

**Exercice 1**

Calc. : ✗

Andy est un joueur de basket-ball. La probabilité qu'il réussisse un lancer franc est de 75%. Il a droit à 3 tentatives et chaque lancer réussi vaut un point.

- a) Le nombre de points marqués suit-il une loi binomiale ? **Justifier** la réponse.
- b) **Calculer** la probabilité qu'Andy marque au moins un point.

3 marks

2 marks

**Exercice 2**

Calc. : ✗

Après quelques plaintes concernant les nouveaux horaires, la direction d'une école affirme que 10% seulement des enseignants sont mécontents de leur nouvel horaire. Certains enseignants pensent qu'il s'agit de plus de 10%. Ils demandent alors leur avis à un groupe de 35 enseignants choisis au hasard.

On effectue un test NHST à un seuil de signification de 5%.

- a) **Déterminer** si ce test est unilatéral à gauche ou à droite. **Justifier** la réponse.
- b) **Formuler** une hypothèse nulle appropriée  $H_0$  et une hypothèse alternative  $H_1$  pour ce test.

1 mark

1 mark

La variable aléatoire  $X$  désigne le nombre d'enseignants mécontents de leur nouvel horaire dans un échantillon de 35 enseignants.

Le tableau ci-dessous montre les valeurs de  $P(X \geq k)$  avec  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$  et 10 en supposant que 10% des enseignants sont mécontents.

| $k$           | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $P(X \geq k)$ | 0,975 | 0,878 | 0,694 | 0,469 | 0,269 | 0,132 | 0,055 | 0,020 | 0,006 | 0,002 |

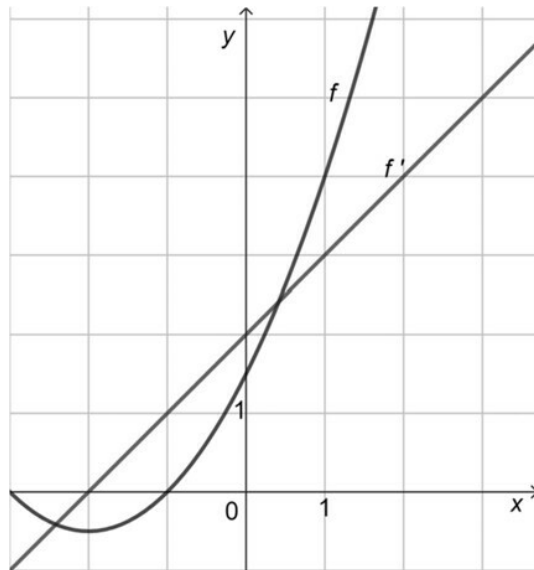
- c) **Déterminer** la valeur critique  $k$  et **interpréter** cette valeur.

3 marks

**Exercice 3**

Calc. : ✗

Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction  $f$  et celui de sa dérivée  $f'$ .



**Déterminer** une équation de la tangente au graphique de  $f$  au point d'abscisse  $x = 1$ .

5 marks

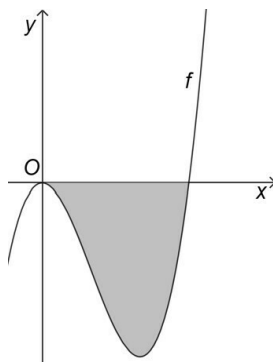
**Exercise 4**

Calc. : ✖

On considère la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = -2x^2 \cdot (2 - x)$$

Le diagramme ci-dessous montre le graphique de  $f$ .



**Écrire** une intégrale qui donne l'aire de la surface grisée.

(Il n'est pas nécessaire de calculer cette intégrale, il suffit de donner une expression appropriée).

5 marks

**Exercise 5**

Calc. : ✖

La vitesse d'un objet en mouvement est donnée par une fonction  $f$ .

Une primitive de  $f$  est donnée par la fonction  $F$  définie par

$$F(t) = \frac{2}{3}t^3 + 3t$$

où  $t$  est le temps exprimé en secondes et  $F(t)$  est exprimé en mètres.

- Déterminer** une expression de la vitesse  $f(t)$  en m/s.
- Le déplacement, en mètres, de l'objet en mouvement entre  $t = a$  et  $t = b$  est donné par

$$\int_a^b f(t) dt$$

**Calculer** le déplacement de l'objet en mouvement entre  $t = 0$  et  $t = 3$ .

2 marks

3 marks

**Exercise 6**

Calc. : ✖

La hauteur d'eau dans un port est modélisée par la fonction  $h$  définie par

$$h(t) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 3,$$

où  $t$  est le temps en heures et  $h(t)$  est la hauteur en mètres.

- Déterminer** la hauteur d'eau maximale dans le port.
- Déterminer** deux valeurs différentes du temps  $t$ , lorsque l'eau est à son plus haut niveau.
- Sur du papier millimétré, **tracer** le graphique de la fonction  $h$  pour  $t$  entre 0 et 16 heures.  
Utiliser 1 cm pour 1 heure sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 mètre sur l'axe des ordonnées.

1 mark

2 marks

2 marks

### Exercise 7

Calc. : ✗

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                |                                               |                                               |                                               |        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|--------|
| <p>a) Le nombre de plantes d'une certaine espèce peut être modélisé par la fonction <math>A</math> donnée par</p> $A(t) = a \cdot b^t$ <p>où <math>a</math> est le nombre initial de plantes et <math>t</math> est le temps en années.</p> <p>On donne : <math>\frac{A(1)}{A(0)} = 0,98</math>.</p> <p><b>Déterminer</b> <math>b</math> et <b>expliquer</b> sa signification dans ce contexte.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 2 marks                                        |                                               |                                               |                                               |        |
| <p>b) Considérons maintenant la population d'une deuxième espèce, qui diminue à un taux constant de 10% par an. Le nombre initial de plantes de cette espèce est de 500.</p> <p><b>Déterminer</b> laquelle des formules suivantes décrit le nombre <math>B(t)</math> de plantes de cette espèce après <math>t</math> années.</p> <table border="1" data-bbox="188 667 1152 734"> <tr> <td><b>Option 1</b> : <math>B(t) = 500 \cdot (-0,10)^t</math></td><td><b>Option 2</b> : <math>B(t) = 500 \cdot (1,10)^t</math></td></tr> <tr> <td><b>Option 3</b> : <math>B(t) = 500 \cdot (0,90)^t</math></td><td><b>Option 4</b> : <math>B(t) = 500 - 0,10 \cdot t</math></td></tr> </table> | <b>Option 1</b> : $B(t) = 500 \cdot (-0,10)^t$ | <b>Option 2</b> : $B(t) = 500 \cdot (1,10)^t$ | <b>Option 3</b> : $B(t) = 500 \cdot (0,90)^t$ | <b>Option 4</b> : $B(t) = 500 - 0,10 \cdot t$ | 1 mark |
| <b>Option 1</b> : $B(t) = 500 \cdot (-0,10)^t$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>Option 2</b> : $B(t) = 500 \cdot (1,10)^t$  |                                               |                                               |                                               |        |
| <b>Option 3</b> : $B(t) = 500 \cdot (0,90)^t$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>Option 4</b> : $B(t) = 500 - 0,10 \cdot t$  |                                               |                                               |                                               |        |
| <p>c) Le nombre de plantes d'une troisième espèce peut être modélisé par la fonction <math>C</math> définie par <math>C(t) = 400 \cdot (0,85)^t</math>, où <math>t</math> est le temps en années.</p> <p>Utiliser ce modèle pour <b>décrire</b> l'évolution du nombre de plantes sur un grand nombre d'années.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 2 marks                                        |                                               |                                               |                                               |        |

### Exercise 8

Calc. : ✗

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| <p>Un test à choix multiples se compose de 4 questions. Chaque question a trois réponses possibles, dont une seule est correcte.</p> <p>Un élève répond à chaque question au hasard.</p> <p>a) <b>Calculer</b> la probabilité que l'élève réponde aux 4 questions correctement.</p> <p>b) <b>Calculer</b> la probabilité que l'élève obtienne au moins une réponse correcte.</p> <p>c) <b>Déterminer</b> l'espérance mathématique du nombre de réponses correctes obtenues par l'élève.</p> | <p>1 mark</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|

### Exercise 9

Calc. : ✗

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| <p>400 patients se sont portés volontaires pour participer à une recherche médicale.</p> <p>153 patients ont été traités avec le médicament A, 53 d'entre eux ont été guéris.</p> <p>247 patients ont été traités avec le médicament B, 117 d'entre eux ont été guéris.</p> <p>Un patient est choisi au hasard.</p> <p>Étant donné que le patient n'est pas guéri, <b>déterminer</b> la probabilité qu'il ait été traité avec le médicament B.</p> | 5 marks |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|

### Exercise 10

Calc. : ✗

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                             |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| <p>5 livres différents sont placés sur une étagère.</p> <p>a) <b>Calculer</b> le nombre de façons dont ces livres peuvent être disposés.</p> <p>b) Il y a 2 livres de mathématiques et 3 livres de physique.</p> <p><b>Calculer</b> le nombre de façons dont les livres peuvent être placés sur l'étagère, si les livres de mathématiques doivent être ensemble et les livres de physique doivent être ensemble.</p> <p>c) Claude aimerait emprunter 2 des 5 livres.</p> <p><b>Calculer</b> le nombre de paires de livres différentes que Claude peut emprunter.</p> | <p>1 mark</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|

