Exercise 1 Calc. : ✗

Trouver $k \in \mathbb{R}$ tel que les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ k+1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 3k \\ 4 \end{pmatrix}$ soient orthogonaux.	5 marks

Exercise 2 Calc. : ✗

Dans une base du plan $(\vec{i}\,;\vec{j})$, on considère les vecteurs $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ et $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Déterminer les nombres k et t tels que $k \cdot \left(\vec{a} - \vec{b}\right) = 4\vec{i} + \left(t \cdot \vec{i} - 9\vec{j}\right)$.	4 marks

Exercise 3 Calc. : ✓

Dans le plan muni d'un repère, on considère le triangle ABC rectangle en C, avec :
$A(1;2)$, $B(5;-2)$ et $C(x;x-3)$ où $x > 3$.

1. Déterminer la valeur de x. — 3 marks

Dans les questions suivantes, on prendra $x = 5$.

2. Déterminer les coordonnées du point M, milieu du segment [AB]. — 3 marks
3. Prouver que (AB) et (CM) sont perpendiculaires. — 3 marks
4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$. — 4 marks
5. Calculer le périmètre du triangle ABC. — 5 marks

Exercise 4 Calc. : ✓

Déterminer les valeurs de x pour que les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2x+1 \end{pmatrix}$ soient colinéaires.	4 marks

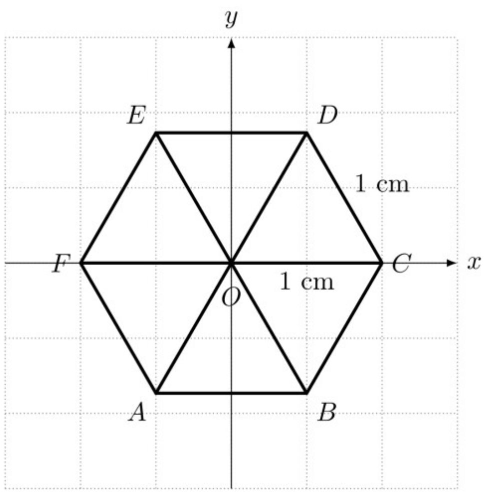
Exercise 5 Calc. : ✓

Déterminer la valeur de x pour que les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 2x+1 \end{pmatrix}$ soient orthogonaux.	3 marks

Exercise 6 Calc. : ✗

5 marks

Betrachte in einem zweidimensionalen Vektorraum mit Standardbasis das regelmäSSige Sechseck ABCDEF mit dem Mittelpunkt O und Seitenlänge 1 cm.



Bestimme den Wert der folgenden Skalarprodukte:

1. $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD}$
2. $\overrightarrow{DO} \cdot \overrightarrow{FC}$
3. $\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{OD}$

Exercise 7 Calc. : ✓

Betrachte in einem zweidimensionalen Vektorraum mit Standardbasis die Punkte A(2|2), B(4|3), C(5|1) und D(3|0).

1. Berechne das Skalarprodukt $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. — 3 marks
2. Berechne $|\overrightarrow{AB}|$ und $|\overrightarrow{AC}|$. — 2 marks
3. Bestimme im Dreieck ABC die GröSSe des Winkels am Eckpunkt A, gerundet auf 2 Dezimalen. — 3 marks
4. Zeige, dass die Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AD}$ orthogonal sind. — 2 marks

Exercise 8 Calc. : ✗

The vectors $\vec{u}$ and $\vec{v}$ are given, with $\vec{u} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ and $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

1. Calculate $\vec{u} \cdot \vec{v}$. — 3 marks
2. Determine whether the vectors $\vec{u}$ and $\vec{v}$ are parallel or not. — 3 marks

Exercise 9 Calc. : ✓

The points A(2, 5) and B(7, −7) are given.

