Exercise 1 Calc. : ✗

5 marks	**Déterminer** les solutions complexes de l'équation $z^2 = 3i$. **Donner** les réponses sous la forme $z = re^{i\theta}$ où $\theta \in]-\pi, +\pi]$.

Exercise 2 Calc. : ✗

5 marks	Find a complex number z that is a cube root of $-8i$ and a fourth root of $-8 - 8i\sqrt{3}$.

Exercise 3 Calc. : ✓

1. Let the complex number $w = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\mathrm{i}$.
   - 2 marks — (a) Write w in exponential form.
   - 3 marks — (b) Determine the values of the natural number n for which w^n is a real number.
2. For any natural number n, we note M_n the affix point z_n defined by:

$$\begin{cases} z_0 = 1 \\ z_{n+1} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\mathrm{i}\right) \cdot z_n, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

   - 2 marks — (a) Calculate z_1 and z_2, then place in the complex plane the points M_0, M_1, M_2 (graphical unit: 4 cm).
   - 3 marks — (b) Let r be the sequence defined, for any natural number n, by $r_n = |z_n|$.
     Show that the sequence r is geometric with commonality $\frac{\sqrt{2}}{4}$.
     Deduce an expression of r_n as a function of n.
   - 1 mark — (c) We assume that for any natural number n, $z_n = r_n \mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}n\pi}{4}}$.
     Under what condition does the point M_n belong to the real axis?
   - 2 marks — (d) Describe the precise position of the point M_{10} which represents z_{10} in the complex plane.

Exercise 4 Calc. : ✗

5 marks — In the complex plane, show that the set of points M with affix z checking equality:

$$|z - 1 - 3\mathrm{i}| = |z + 2 - 3\mathrm{i}|$$

is a straight line for which we give an equation.

Exercise 5 Calc. : ✗

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :
Les solutions seront exprimées sous forme algébrique ($a + \mathrm{i}b$, a et b réels).

- 4 marks — 1. $2\mathrm{i}z - 7 - 5\mathrm{i} = 3\mathrm{i} - z$
- 4 marks — 2. $z + 2\overline{z} = 8 + \mathrm{i}$

Exercise 6 Calc. : ✓

	1. Dans $\mathbb{C}$, on considère l'équation (E) : $z^2 + 6z + 25 = 0$
2 marks	(a) Déterminer les solutions de l'équation (E).
2 marks	(b) Donner l'écriture algébrique des nombres complexes suivants : $$(1+2\mathrm{i})^2 \quad \text{et} \quad (1-2\mathrm{i})^2$$
2 marks	(c) En déduire les solutions de l'équation : $z^4 + 6z^2 + 25 = 0$.
	2. Pour tout nombre complexe z, on pose $A = z^2 - 8 + \overline{z}^2$. On note x et y les parties réelle et imaginaire du nombre z.
2 marks	(a) Exprimer A en fonction de x et y et interpréter la nature de A.
2 marks	(b) Calculer A pour $z = -3 + \mathrm{i}\sqrt{5}$.