**Exercice 11**

Calc. : ✖

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| <p>Dans une étude de recherche marine, la longueur des ailerons d'une certaine espèce de requin s'est avérée suivre une distribution normale de moyenne <math>\mu = 120</math> cm et d'écart-type <math>\sigma = 15</math> cm. Les chercheurs prévoient de placer un dispositif de suivi sur un seul requin pour l'étude. Pour que le dispositif soit bien fixé, ils doivent choisir un requin dont la longueur de l'aileron est supérieure à 135 cm.</p> <p>Les chercheurs isolent les requins dont la longueur de l'aileron est supérieure à la moyenne et en choisissent un au hasard.</p> <p><b>Déterminer</b> la probabilité que le dispositif soit bien fixé.</p> | 5 marks |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|

**Exercice 12**

Calc. : ✖

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| <p><b>Faire correspondre</b> les coefficients de corrélation suivants aux nuages de points ci-dessous :</p> <p>a) <math>r = -1</math>   b) <math>r = 0,92</math>   c) <math>r = 0,74</math>   d) <math>r = 0</math>   e) <math>r = -0,73</math></p> <p>et <b>décrire</b> le type de corrélation ainsi que la force de la relation.</p> | 5 marks |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|

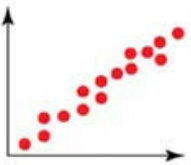


Figure 1

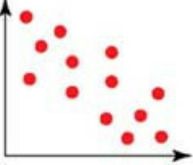


Figure 2

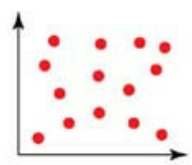


Figure 3

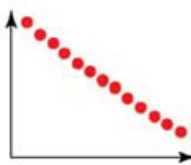


Figure 4

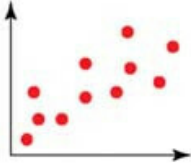
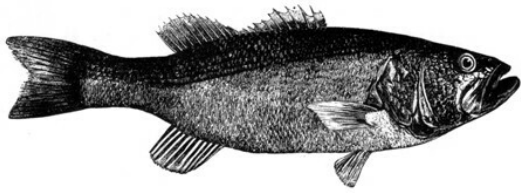


Figure 5

**Exercise 13**

Calc. : ✓

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Partie 1</b></p>  <p>Une population de bars noirs est introduite dans un lac. Le nombre de poissons dans le lac est modélisé par la fonction <math>N</math> définie par</p> $N(t) = 3500 \cdot e^{0,0862 \cdot t}, \quad t \geq 0,$ <p>où <math>t</math> est le temps en jours après l'introduction.</p> <p>a) <b>Interpréter</b> le nombre 3500 dans ce contexte.</p> <p>b) <b>Calculer</b> le nombre de poissons dans le lac après une semaine. <b>Donner</b> la réponse arrondie à l'entier le plus proche.</p> <p>c) <b>Réécrire</b> la formule de <math>N(t)</math> sous la forme <math>N(t) = K \cdot A^t</math>.</p> <p>d) <b>Déterminer</b> le pourcentage de croissance du nombre de poissons par jour.</p> <p>e) <b>Déterminer</b> après combien de jours le nombre de poissons dans le lac aura doublé.</p> <p>f) <b>Expliquer</b> si ce modèle peut être utilisé sur une longue période.</p> | <p>1 mark</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>1 mark</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| <p><b>Partie 2</b></p>  <p>Il est assez difficile de capturer un marlin bleu. Ils se battent avec acharnement lorsqu'ils sont accrochés à un hameçon.</p> <p>En 2022, 5300 pêcheurs sur un total de 300 000 ont réussi à capturer un marlin bleu. En 2023, 149 pêcheurs sur un échantillon aléatoire de 7000 pêcheurs ont réussi à capturer un marlin bleu.</p> <p>Pour déterminer si la proportion de pêcheurs ayant capturé un marlin bleu a augmenté entre 2022 et 2023, on effectue un test d'hypothèse à un seuil de signification de 5%.</p> <p>Soit <math>p</math> la proportion de pêcheurs qui ont réussi à capturer un marlin bleu en 2023.</p> <p>g) <b>Vérifier</b> que l'hypothèse nulle pour ce test est <math>H_0 : p = 0,0177</math>.</p> <p>h) <b>Déterminer</b> si le test est unilatéral à gauche ou à droite. <b>Justifier</b> la réponse.</p> <p>i) <b>Calculer</b> la probabilité que le nombre de pêcheurs ayant réussi à capturer un marlin bleu à partir d'un échantillon aléatoire de 7000 pêcheurs soit supérieur ou égal à 149, en supposant que <math>H_0</math> est vraie.</p> <p><b>Décider</b> si <math>H_0</math> peut être rejetée. <b>Justifier</b> cette décision.</p> | <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>5 marks</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|

### Partie 3



Les saumons adultes vivent en pleine mer mais retournent dans les ruisseaux et rivières d'eau douce pour pondre leurs ufs. C'est ce qu'on appelle la migration reproductive. Les scientifiques ont commencé à enregistrer la migration en 2010.

La population de saumons migrateurs peut être modélisée par la fonction  $P$  définie par

$$P(t) = a \cdot \sin(0,5t) + d,$$

où  $t$  est le temps en années après 2010.

En 2013, ils ont enregistré 48 000 saumons migrateurs, soit la population la plus importante à migrer. En 2019 ils ont enregistré 17 000 saumons, soit la population la plus faible à migrer.

- |                                                                                                                                                                                                                                 |         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| j) <b>Montrer</b> que l'amplitude $a$ de la fonction $P$ est de 15 500 et que le déplacement vertical $d$ est de 32 500.                                                                                                        | 2 marks |
| k) <b>Déterminer</b> la population attendue de saumons migrateurs en 2024.                                                                                                                                                      | 2 marks |
| l) La pêche au saumon est suspendue lorsque la population descend en dessous de 21 000 saumons.<br><b>Déterminer</b> après combien d'années cela devrait se produire pour la première fois depuis le début de l'enregistrement. | 2 marks |

# Exercice 14

Calc. : ✓

## Partie 1

Le tableau suivant montre le revenu  $y$ , en millions d'euros, d'une ligue de basket-ball  $x$  années après 2006.

| Année | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $x$   | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| $y$   | 34,1 | 43,1 | 49,5 | 59,3 | 59,4 | 60,9 | 76,9 | 86,6 | 90,8 | 97,8 |

- Représenter** les données ci-dessus par un nuage de points.
- En utilisant les données du tableau, **établir** une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$ . Donner la réponse à 3 décimales.  
**Tracer** la droite de régression sur le même diagramme.

Dans la suite, utiliser le modèle  $y = 6,95 \cdot x + 34,56$ .

- Selon le modèle, **estimer** le revenu attendu pour 2016.
- Un revenu de 114 millions d'euros a été généré en 2017 et de 120 millions d'euros en 2018.  
**Expliquer** si le modèle de régression linéaire ci-dessus semble approprié après 2015.

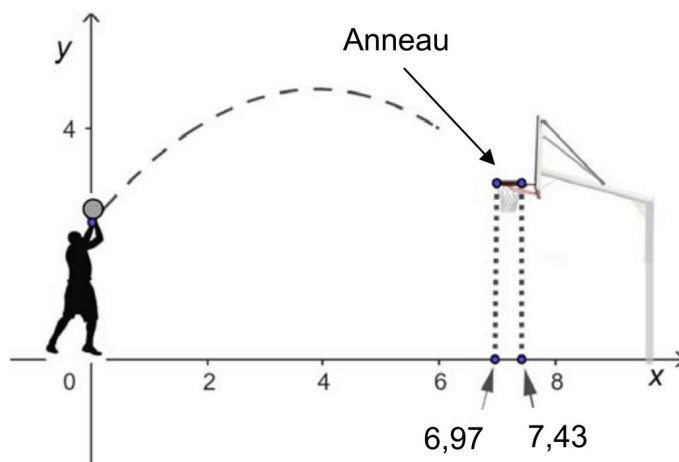
2 marks

3 marks

2 marks

2 marks

## Partie 2



Un lancer réussi au basket-ball peut être obtenu lorsque le ballon traverse l'anneau de manière abrupte et centrale. Dans le modèle suivant, on suppose que le lancer est dirigé vers l'anneau. La trajectoire du point le plus bas du ballon est modélisée par la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = -0,153x^2 + 1,19x + 2,36,$$

où  $x$  est la distance horizontale depuis le point de lancement (mesurée le long du sol) en mètres et  $y = f(x)$  est la hauteur en mètres au-dessus du sol.

- Calculer**  $f(0)$  et **interpréter** le résultat.
- L'anneau est situé à 3,05 mètres au-dessus du sol. La distance horizontale du point de lancement au point le plus proche de l'anneau est de 6,97 mètres et au point le plus éloigné, elle est de 7,43 mètres. Le diamètre du ballon est de 24 cm.  
**Calculer**  $f(6,97)$  et  $f(7,43)$ . **Expliquer** si le lancer pourrait être réussi.
- Résoudre** l'équation  $f'(x) = -1$ .  
**Interpréter** le résultat dans le contexte de la trajectoire du ballon.
- Déterminer** la longueur de la trajectoire suivie par le ballon pour atteindre le point correspondant à une distance horizontale de 7,15 mètres du point de lancement.