1. Calculate $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$. — 3 marks
2. Find the coordinates of point C if you know that $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \end{pmatrix}$. — 4 marks
3. Find the angle between vectors $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{AC}$ if you know that $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \end{pmatrix}$. Write your answer in degrees, accurate to two decimal places. — 4 marks
4. Find the parameter k, so that the vector $\vec{\mathrm{u}} = \begin{pmatrix} 12 \\ k \end{pmatrix}$ is perpendicular to $\overrightarrow{AB}$. — 4 marks

Exercise 10 Calc. : ✓

The vectors $\vec{u}$ and $\vec{v}$ are given, with $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ and $\vec{v} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Express vector $\vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ as a linear combination of vectors $\vec{u}$ and $\vec{v}$. — 5 marks

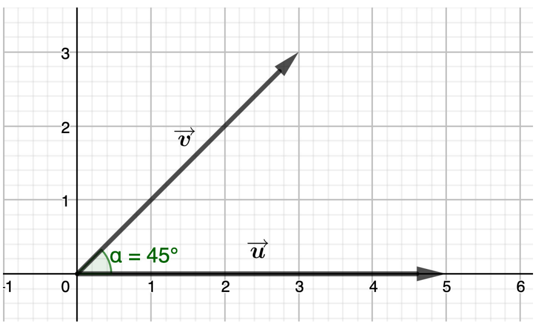
Exercise 11 Calc. : ✗

Respecto a una base ortonormal se consideran los vectores $\vec{u} = (2, 3)$, $\vec{v} = (-1, 2)$. Expresar el vector $\vec{w} = (-7, 0)$ como combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$: — 5 marks

$$\vec{w} = a \cdot \vec{u} + b \cdot \vec{v}$$

Exercise 12 Calc. : ✗

Calcular el producto escalar de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ representados en la figura: — 5 marks



Exercise 13 Calc. : ✓

En un sistema de referencia ortonormal, se considera el triángulo ABC con los vértices $A(-4,3)$, $B(0,-4)$ y $C(4,2)$.	
1. Representar el triángulo en un sistema de coordenadas	3 marks
2. Mostrar que el triángulo ABC es isósceles.	5 marks
3. Calcular el perímetro del triángulo.	4 marks
4. Calcular el ángulo $\widehat{BAC}$.	5 marks
5. Calcular las coordenadas del punto D para que la figura ABDC sea un paralelogramo. (Observar la figura representada en 1.).	3 marks

Exercise 14 Calc. : ✗

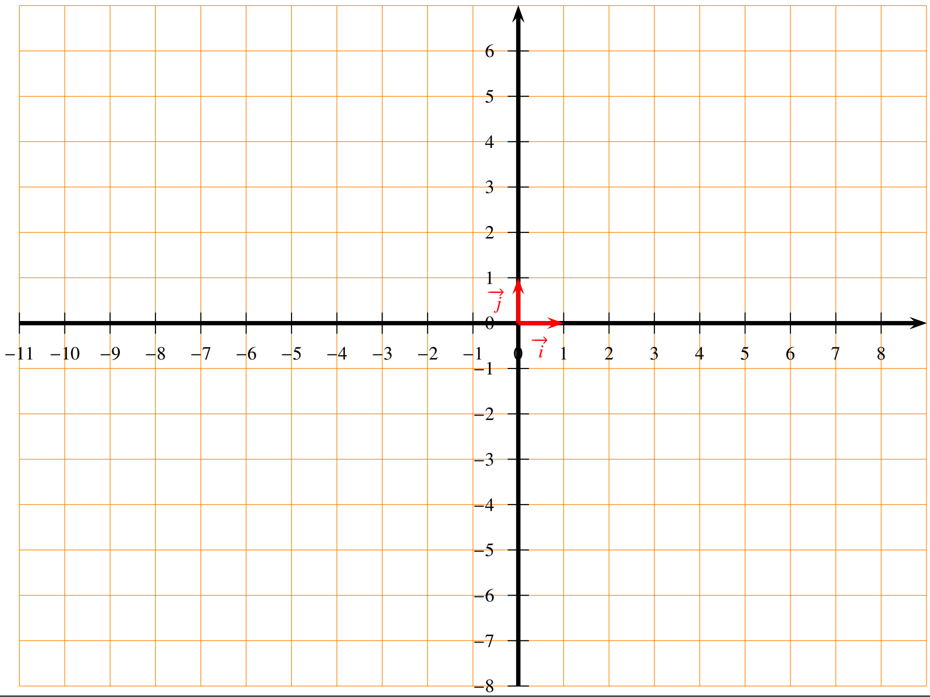
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Expliquer ou justifier par des calculs.	10 marks
<u>Proposition 1ă:</u> "Si $A(2;3)$,ă$B(-3;1)$ et $C(-1;-5)$ alors (AB) et (BC) sont perpendiculaires."	
<u>Proposition 2ă:</u> "Si $A(2;3)$,ă$B(-3;1)$ et $D(-13;-3)$ alors A, B et D sont alignés."	
<u>Proposition 3ă:</u> Soient les deux points $E(1;3)$ et $F(a;2a)$ où a est un nombre réel. "Si F est le milieu du segment [EG] alors les coordonnées de G sont $(2a-1;4a-3)$."	
<u>Proposition 4ă:</u> "Si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ alors $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$."	
<u>Proposition 5ă:</u> "Si (AB) est parallèle à (CD) et si $AB=\frac{1}{2}CD$ alors $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$."	

