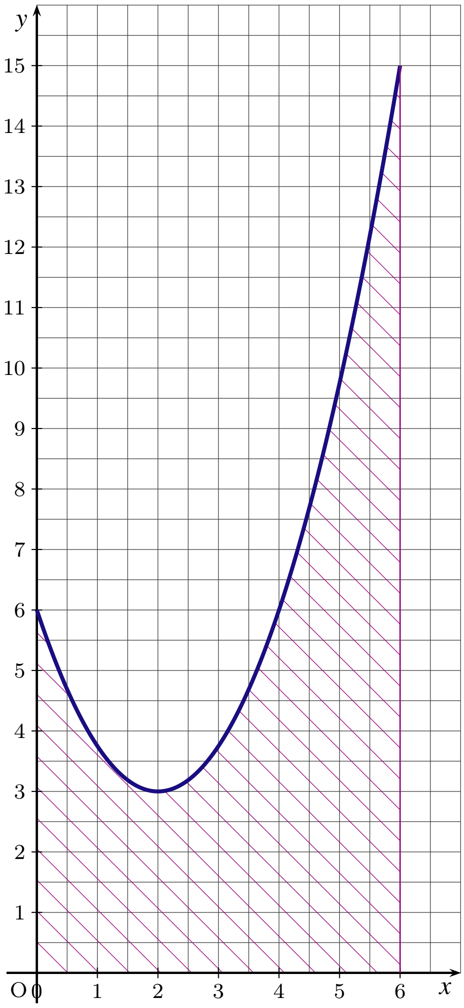
Exercise 1 Calc. : ✓

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;6]$ par :

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 6$$

La courbe $(\mathcal{C}_f)$ ci-contre est représentative de la fonction f dans un repère orthonormal du plan d'origine O.
La partie hachurée ci-contre est limitée par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 6$.



1. Calculer, en unités d'aire, l'aire S de la partie hachurée.
2. On considère un point M appartenant à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ d'abscisse x avec $x \in [0;6]$.

   La parallèle à l'axe des ordonnées passant par M coupe l'axe des abscisses en un point H.

   La parallèle à l'axe des abscisses passant par M coupe l'axe des ordonnées en un point K.

   On appelle $R(x)$ l'aire, en unités d'aire, du rectangle OHMK.

   Prouver que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0;6]$, $R(x) = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x$.
3. On se propose de rechercher toutes les valeurs possibles de x de l'intervalle $[0;6]$ telles que l'aire $R(x)$ du rectangle OHMK soit égale à l'aire hachurée S.

   (a) Montrer que le problème précédent revient à résoudre l'équation $g(x) = 0$ où g est la fonction définie sur l'intervalle $[0;6]$ par : $g(x) = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x - 36$.

   (b) Étudier les variations de g sur l'intervalle $[0;6]$ et dresser le tableau de variation de g.

   En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet sur l'intervalle $[0;6]$ une solution unique α.

   Donner une valeur approchée de α au centième.