Utiliser la formule de la longueur d'un arc de courbe :  $\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$ .

2 marks

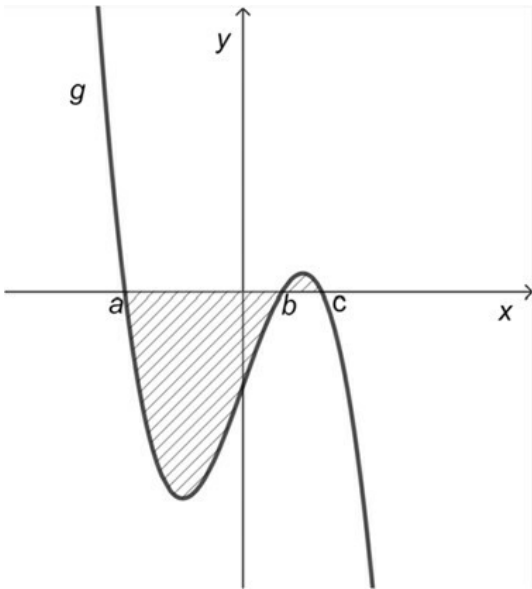
3 marks

3 marks

2 marks

|                                                                                                                                       |         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| <b>Partie 3</b>                                                                                                                       |         |
| On suppose qu'à chaque lancer franc, Bob a une probabilité de 87,7% de marquer.                                                       |         |
| i) Bob va effectuer 10 lancers francs.<br><b>Calculer</b> la probabilité que Bob marque plus de 8 fois.                               | 3 marks |
| j) <b>Déterminer</b> le nombre de lancers francs nécessaires pour que Bob marque plus de 12 fois avec une probabilité de plus de 95%. | 3 marks |

|                                                                                                                                    |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Exercise 15</b>                                                                                                                 | Calc. : ✗ |
| On considère la fonction $f$ définie par                                                                                           |           |
| $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 45.$                                                                                                         |           |
| <b>Déterminer</b> les coordonnées des points associés aux extrema de la fonction $f$ et <b>préciser</b> la nature de ces derniers. | 5 marks   |

|                                                                                                                                       |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Exercise 16</b>                                                                                                                    | Calc. : ✗ |
| Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction $g$ .                                                                      |           |
|                                                     |           |
| <b>Préciser</b> pour chacune des expressions suivantes si elle représente l'aire de la surface hachurée. <b>Justifier</b> la réponse. |           |
| a) $\int_a^c g(x) \, dx$                                                                                                              | 5 marks   |
| b) $\int_a^b g(x) \, dx + \int_b^c g(x) \, dx$                                                                                        |           |
| c) $\left  \int_a^c g(x) \, dx \right $                                                                                               |           |
| d) $-\int_a^b g(x) \, dx + \int_b^c g(x) \, dx$                                                                                       |           |

**Exercice 17**

Calc. : ✗

Une voiture roule sur une route horizontale et la distance depuis le point de départ est observée sur une période de 8 secondes, débutant à  $t = 4$  secondes.

La distance est donnée par la fonction  $d$  définie par

$$d(t) = \frac{1}{4}t^3 - 2t^2 + 5t + 3 \quad \text{avec } t \in [4; 12],$$

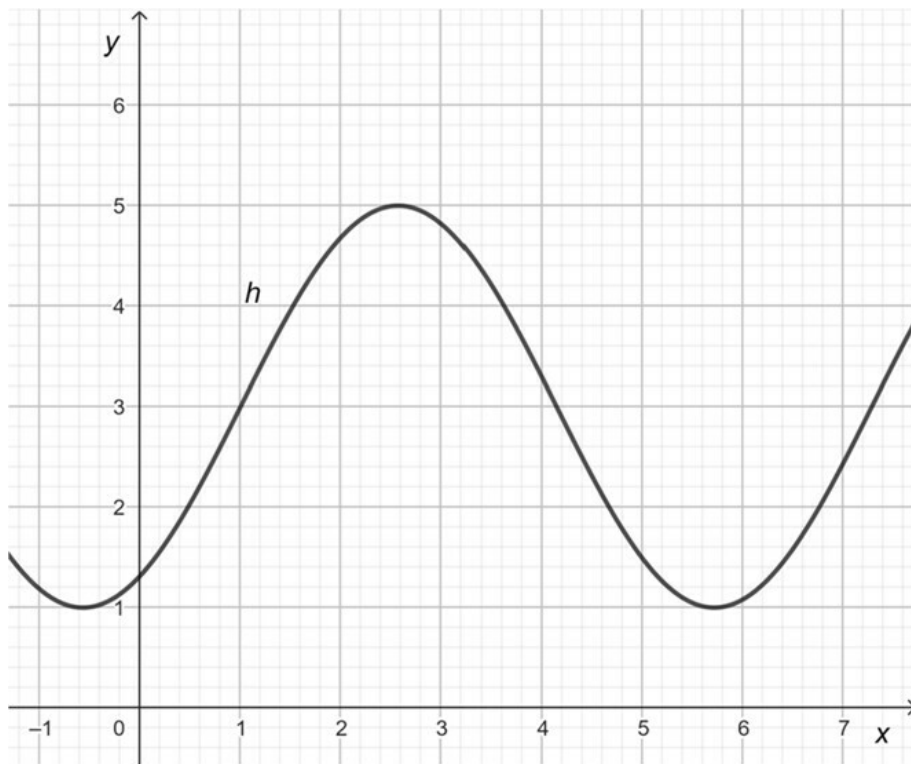
où  $t$  est le temps exprimé en secondes, et  $d(t)$  est exprimée en mètres.

- a) **Montrer** qu'au début de l'observation, la voiture est à 7 mètres du point de départ. 1 mark
- b) **Déterminer** la vitesse moyenne de la voiture dans la période comprise entre 4 secondes et 10 secondes. 2 marks
- c) **Déterminer** la vitesse instantanée de la voiture au temps  $t = 10$  secondes. 2 marks

**Exercice 18**

Calc. : ✗

Le diagramme ci-dessous montre le graphique d'une fonction sinusoïdale  $h$  de période  $2\pi$ .



**Déterminer**  $h(x)$ .

5 marks

**Exercice 19**

Calc. : ✗

Entre le 1er janvier 2000 et le 1er janvier 2023, un groupe de scientifiques a étudié l'aire de la surface d'un lac dans une région montagneuse d'Europe. Ils ont créé un modèle qui suggère que l'aire de la surface du lac diminue de 10% chaque année.

L'aire initiale de la surface du lac est de  $5 \text{ km}^2$ .

- a) **Expliquer** pourquoi l'aire de la surface du lac peut être modélisée par une fonction  $s$  définie par  $s(t) = 5 \cdot 0,9^t$ , où  $t$  est le nombre d'années depuis l'an 2000 et  $s(t)$  est exprimée en  $\text{km}^2$ . 2 marks
- b) En utilisant ce modèle, **déterminer** l'aire de la surface du lac en 2002. 1 mark
- c) On suppose que le modèle reste valable au cours du temps.  
**Décrire** l'évolution de l'aire de la surface du lac au cours du temps. 2 marks

**Exercice 20**

Calc. : ✗

|                                                                                                                                                                                                                               |         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| Pierre postule pour son premier emploi. Il envoie son CV à deux entreprises différentes.<br>La probabilité qu'une seule entreprise lui réponde est de 0,45.<br>La probabilité qu'aucune entreprise ne lui réponde est de 0,3. |         |
| a) <b>Dessiner</b> un diagramme de Venn pour illustrer les informations ci-dessus.                                                                                                                                            | 2 marks |
| b) <b>Déterminer</b> la probabilité que les deux entreprises répondent à Pierre. <b>Donner</b> la réponse en pourcentage.                                                                                                     | 3 marks |

**Exercice 21**

Calc. : ✗

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| La répartition des poivrons sur le stand de marché d'un producteur est la suivante :<br>$\frac{2}{5}$ des poivrons sont verts ; la moitié de ceux-ci sont biologiques.<br>$\frac{9}{20}$ des poivrons sont rouges ; 40% de ceux-ci sont biologiques.<br>$\frac{3}{20}$ des poivrons sont jaunes ; 80% de ceux-ci sont biologiques.<br>On choisit un poivron au hasard.<br><b>Déterminer</b> la probabilité que ce poivron soit biologique. |         |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 5 marks |

**Exercice 22**

Calc. : ✗

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| Dans une équipe de football composée de 18 joueurs, 3 sont gardiens de but, 5 sont défenseurs, 6 sont milieux de terrain et 4 sont attaquants.                                                                                                                                                                                            |         |
| a) L'entraîneur doit choisir 3 de ces défenseurs pour jouer le prochain match.<br><b>Calculer</b> le nombre de groupes différents de 3 défenseurs que l'entraîneur peut choisir.                                                                                                                                                          | 1 mark  |
| b) Les trois défenseurs ont été choisis. Maintenant, l'un d'entre eux se voit attribuer la partie gauche du terrain, l'un d'entre eux la partie centrale et l'un d'entre eux la partie droite.<br><b>Calculer</b> le nombre de façons différentes dont ces 3 défenseurs peuvent se positionner sur le terrain.                            | 1 mark  |
| c) 11 joueurs doivent être sélectionnés pour jouer le match : cette équipe sera composée de 1 gardien de but, 3 défenseurs, 5 milieux de terrain et 2 attaquants.<br>Les 3 défenseurs ont été choisis.<br><b>Déterminer</b> le nombre de groupes différents de 8 joueurs que l'entraîneur peut choisir pour occuper les places restantes. | 3 marks |

### Exercice 23

Calc. : ✗

Une brasserie dispose d'une machine qui remplit des bouteilles de boissons non alcoolisées. La machine est réglée de manière à ce que la quantité de boisson non alcoolisée mise dans une bouteille soit normalement distribuée, avec une moyenne de 505 ml et un écart-type de 2 ml.