Exercise 15 Calc. : ✓

On se place dans un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$ du plan. 16 marks

On donne les points O(0; 0), A(−1; 3), B(5; −2), C(8; 6) et $M(x, y)$ tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{u}$ă; où $\overrightarrow{u}$ a pour coordonnées (−9; −10).

1. Calculer les coordonnées de M.
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BM}$.
3. Les droites (AC) et (BM) sont-elles parallèlesă? Justifier.
4. Les points O, M et C sont-ils alignésă? Justifier.
5. Placer dans le repère ci-dessous les points O, A, B, C et M et vérifier les résultats des questions 1), 2), 3), et 4).



Exercise 16 Calc. : ✓

On se place dans un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$ du plan.

On donne D(3; −1)ă; E(1; 3)ă; F(0; −2) et G(6; 1).

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{FG}$ sont orthogonaux. 4 marks

Exercise 17 Calc. : ✗

1. Justifier si la proposition suivante est vraie ou fausse: 2 marks

   "Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$."

2. Soient les vecteurs $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$.

   (a) Calcule la valeur de m pour que $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$ soient orthogonaux. 3 marks

   (b) Trouve un vecteur unitaire perpendiculaire à $\overrightarrow{b}$. 2 marks

Exercise 18 Calc. : ✓

Soient les points A(−7; 3), B(−5; 7), C(−6; 10) et D(−8; 6) dans un plan cartésien.	
1. Calcule les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.	2 marks
2. Détermine un vecteur de longueur 5 unités dans la direction de $\overrightarrow{AB}$.	4 marks
3. Donne la nature du quadrilatère ABCD en justifiant.	1 mark
4. Soient les points M et N les milieux respectifs des segments [AB] et [CD]. Calcule les coordonnées de ces points.	2 marks
5. Montre que le triangle MBN est un triangle rectangle.	2 marks

Exercise 19 Calc. : ✓

Soient les vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1+t \\ -4 \end{pmatrix}$.	
1. Pour $t = 2$, calcule le produit scalaire entre $\vec{a}$ et $\vec{b}$ et détermine si l'angle entre les deux vecteurs est obtus, aigu, droit ou si les deux vecteurs sont parallèles.	3 marks
2. Calcule la valeur t qui permet aux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ d'être colinéaires.	3 marks
3. Calcule l'angle entre $\vec{a}$ et $\vec{b}$ pour $t = 8$.	5 marks

