and} \quad g(t) = t \cdot \mathrm{e}^{-0.3t-0.7}$$

3 marks — 5. Explain the way in which function f models the intra-veinous injection and function g models oral injection.

2 marks — 6. Use the calculator to find the times when the two concentrations are equal. Give approximate values to the thousandth.

2 marks — 7. The area under the curve (AUC) of one of these functions gives the total exposure to the drug over a certain period. Compute that value over the first five minutes, for the two types of injections.

Give a detailed answer, with all the steps in the computation.

Exercise 24 Calc. : ✓

In this exercise, all results will be rounded to 3 decimal places.

1. Here is the evolution of sales of electrically assisted bicycles in France between 2007 and 2017.

Year	2007	2009	2011	2013	2015	2017
Rank of the year x_i	0	2	4	6	8	10
Number of e-bikes sold (thousands): n_i	10	23	37	57	102	278

Data: Observatoire du Cycle

2 marks (a) Using the calculator, determine an affine adjustment of n in x for this data. Specify the correlation coefficient.

2 marks (b) We set $y_i = \ln(n_i)$. In this case, a affine adjustment of y in x is given by the formula $y = 0.307x + 2.353$, with a correlation coefficient approximately equal to 0.981.
Use best-fit model to extrapolate bike sales of this type in 2023.

2. A company mass-produces power-assisted bicycles. Either X the random variable which, for each bike taken at random in the production associates its autonomy, in kilometres. We admit that this random variable X follows a normal law.

We know that $P(X \geq 84) = 0.2266$ and $P(X \leq 86) = 0.8943$.

4 marks Determine the mean and the standard deviation of this law. Round the results in km to the nearest integer.

3. In this part, it is considered that 4% of lithium-ion batteries have a defect and are described as “non-compliant”.

Let Y be the random variable which, for any batch of 150 batteries taken randomly in production, associates the number of batteries not compliant.

The production is large enough for us to be able to assimilate such a collection of 150 batteries in a draw with replacement.

2 marks (a) Determine $P(Y \leq 5)$ by specifying the chosen model.

2 marks (b) Determine the probability that, in a random sample of 150 batteries, all batteries are compliant. Interpret the result.

Exercise 25 Calc. : ✗

Let f be the function defined on $(0, +\infty)$ by $f(x) = a + b\dfrac{\ln(x)}{x}$.
The representative curve of the function f admits an asymptote horizontal with equation $y = 1$ and a tangent at the point of abscissa 1 with equation $y = -x + 2$.

5 marks Determine the values of a and b.

Exercise 26 Calc. : ✗

In a three-dimensional space, we consider:

- The line L_1 of parametric representation: $\begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -3 - 4\lambda \\ z = -2 + 2\lambda \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R})$
- The point $\mathrm{A}(2, 1, -4) \in L_1$
- The line L_2 of parametric representation: $\begin{cases} x = 10 - 3\mu \\ y = -21 + 12\mu \\ z = 11 - 6\mu \end{cases} \quad (\mu \in \mathbb{R})$

5 marks Show that L_1 and L_2 are parallel then determine the coordinates of point B of line L_2 such that the line (AB) is perpendicular to L_1 and L_2.

Exercise 27 Calc. : ✗

5 marks — Solve in $\mathbb{R}$ the equation $16^{x^2} = 2^{4x-1}$.

Exercise 28 Calc. : ✗

5 marks — Calculate the integral:

$$\int_{-1}^{1} \frac{3}{2}\left(\mathrm{e}^{3x} + \mathrm{e}^{-3x}\right)\mathrm{dx}\,.$$

Exercise 29 Calc. : ✗

A metal chain hangs between two walls.
Its height above the ground level can be described by the equation:

$$h(x) = \mathrm{e}^{-x} + \mathrm{e}^{x-1} + 2,$$

where x is the distance in meters along the ground from the left wall.

5 marks — Calculate how many meters from the left wall this chain is closest to the ground.

Exercise 30 Calc. : ✗

5 marks — In the complex plane, show that the set of points M with affix z checking equality:

$$|z - 1 - 3\mathrm{i}| = |z + 2 - 3\mathrm{i}|$$

is a straight line for which we give an equation.