1 mark

a) **Déterminer** la probabilité qu'une bouteille choisie au hasard contienne au moins 505 ml de boisson non alcoolisée.

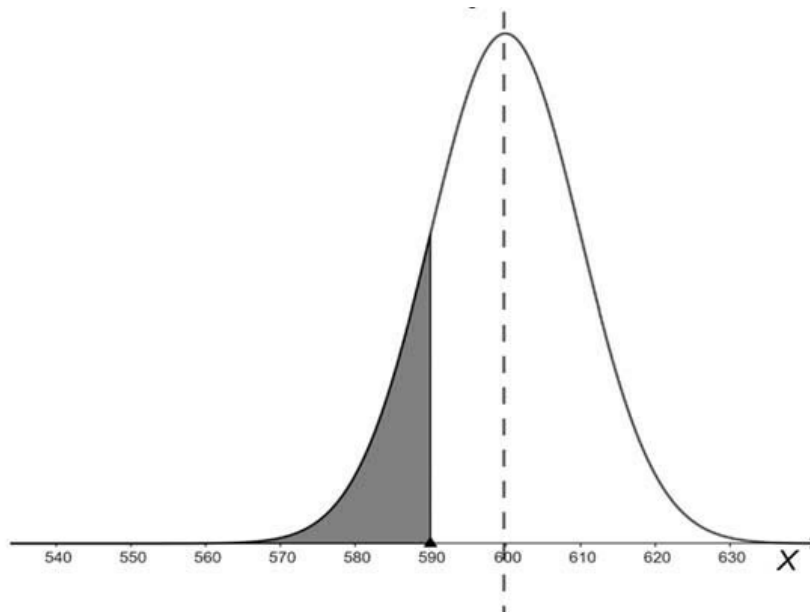
1 mark

b) **Déterminer** la probabilité qu'une bouteille choisie au hasard contienne entre 501 ml et 509 ml de boisson non alcoolisée.

c) Une autre machine remplit des bouteilles de jus. On suppose que la quantité de jus contenue dans une bouteille suit une distribution normale de moyenne  $\mu$  ml et d'écart-type  $\sigma$  ml.

On sait que  $P(X \leq 590) = 0,1587$ .

Le graphique de cette distribution normale est donné ci-dessous.



**Donner** la valeur de la moyenne de cette distribution normale et **justifier** la réponse.

1 mark

d) **Déterminer** la probabilité qu'une bouteille choisie au hasard contienne plus de 590 ml de jus. **Donner** la réponse au dixième le plus proche.

2 marks

### Exercice 24

Calc. : ✗

Dans une population de poissons, environ 42% sont des femelles. Comme il est possible qu'en réalité cette proportion soit inférieure, on effectue un test.

2 marks

a) **Énoncer** l'hypothèse nulle  $H_0$  et l'hypothèse alternative  $H_1$ .

b) Soit  $X$  la variable aléatoire qui désigne le nombre de poissons femelles dans un échantillon de 20 poissons. Le tableau ci-dessous indique les valeurs de  $P(X \leq k)$  pour  $k = 3, 4, 5, 6, 7, 8$ , pour une probabilité de 42% qu'un poisson donné soit une femelle.

| $k$           | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      |
|---------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $P(X \geq k)$ | 0,0102 | 0,0349 | 0,0922 | 0,1959 | 0,3461 | 0,5229 |

**Déterminer** la valeur critique  $k$ , pour un seuil de signification fixé à 5%, et **interpréter** cette valeur.

3 marks

**Partie 1**

20 carpes sont introduites dans un lac artificiel. L'étang a des ressources limitées et la population de carpes est modélisée par la fonction  $N$ , définie par  $N(t) = \frac{200}{1 + k \cdot 2^{-t}}$ , où  $t$  est le temps exprimé en nombre entier d'années et  $k$  est un paramètre réel. Les carpes ne pondent leurs œufs qu'une fois tous les douze mois.

a) Sur la base des informations données dans l'introduction, **vérifier** que  $k = 9$ . 2 marks

b) **Déterminer** le temps nécessaire pour que la population dépasse les 90 individus. 2 marks

c) **Calculer** la population de carpes après 15 ans et après 20 ans. 3 marks

**Décrire** l'évolution de la population sur une longue période.

**Partie 2**

La longueur moyenne des poissons tétra dans un étang d'eau douce est bien modélisée par une distribution normale de moyenne  $\mu = 8$  cm et d'écart-type  $\sigma = 2$  cm.

d) **Calculer** la probabilité qu'un poisson tétra choisi au hasard dans l'étang ait une longueur :

i) supérieure à 8 cm, 2 marks

ii) comprise entre 6 cm et 8 cm. Arrondir le résultat à la troisième décimale. 2 marks

e) La probabilité qu'un poisson tétra choisi au hasard dans l'étang ait une longueur supérieure à 6 cm est de 0,84. Il y a actuellement 65 poissons tétra dans l'étang. **Calculer** la probabilité que moins de 50 de ces poissons mesurent plus de 6 cm de long. 2 marks

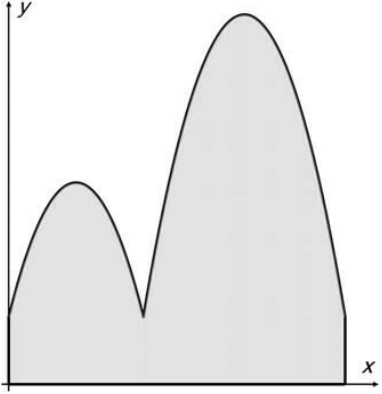
**Partie 3**

Le dessin de la surface d'un étang d'eau douce dans un centre d'élevage de truites est représenté par la surface ombrée de la figure. Le contour de la surface suit :

- à gauche, une parabole d'équation  $y = -x^2 + 4x + 2$ ,
- à droite, une parabole d'équation  $y = -x^2 + 14x - 38$ ,
- les axes de coordonnées et la droite d'équation  $x = 10$ .

L'unité de mesure sur les deux axes est le mètre.

f) **Déterminer** l'aire de la surface de l'étang. 4 marks



**Partie 4**

Le secteur de la pêche aux coquillages en Italie a subi une baisse des captures entre 2010 et 2019, comme le montre le tableau suivant :

|                                                 |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x$ : nombre d'années depuis 2010               | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   |
| $y$ : masse des coquillages capturés, en tonnes | 235 | 230 | 220 | 200 | 194 | 190 | 185 | 177 | 175 | 172 |

g) **Tracer** un nuage de points représentant les données du tableau, **interpréter** le diagramme et **décrire** la corrélation. 4 marks

h) **Établir** une équation, de la forme  $y = mx + b$ , de la régression linéaire de  $y$  en  $x$  et utiliser ce modèle pour **estimer** la masse des coquillages capturés en 2020. 4 marks