Exercise 20 Calc. : ✓

Soit k un nombre réel. On considère les vecteurs : $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2k-3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} k-1 \\ 3 \end{pmatrix}$.	
1. **Trouver** la valeur du paramètre k, pour que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.	1.5 marks
2. **Trouver** la valeur du paramètre k, pour que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient orthogonaux.	1.5 marks
À partir de maintenant, on prend $k = 5$.	
3. **Trouver** la mesure de l'angle entre les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.	1.5 marks
4. **Exprimer** le vecteur $\vec{w} = \begin{pmatrix} -10 \\ 5 \end{pmatrix}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.	2.5 marks
5. **Trouver** les coordonnées des sommets du parallélogramme ABCD, sachant que A = (−2; 1), $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, et $\overrightarrow{AD} = \vec{w}$.	2.5 marks

Exercise 21 Calc. : ✓

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, les coordonnées des points A, B et C sont respectivement : A(1; 4), B(5; 5) et C(−1; 6).	
1. **Déterminer** le vecteur $\overrightarrow{AB}$ et **calculer** sa longueur.	2 marks
2. **Déterminer** la longueur du vecteur $\overrightarrow{AC}$.	2 marks
3. **Calculer** l'amplitude de l'angle entre les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ en donnant votre réponse arrondie au dixième de degré près.	3 marks
4. **Déterminer** la valeur de k sachant que le vecteur $\begin{pmatrix} k \\ 1 \end{pmatrix}$ est perpendiculaire au vecteur $\overrightarrow{BC}$.	3 marks

Exercise 22 Calc. : ✗

Partie 1 — 8 marks

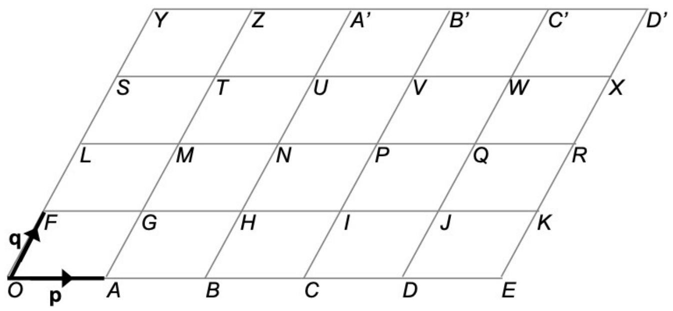
Soient les points A$(1; -2)$, $B(0; m)$ et C$(6; -1)$.
Trouver le réel m pour que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ soient dépendants.

Partie 2

Dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les vecteurs :
$\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$.
Exprimer le vecteur $\vec{w} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ comme combinaison linéaire de $\vec{a}$ et $\vec{b}$, c'est-à-dire sous la forme $(\vec{w} = x\vec{a} + y\vec{b})$.

Exercise 23 Calc. : ✗

Two vectors $\vec{p}$ and $\vec{q}$ are shown on the grid.



a) **Write** any position vector that is equal to $\vec{p} - 2\vec{q}$. — 1 mark

b) **Write** any position vector that is equal to $-2\vec{p} - \vec{q}$. — 1 mark

c) By drawing on the grid, **show** that — 3 marks

$$(\vec{p} - 2\vec{q}) + (-2\vec{p} - \vec{q}) = -\vec{p} - 3\vec{q}$$

d) **Find** the value of c and d: — 3 marks

$$\begin{pmatrix} c \\ 5 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 3 \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d \\ 8 \end{pmatrix}$$

Exercise 24 Calc. : ✓

A set of vectors is given by

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) **Determine** if the vectors are linearly independent. **Show** your working. — 3 marks

b) Does the set form a basis of $\mathbb{R}^2$? **Explain** your answer. — 3 marks

c) If possible, **express** the vector $\vec{u} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix}$ as a linear combination of $\vec{a}$ and $\vec{b}$. — 3 marks