Exercise 31 Calc. : ✗

An electronic device makes it possible to obtain randomly in whole natural x included, in the broad sense, between 1 and 999 (we are therefore in a situation of equiprobability). Any number between 10 and 99 is written with two digits and any number between 1 and 9 is written with a single digit ; thus the number sixty-two will be displayed 62 and not 062, likewise the number seven will be written 7 and not 007.

1. 3 marks — Show that the probability of getting a multiple of 5 is $\dfrac{199}{999}$.
2. 3 marks — Calculate the probability that the same number appears at least twice times in writing x.
3. In this question we will round the probability of obtaining a multiple from 5 to 0.2.
   5 numbers are successively determined using this device.
   3 marks — Calculate the probability that, among these five numbers, three exactly be multiples of five.
4. We model the choice of a **real** number x in the interval $[1; 999]$ by a random variable following the density law defined by the function $f(x) = \dfrac{1}{998}$.
   (a) 1 mark — What is the probability of rolling a multiple of 5?
   (b) 3 marks — What is the probability of getting a real less than or equal to 500?

Exercise 32 Calc. : ✗

Let a be a non-negative real number.
We consider the equation

$$(E) : \ln(x) = ax^2.$$

7 marks — Study the number of solutions of this equation according to the value of a.

Exercise 33

Calc. : ✓

Gabriella is playing with her remote-controlled toy car. The following equation describes the path of the car:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -12 \\ 5 \end{pmatrix}$$

The distance units are metres, and the time is in minutes.

1 mark — 1. Write down the initial position of the car.

1 mark — 2. Calculate the position of the car after 15 seconds.

1 mark — 3. Compute the speed of the car.

Grandma is watching Gabriela from point $\mathrm{P}(-1, -6)$

3 marks — 4. Find the shortest distance from point P to the path of the car.

The edge of the cliff is at the point $\left(0, \dfrac{23}{3}\right)$ and Grandma walks in that direction with velocity vector $\begin{pmatrix} 3 \\ 41 \end{pmatrix}$.

2 marks — 5. After how many minutes will the car reach the edge of the cliff?

4 marks — 6. Will Grandma be able to catch the car before it falls down the cliff if she starts moving at the same time as the car? Explain your answer.

Exercise 34

Calc. : ✓

1. A contractor must carry out work for a public body. If they do not complete the work on time, they will have to pay a daily penalty: 100 on the first day, 110 on the second day, and so on with a daily increase of 10 a day.

   Let u_n be the penalty on the n-th day. Thus, the first term in sequence u is $u_1 = 100$.

   1 mark — (a) State the nature and characteristics of sequence u.

   1.5 marks — (b) Explain why $u_n = 90 + 10n$ for all values of integer n.

   1 mark — (c) On what day would the daily penalty amount to 220 ?

   2.5 marks — (d) What total amount of penalty would the contractor have paid after 20 days of delay?

2. On another construction site, the penalty for delay is 80 on the first day and then increases by 10% each day. Let v_n be the amount of the penalty on day n in this case.

   1.5 marks — (a) Compute the values of the first three terms v_1, v_2 and v_3.