**Exercice 26**

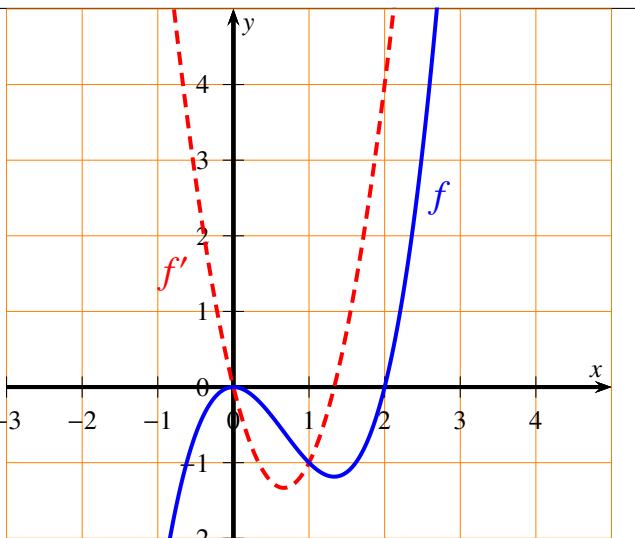
Calc. : ✓

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Partie 1</b></p> <p>Une enquête a été menée auprès des vacanciers sur leurs activités sportives pendant leurs vacances. L'enquête a révélé que 45% des vacanciers se sont rendus dans une salle de sport pendant leurs vacances et que 60% d'entre eux sont allés nager.</p> <p>Parmi les vacanciers qui ne se sont pas rendus dans une de salle de sport, 70% sont allés nager.</p> <p>Un vacancier est choisi au hasard.</p> <p>On considère les événements suivants :</p> <p>S : le vacancier s'est rendu dans une salle de sport ;</p> <p>N : le vacancier est allé nager .</p> <p>a) <b>Construire</b> un diagramme en arbre décrivant la situation.</p> <p>b) <b>Décrire</b> avec des mots l'événement <math>S \cap N</math>.</p> <p>c) <b>Montrer</b> que <math>P(N) = 0,655</math>.</p> <p>d) <b>Calculer</b> la probabilité qu'un vacancier choisi au hasard se soit rendu dans une salle de sport étant donné qu'il est allé nager. Arrondir le résultat à quatre décimales.</p> <p>On choisit au hasard 4 vacanciers.</p> <p>Soit <math>X</math> la variable aléatoire qui désigne le nombre de ces vacanciers qui sont allés nager pendant leurs vacances.</p> <p>Le nombre de vacanciers étant suffisamment grand, on admet que la variable aléatoire suit une loi binomiale.</p> <p>e) <b>Calculer</b> la probabilité que :</p> <p>i) exactement 2 des vacanciers soient allés nager pendant leurs vacances,</p> <p>ii) au moins 3 des vacanciers soient allés nager pendant leurs vacances.</p> <p>Arrondir les réponses à trois décimales.</p>                                                                                                                                                                                                                                       | <p>2 marks</p> <p>1 mark</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>5 marks</p> |
| <p><b>Partie 2</b></p> <p>Certaines personnes se sont inscrites à un cours de tennis pendant leurs vacances.</p> <p>En attendant de commencer, ils regardent un canon tirer des balles de tennis qui s'élèvent légèrement à la sortie du canon et passent ensuite au-delà du milieu du terrain.</p> <p>La hauteur du centre de la balle exprimée en fonction du temps peut être modélisée par la fonction <math>h</math> définie par :</p> $h(t) = -4,9t^2 + 4,2t + 0,5,$ <p>où <math>t</math> est le temps, en secondes, après que la balle a quitté le canon et <math>h(t)</math> est exprimée en mètres. Le rayon d'une balle de tennis est de 3,4 cm.</p> <p>f) <b>Déterminer</b> le temps en secondes au bout duquel la balle touchera le sol, en notant que le centre de la balle sera à 3,4 cm au-dessus du sol. Arrondir la réponse à 2 décimales.</p> <p>g) <b>Déterminer</b> la hauteur maximale atteinte par le centre de la balle.</p> <p>La hauteur du centre de la balle peut également s'exprimer en fonction de la distance horizontale parcourue par le centre de la balle et peut être modélisée par la fonction <math>f</math> définie par :</p> $f(x) = -0,00784x^2 + 0,168x + 0,5,$ <p>où <math>x</math> est la distance horizontale, en mètres, parcourue par le centre de la balle depuis sa sortie du canon et <math>f(x)</math> est exprimée en mètres.</p> <p>Au milieu du terrain, le haut du filet est à 0,9 mètre au-dessus du sol.</p> <p>Le filet est horizontalement distant du canon de 11,88 mètres.</p> <p>h) <b>Montrer</b> que la balle passera au-dessus du filet.</p> <p>La distance du canon à l'extrémité opposée du terrain est de 23,76 mètres.</p> <p>i) <b>Montrer</b> que le modèle prédit que la balle ne touchera pas le sol à l'intérieur du terrain.</p> | <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>2 marks</p>               |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| <p>Le modèle quadratique présenté ci-dessus ne tient pas compte de la résistance de l'air.<br/>Un modèle ajusté est proposé avec la fonction <math>g</math> définie par :</p> $g(x) = -0,00784x^2 + 0,168x + 0,5 - 0,0003x^3,$ <p>où <math>x</math> et <math>g(x)</math> sont des mesures définies de la même manière que <math>x</math> et <math>f(x)</math>.</p> <p>j) <b>Déterminer</b> si la pente selon laquelle la balle quitte le canon est la même pour <math>f</math> et <math>g</math>.</p> <p>k) <b>Déterminer</b> si la nouvelle fonction <math>g</math> fournirait un modèle pour la trajectoire de la balle quittant le canon à 50 cm de hauteur et atterrissant à l'intérieur de la partie opposée du terrain.</p> | <p>2 marks</p> <p>3 marks</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|

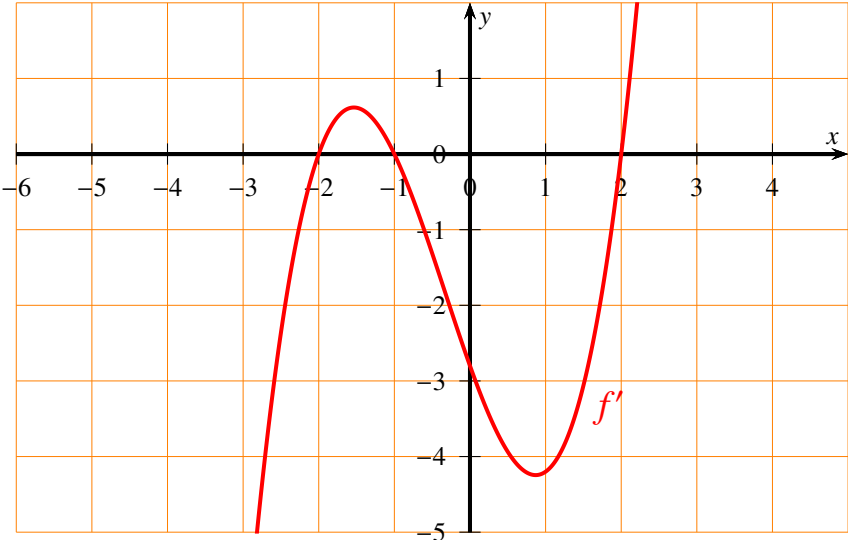
### Exercice 27

Calc. : ✗

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                     |                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| <p>Le graphique ci-contre montre la courbe d'une fonction <math>f</math> et celle de sa fonction dérivée <math>f'</math>.</p> <p>a) <b>Trouver</b> la valeur de <math>f(2)</math> et de <math>f'(2)</math>.</p> <p>b) <b>Déterminer</b> une équation de la tangente à la courbe de <math>f</math> au point d'abscisse <math>x = 2</math>.</p> |  | <p>2 marks</p> <p>3 marks</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|

### Exercice 28

Calc. : ✗

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                               |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| <p>Le graphique montre la courbe de la dérivée <math>f'</math> d'une fonction <math>f</math>.</p>  <p>a) <b>Donner</b> les intervalles sur lesquels la fonction <math>f</math> est croissante.</p> <p>b) <b>Déterminer</b> si la fonction <math>f</math> a un maximum local. <b>Justifier</b> votre réponse.</p> | <p>2 marks</p> <p>3 marks</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|

**Exercise 29**

Calc. : ✖

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 3x^3 - 2x^2 - 1$ .

On considère aussi la fonction  $F$  définie par  $F(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x + d$ , où  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont quatre nombres réels.

a) **Trouver** les valeurs des trois paramètres  $a$ ,  $b$ , et  $c$  pour que  $F' = f$ .

3 marks

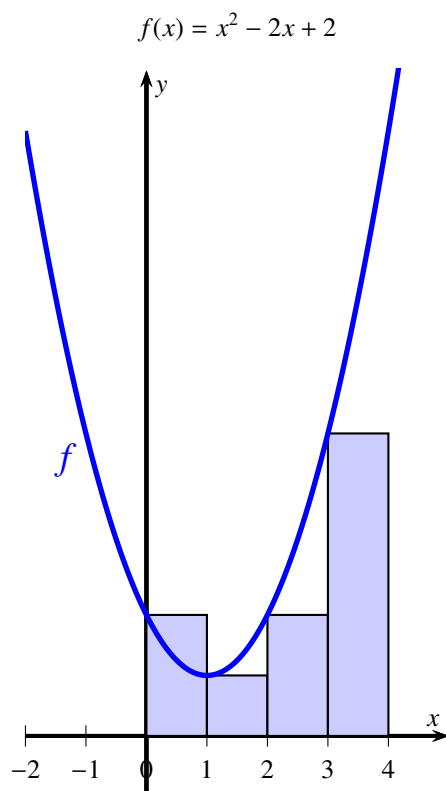
b) **Trouver** la valeur du paramètre  $d$  pour que  $F(1) = \frac{1}{12}$ .

2 marks

**Exercise 30**

Calc. : ✖

Voici la courbe de la fonction  $f$  définie par :



a) **Trouver** une approximation de l'aire sous la courbe de  $x = 0$  à  $x = 4$  en utilisant des rectangles à gauche de largeur 1.

3 marks

b) En se basant sur la courbe, **discuter** si cette approximation est une sur-estimation de  $\int_0^4 f(x) dx$ , ou une sous-estimation. **Justifier** votre réponse.

2 marks

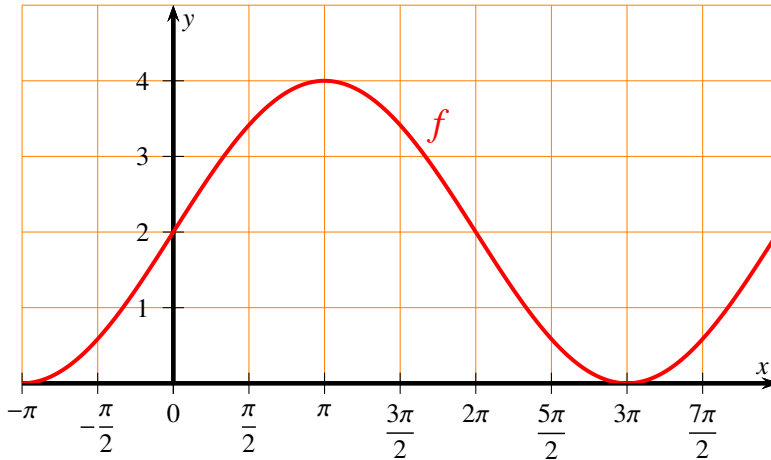
**Exercice 31**

Calc. : ✖

Le graphique ci-dessous montre la courbe d'une fonction périodique  $f$ , définie par :

$$f(x) = a \cdot \sin(b(x - c)) + d$$

(où  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont quatre nombres réels).



En se basant sur les informations données par le graphique,

- **déterminer** l'amplitude, la période et le décalage vertical de  $f$ , puis **donner** les valeurs de  $a$ ,  $b$  et  $d$ .
- **trouver**  $f(\pi)$  et  $f(9\pi)$ .

5 marks

**Exercice 32**

Calc. : ✖

On considère la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

On rappelle que la fonction  $F$  définie par  $F(x) = \ln(x)$  est une primitive de  $f$ .

**Calculer** l'aire sous la courbe de  $f$  de  $x = 1$  à  $x = e$ .

5 marks

**Exercice 33**

Calc. : ✖

Deux frères, Jarek et Kuba, lavent la vaisselle après chaque dîner. Kuba est plus vieux et la probabilité qu'il lave la vaisselle après le dîner est de  $4/7$ .

Quand Kuba lave la vaisselle, la probabilité de casser une assiette est de  $2/100$ . Quand Jarek lave la vaisselle, cette probabilité est de  $1/100$ .

On choisit un dîner au hasard.

- Dessiner** un arbre de probabilités représentant la situation.
- Une assiette est cassée en lavant la vaisselle après le dîner choisi. **Calculer** la probabilité que Kuba ait lavé la vaisselle.

2 marks

3 marks

**Exercice 34**

Calc. : ✖

Dans une certaine classe, 60% des étudiants ont un chat, 50% des étudiants ont un chien. On sait aussi que 30% des étudiants ont à la fois un chien et un chat. On choisit un étudiant au hasard dans cette classe et on considère les deux événements suivants :

Événement A — l'étudiant a un chien,

Événement B — l'étudiant a un chat.

- Déterminer** si les événements A et B sont indépendants. **Justifier** la réponse.
- Calculer**  $P(A \cup B)$ .

2 marks

3 marks

|                                                                                                                                                                                                                                                        |         |                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------|
| <b>Exercise 35</b>                                                                                                                                                                                                                                     |         | Calc. : <span style="color: red;">✗</span> |
| Un joueur lance des fléchettes sur une cible 4 fois de suite. À chaque lancer, ce joueur atteint le mille, dans le centre de la cible, avec une probabilité de $1/4$ . La variable aléatoire $X$ indique combien de fois le joueur a atteint le mille. |         |                                            |
| a) <b>Expliquer</b> pourquoi la variable aléatoire $X$ suit une loi binomiale et <b>donner</b> ses paramètres.                                                                                                                                         | 2 marks |                                            |
| b) <b>Calculer</b> la probabilité que ce joueur atteigne le mille exactement trois fois.                                                                                                                                                               | 3 marks |                                            |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                            |   |     |     |     |     |     |     |                                            |  |                                           |   |   |   |   |   |   |   |                  |   |     |     |     |     |     |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--------------------------------------------|--|-------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|------------------|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| <b>Exercice 36</b>                                                                                                                                                                                                                                                                         |   |     |     |     |     |     |     | Calc. : <span style="color: red;">✗</span> |  |                                           |   |   |   |   |   |   |   |                  |   |     |     |     |     |     |     |
| Les données présentées dans le tableau ci-dessous décrivent la croissance d'un cactus. Ce type de plantes peut grandir jusqu'à un maximum de 5 mètres de haut.                                                                                                                             |   |     |     |     |     |     |     |                                            |  |                                           |   |   |   |   |   |   |   |                  |   |     |     |     |     |     |     |
| <table><tr><td><math>x</math> = Nombre d'années après la plantation</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td><math>y</math> = Taille (m)</td><td>0</td><td>0,6</td><td>1,3</td><td>1,7</td><td>2,2</td><td>2,5</td><td>2,9</td></tr></table> |   |     |     |     |     |     |     |                                            |  | $x$ = Nombre d'années après la plantation | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $y$ = Taille (m) | 0 | 0,6 | 1,3 | 1,7 | 2,2 | 2,5 | 2,9 |
| $x$ = Nombre d'années après la plantation                                                                                                                                                                                                                                                  | 0 | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   |                                            |  |                                           |   |   |   |   |   |   |   |                  |   |     |     |     |     |     |     |
| $y$ = Taille (m)                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0 | 0,6 | 1,3 | 1,7 | 2,2 | 2,5 | 2,9 |                                            |  |                                           |   |   |   |   |   |   |   |                  |   |     |     |     |     |     |     |
| a) <b>Dessiner</b> un nuage de points pour ces données. <b>Utiliser</b> une échelle appropriée.                                                                                                                                                                                            |   |     |     |     |     |     |     |                                            |  |                                           |   |   |   |   |   |   |   |                  |   |     |     |     |     |     |     |
| b) Sachant que ces données décrivent la croissance d'un cactus qui peut mesurer au maximum 5 mètres de haut, <b>discuter</b> quel type de modèle de régression serait le plus approprié pour décrire ces données. <b>Justifier</b> .                                                       |   |     |     |     |     |     |     |                                            |  |                                           |   |   |   |   |   |   |   |                  |   |     |     |     |     |     |     |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                            |   |     |     |     |     |     |     |                                            |  |                                           |   |   |   |   |   |   |   |                  |   |     |     |     |     |     |     |

**Exercice 37**

Calc. : ✓

Dans cette question, les parties 1, 2 et 3 sont indépendantes.

**Partie 1.**

Les montres de sport sont des montres qui peuvent se porter au poignet pendant des activités sportives. Beaucoup de gens utilisent ces montres.

Parmi ces montres de sport, le modèle Sporty est très populaire. La probabilité qu'une personne utilisant une montre de sport prise au hasard ait le modèle Sporty est de 60%.

Nous considérons un échantillon de 500 personnes prises au hasard parmi celles utilisant une montre de sport. La variable aléatoire  $X$  donne le nombre de personnes dans cet échantillon qui possèdent le modèle Sporty.



- |                                                                                                                                                     |         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| a) <b>Expliquer</b> pourquoi $X$ peut être modélisé par une loi binomiale et <b>donner</b> ses paramètres.                                          | 2 marks |
| b) <b>Calculer</b> la probabilité qu'au moins 300 personnes dans cet échantillon possèdent le modèle <u>Sporty</u> . <b>Arrondir</b> à 2 décimales. | 2 marks |
| c) <b>Déterminer</b> l'espérance du nombre de personnes ayant une montre de sport de modèle <u>Sporty</u> dans cet échantillon.                     | 2 marks |
| d) <b>Calculer</b> l'écart-type de $X$ . <b>Arrondir</b> à 3 décimales. <b>Interpréter</b> cette valeur dans le contexte.                           | 2 marks |

**Partie 2.**

La montre de sport de modèle Sporty peut donner de manière très précise l'effort fourni pendant une course si la personne donne son poids.

Une femme de 60 kg court en montée pendant 30 minutes. Ainsi, son niveau d'effort n'est pas constant. Sa puissance de course peut être modélisée par la fonction suivante :

$$P(t) = -0,05t^2 + 3t + 66, \quad \text{avec } 0 \leq t \leq 30$$

où  $t$  est en minutes et  $P(t)$  en kJ/min (kilojoules par minute).

- |                                                                                                                       |         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| e) <b>Calculer</b> à quelle puissance court cette femme quand elle démarre sa course, et 15 minutes après son départ. | 3 marks |
| f) <b>Dessiner</b> le graphique de la fonction $P$ sur l'ensemble de définition donné.                                | 3 marks |
| g) <b>Déterminer</b> à quel moment la puissance de course de cette femme est de 106 kJ/min.                           | 3 marks |

**Partie 3.**

De nombreuses personnes utilisent internet pour acheter leur montre de sport de modèle Sporty, et demandent la livraison dans une boutique qui s'appelle 'RunAway'.

Nous savons que 80% du temps, la Sporty arrive dans le délai prévu (sous quelques jours), 15% du temps elle arrive en retard (elle prend quelques semaines à arriver) et le reste du temps elle n'arrive pas du tout.

Nous savons aussi que lorsque la Sporty arrive dans le délai prévu, la probabilité que l'acheteur mette un 'J'aime' à la boutique 'RunAway' est de 0,9; quand elle arrive en retard, la probabilité que l'acheteur mette un 'J'aime' à la boutique est de 0,3; et quand elle n'arrive pas du tout, la probabilité que l'acheteur mette un 'J'aime' à la boutique est de 0,1.

On choisit au hasard un utilisateur qui a commandé une montre Sporty en ligne et qui a choisi la livraison dans cette boutique.