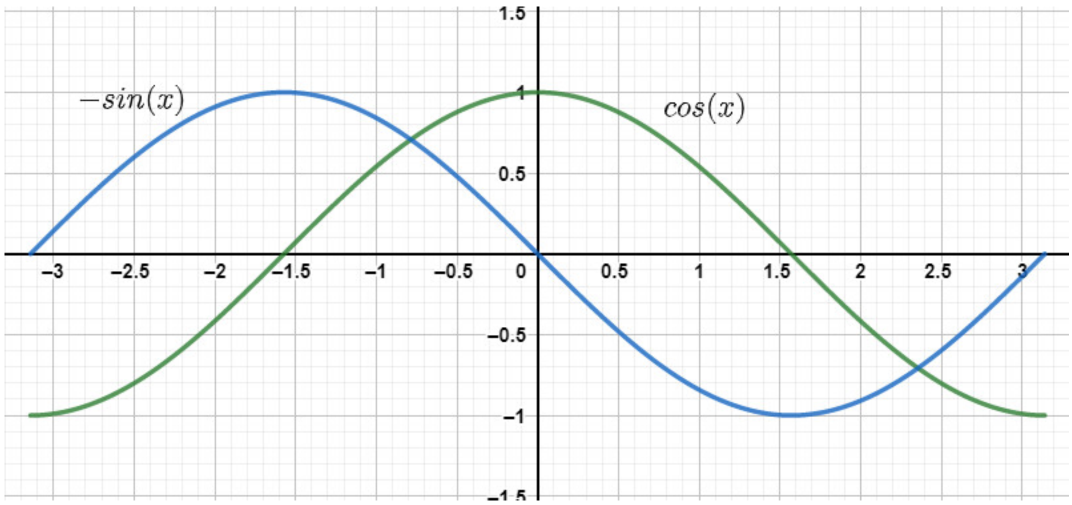
   1.5 marks — (b) Explain why $v_n = 80 \cdot 1.10^{n-1}$ for all values of integer n.

   2 marks — (c) What is the total amount of penalty the contractor would have paid after 20 days of delay?

3 marks — 3. From which day onwards does the amount of the daily penalty in this case exceed that of the first case?

Exercise 35 Calc. : ✓

1. We consider the functions $x \mapsto \cos x$ and $x \mapsto -\sin x$ on $[-\pi;\pi]$ and their graphic representations below:



Justify that the only solutions of the equation $\cos x + \sin x = 0$ on $[-\pi;\pi]$ are $\dfrac{-\pi}{4}$ and $\dfrac{3\pi}{4}$.

2. Let f be the function defined on $[-\pi;\pi]$ by: $f(x) = e^x \cdot \sin x$

We note C_f its representative curve in a coordinate system.

(a) Determine the variations of the function f on $[-\pi;\pi]$, specifying the abscissa, the value and the nature of each extremum.

(b) Determine an equation of the tangent to the curve C_f at the point of abscissa $\dfrac{\pi}{2}$.

(c) On what interval is C_f entirely above each of its tangents? To justify.

(d) Using two successive integrations by parts, calculate the exact value of the integral:

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,\mathrm{d}x\,.$$

Exercise 36 Calc. : ✓

A company is conducting a study into the relationship between the experience and salary of their staff. The experience and salaries of 12 employees were tabulated.

Experience x (years)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
Salary y ()	4 200	4 800	4 600	5 000	5 200	5 600	5 650	5 660	5 500	6 000	5 831	6 200

1 mark 1. One of the following correlation coefficients fits these data. Which is it?

$$r_1 = 0.95, \quad r_2 = -0.95 \quad \text{or} \quad r_3 = 1?$$

Explain without referring to any computations.

2 marks 2. Compute the coordinates of the average point for these data, to the nearest integer.

2 marks 3. The equation of regression line with the method of the least squares is $y = a + bx$, where

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2} \quad \text{and} \quad a = \overline{y} - b\overline{x}.$$

Use the information given below to compute the values of coefficients a and b. Give answers to 2 decimal places.

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
0	-11	121
2	-9	81
4	-7	49
6	-5	25
8	-3	9
10	-1	1
12	1	1
14	3	9
16	5	25
18	7	49
20	9	81
22	11	121

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y}) = 45\ 009$$

2 marks 4. Use the linear model $f(x) = 78.7x + 4\ 488$ to estimate the salary of an employee with 40 years of experience.

The salaries of the employees of this company are normally distributed with mean $\mu = 5\ 353$ and standard deviation $\sigma = 553$.

1.5 marks 5. Mr. Smith, an employee of this company, is paid 6 459 . What proportion of the employees of this Company are paid less that Mr. Smith?

1.5 marks 6. Compute the probability that an employee's salary is greater than 7 636 and comment your answer for question **5**.

In another company, the salaries are normally distributed with standard deviation $s = 620$.

3 marks 7. Knowing that the probability that an employee's salary is greater than 5 000 is approximately 0.107, find the mean salary in that company. Write your answer to the nearest whole number.