- |                                                                                                                                                                        |         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| h) <b>Dessiner</b> un arbre de probabilités représentant cette situation.                                                                                              | 3 marks |
| i) <b>Calculer</b> la probabilité que cet utilisateur mette un 'J'aime' à la boutique 'RunAway'.                                                                       | 2 marks |
| j) Si on sait que la personne a mis un 'J'aime' à la boutique, <b>donner</b> la probabilité que la <u>Sporty</u> qui a été commandée soit arrivée dans le délai prévu. | 3 marks |

Exercice 38

Calc. : ✓

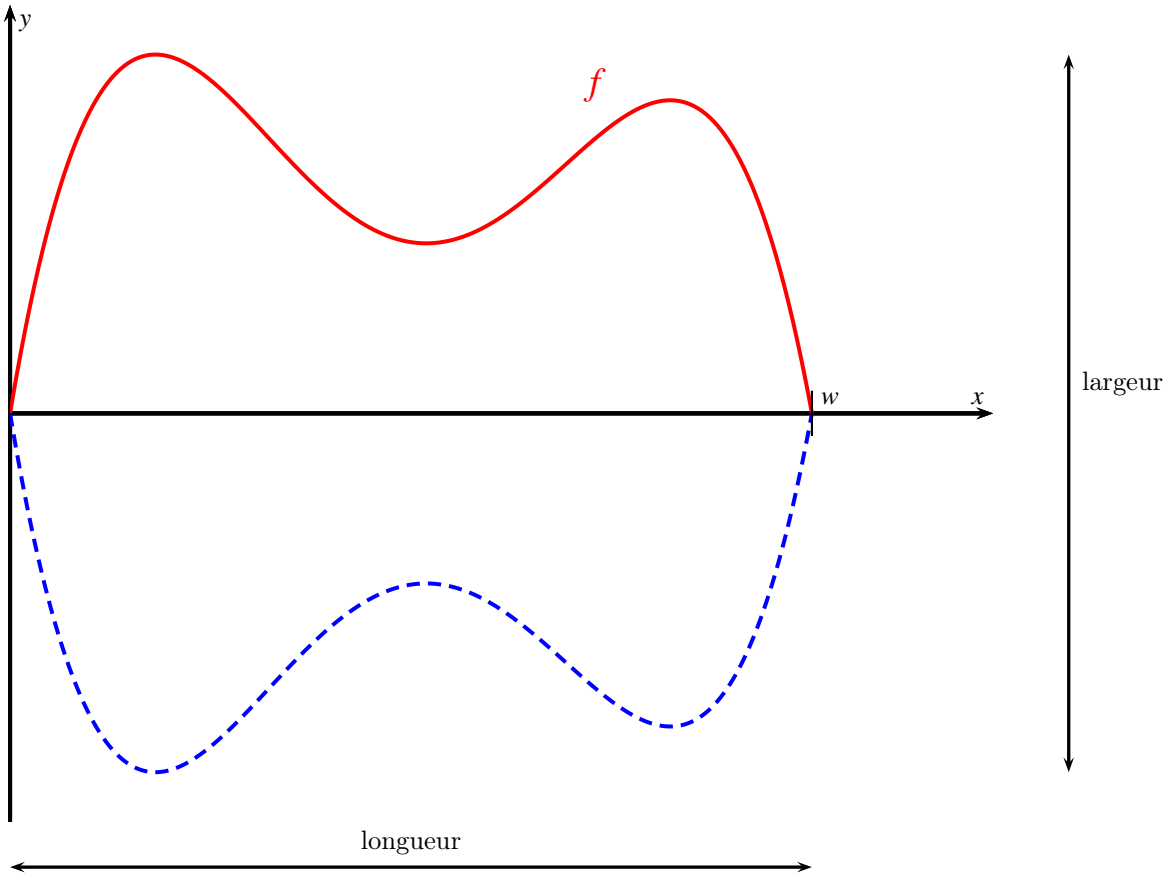
Dans cette question, les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Partie 1.

Un musicien joue de la guitare et souhaite modéliser sa forme. La caisse en bois principale peut être modélisée par l'équation suivante :

$$f(x) = -0,13x^4 + 1,4x^3 - 4,9x^2 + 6x$$

Le graphique suivant montre la courbe de  $f$  (en rouge, trait plein), ainsi que le symétrique de cette courbe, par rapport à l'axe des abscisses (en bleu, trait pointillé). Dans cette équation,  $x$  est en décimètres, et  $f(x)$  est également en décimètres. La surface entre ces deux courbes forme la caisse en bois de cette guitare.



Comme on peut le voir sur le graphique, la fonction  $f$  est en fait définie de 0 à une valeur  $w$ , qui est l'autre solution de l'équation  $f(x) = 0$ .

|                                                                                                                                                                                                                       |         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| a) <b>Déterminer</b> la valeur de $w$ , en <b>arrondissant</b> à 3 décimales. <b>Donner</b> la longueur de la caisse en bois, en centimètres.                                                                         | 2 marks |
| b) <b>Déterminer</b> la valeur maximum de $f$ , en <b>arrondissant</b> à 3 décimales. <b>Donner</b> la largeur de la caisse en bois, en centimètres.                                                                  | 2 marks |
| c) La fonction $f$ a trois points stationnaires. Dans la question b) nous avons trouvé l'un d'entre eux. <b>Donner</b> les coordonnées des deux autres points stationnaires, en <b>arrondissant</b> à deux décimales. | 4 marks |
| Avant un gros concert, notre musicien veut peindre le dos de la caisse en bois en noir. Nous voulons donc connaître l'aire de cette surface.                                                                          |         |
| d) <b>Déterminer</b> une valeur approchée de l'intégrale $\int_0^{5,3} f(x) dx$ , en <b>arrondissant</b> à 3 décimales. <b>Donner</b> l'aire qui doit être peinte, en décimètres carrés.                              | 3 marks |

**Partie 2.**

Notre musicien ouvre une page web pour son groupe de musique, et s'intéresse au nombre de personnes qui s'abonnent à sa page au cours du temps ( $x = 0$  quand la page web est créée). Le tableau ci-dessous montre le nombre d'abonnés pour les 20 premières semaines :

|                        |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x =$ Temps (semaines) | 2   | 4   | 5   | 8   | 10  | 11  | 12  | 13  | 16  | 18  |
| $y =$ Nombre d'abonnés | 275 | 240 | 180 | 300 | 380 | 350 | 250 | 350 | 440 | 400 |

- e) **Dessiner** un nuage de points pour représenter les données de ce tableau. 3 marks
- f) **Calculer** le coefficient de corrélation linéaire. **Déterminer** si un modèle affine serait approprié pour ces données. **Discuter** comment on pourrait améliorer le modèle affine en le combinant avec un autre modèle. 3 marks
- g) **Déterminer** une équation de la forme  $y = a \cdot x + b$  de la droite de régression affine de  $y$  en  $x$  en utilisant ces données. **Arrondir**  $a$  et  $b$  à une décimale. 3 marks
- Tracer** la droite de régression sur le même graphique qu'en e).

Dans les questions h) et i), utiliser le modèle affine  $f(x) = 20 \cdot x + 190$ .

- h) **Calculer** quand le nombre d'abonnés dépasserait 800. 3 marks
- i) **Expliquer** pourquoi le modèle n'est pas approprié si on l'utilise pour un grand nombre de semaines. 2 marks

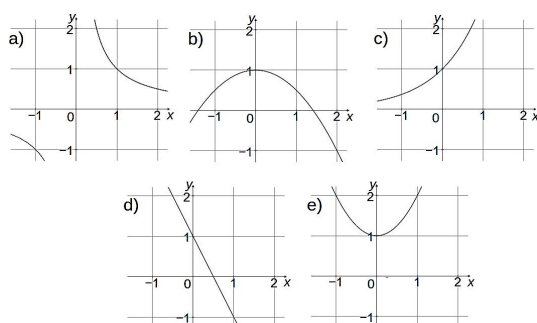
**Exercise 39**

Calc. : ✗

Given the functions  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $j$  and  $k$  defined by:

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = -2x + 1, \quad h(x) = x^2 + 1, \quad j(x) = \frac{1}{x}, \quad k(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 1$$

and their graphs shown in a different order below:



**Match** each function to its graph. No justification is required.

5 marks

**Exercise 40**

Calc. : ✗

A teacher wants to select a group of 4 students from a class of 10 to help with an event.

- a) **Calculate** the number of different groups the teacher can select. 2 marks
- b) The class consists of 4 girls and 6 boys. 3 marks
- Calculate** how many different groups of 4 the teacher can select, if the group should have 2 girls and 2 boys.

**Exercise 41**

Calc. : ✗

A company produces a new device. The monthly profit from selling these devices is modelled by the function  $P$ , defined by:

$$P(x) = -0.5x^2 + 60x - 500,$$

where  $x$  is the number of devices sold and  $P(x)$  is the monthly profit in euros.

- |                                                                                                        |         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| a) <b>Calculate</b> the company's monthly profit when they have sold 10 devices in a particular month. | 2 marks |
| b) <b>Determine</b> the number of devices to be sold monthly to maximise the monthly profit.           | 3 marks |

**Exercise 42**

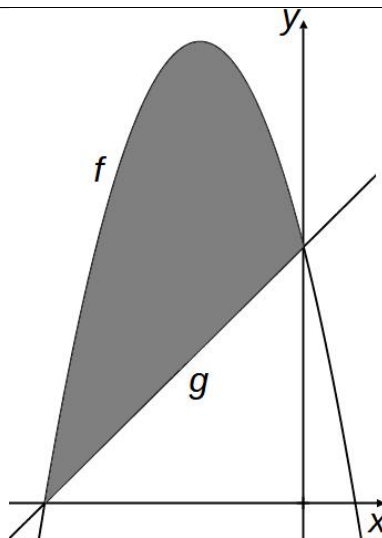
Calc. : ✗

Consider the functions  $f$  and  $g$  defined by:

$$f(x) = -x^2 - 4x + 5$$

$$g(x) = x + 5$$

The diagram shows the graphs of  $f$  and  $g$ .



- |                                                                                                                                                            |         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| a) <b>Verify</b> that the graphs of $f$ and $g$ intersect on the coordinate axes.                                                                          | 2 marks |
| b) <b>Write</b> an integral that gives the area of the shaded region.<br>You do not need to evaluate the integral, only to give an appropriate expression. | 3 marks |

**Exercise 43**

Calc. : ✗

A company conducts a survey on the mode of transport used and time taken by employees to get to work.

The results of the survey are:

- $\frac{2}{3}$  of the employees use a bicycle.
- The remaining employees use a car.
- 10% of employees who use a bicycle take longer than 30 minutes.
- 50% of employees who use a car take longer than 30 minutes.

A company employee is selected at random.

|                                                                                                 |         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| <b>Determine</b> the probability that the employee takes longer than 30 minutes to get to work. | 5 marks |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|

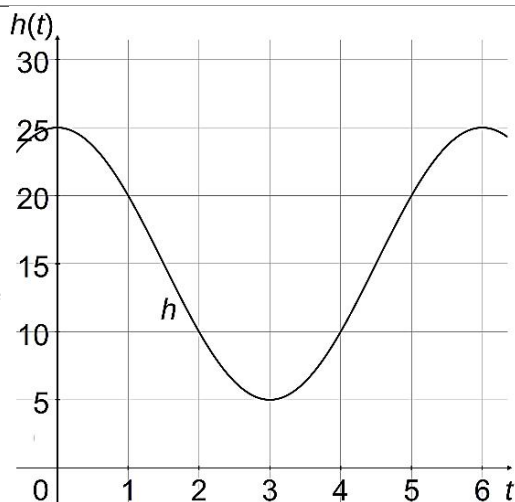
**Exercise 44**

Calc. : ✗

The height of the tip of a windmill sail is modelled by a periodic function  $h$  defined by:

$$h(t) = a \cdot \sin(b \cdot (t - 4.5)) + d,$$

where  $t$  is the time in seconds and  $h(t)$  is the height of the tip above the ground in metres. The graph of  $h$  is shown on the right.



a) **Determine** the height of the tip of the windmill sail at  $t = 9$  seconds.

2 marks

b) **Determine** the values of  $a$ ,  $b$  and  $d$ .

3 marks

**Exercise 45**

Calc. : ✗

In a city it is estimated that 1 in 10 people are allergic to gluten.

From the city, 6 people are chosen at random. Let  $X$  be the number of them who are allergic to gluten.

a) **Explain** why it is appropriate to assume that  $X$  follows a binomial distribution.

1 mark

b) **Calculate** the probability that exactly 5 of the 6 people are allergic to gluten.

2 marks

c) **Determine**, from the group of 6, the expected value of the number of people who are allergic to gluten.

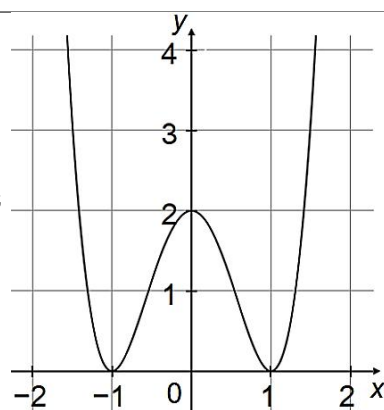
2 marks

**Exercise 46**

Calc. : ✗

The graph of a function  $f$  is shown on the right. For each of the following statements, **state** whether it is true or false.

**Justify** each response.



a)  $f'(0) = 0$

1 mark

b)  $f'(x)$  changes sign in the interval  $(0.5, 1.5)$ , i.e.  $0.5 < x < 1.5$ .

2 marks

c) The equation  $f'(x) = 1$  has only two solutions.

2 marks

**Exercise 47**

Calc. : ✗

A machine fills bottles with a contact lens cleaning product.

From a day's production, a bottle is taken at random.

Let  $V$  be the random variable which, for each bottle, represents the volume of the product in ml.

We assume that  $V$  follows the normal distribution with mean  $\mu = 250$  ml and standard deviation  $\sigma = 16$  ml.

**Determine** the probability that the selected bottle contains between 218 ml and 266 ml of the cleaning product. Illustrate your answer with a sketch of the normal distribution curve.

5 marks

**Exercise 48**

Calc. : ✖

A factory produces computer chips. A sample is taken to check the quality. The proportion of faulty chips in the sample is called  $p$ .

The sample is used to test the hypothesis  $H_0 : p = 0.08$ .

The alternative hypothesis is given by  $H_1 : p > 0.08$

If the null hypothesis is rejected, the chips will be sent back to the factory.

If the null hypothesis is not rejected, the chips will be used.

a) **Describe** the type 1 and type 2 errors in this situation.

2 marks

b) The significance level for this test is set at 2.5%.

The  $p$ -value of the test is 0.034.

**Explain** what will happen to the computer chips.

3 marks

**Exercise 49**

Calc. : ✓

**Part 1**

A company launched an online service in 2020, and has seen rapid growth in the number of subscribers each year. The company believes that the growth follows an exponential model  $S$  given by:

$$S(t) = 5000 \cdot e^{0.3 \cdot t},$$

where  $S(t)$  is the number of subscribers  $t$  years after 2020.

- |                                                                                                                 |         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| a) <b>Write down</b> the number of subscribers the company had in 2020.                                         | 1 mark  |
| b) <b>Estimate</b> the number of subscribers there will be in 2025.                                             | 1 mark  |
| c) <b>Determine</b> the annual growth rate as a percentage.                                                     | 2 marks |
| d) The company aims to reach 100 000 subscribers. <b>Determine</b> in which year this is likely to be achieved. | 2 marks |

**Part 2**

The same company has been tracking its annual advertising spending and corresponding revenue for several years. The data are given in the table:

| Year | Advertising Spending, $x$ ,<br>in thousands of euros | Revenue, $y$ ,<br>in thousands of euros |
|------|------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 2020 | 20.5                                                 | 149.8                                   |
| 2021 | 25.3                                                 | 181.7                                   |
| 2022 | 30.2                                                 | 200.5                                   |
| 2023 | 35.4                                                 | 239.3                                   |
| 2024 | 40.1                                                 | 261.4                                   |

- |                                                                                                                                                                                                       |         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| e) <b>Represent</b> the above data on a scatter diagram.                                                                                                                                              | 2 marks |
| f) <b>Determine</b> the equation of the regression line for the data, in the form $y = mx + p$ , with $m$ and $p$ rounded to two decimal places. <b>Draw</b> the regression line on the same diagram. | 3 marks |
| g) <b>Interpret</b> the value of the correlation coefficient $r$ .                                                                                                                                    | 2 marks |
| h) Using the model $y = 5.7x + 33.8$ , <b>estimate</b> the revenue if the company spends 50 thousand euros on advertising.                                                                            | 2 marks |
| i) <b>Interpret</b> in context the values 5.7 and 33.8.                                                                                                                                               | 3 marks |

**Part 3**

The company observes that the number of customer orders each month follows a normal distribution with mean  $\mu = 1200$  orders and standard deviation  $\sigma = 150$  orders.

- |                                                                                                                                    |         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| j) <b>Determine</b> the probability that in a given month the company will receive between 1000 and 1350 orders.                   | 2 marks |
| k) <b>Determine</b> the probability that the company will receive more than 1300 orders in a given month.                          | 2 marks |
| l) In an advertisement, the company claims that it has at least 800 orders each month. <b>Examine</b> whether this claim is valid. | 3 marks |

**Exercise 50**

Calc. : ✓

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| <b>Part 1</b><br>Yoghurts are often considered part of a healthy diet. Unfortunately, not all yoghurts are healthy, because flavouring may have harmful additives.<br>A wholesaler buys yoghurts from two suppliers: 80% from supplier A and 20% from supplier B. 10% of yoghurts from supplier A have flavouring and 20% of those from supplier B also have flavouring.<br>For the following parts a), b) and c), a yoghurt is chosen at random from the wholesaler's stock. |         |
| a) <b>Determine</b> the probability that the yoghurt comes from supplier B and has flavouring.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 2 marks |
| b) <b>Show</b> that the probability that the yoghurt has no flavouring is 0.88.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 3 marks |
| c) Given that the yoghurt has flavouring, <b>determine</b> the probability that it comes from supplier B.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 2 marks |
| d) The wholesaler has a large stock and sells packages of 10 yoghurts selected at random.<br><b>Determine</b> the probability that all 10 yoghurts in a package chosen at random have no flavouring.                                                                                                                                                                                                                                                                          | 3 marks |

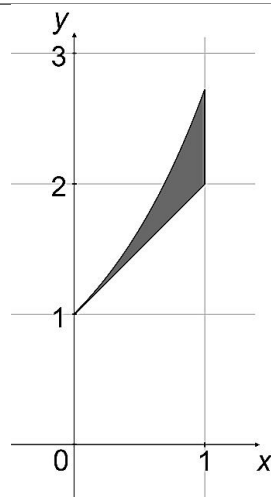
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| <b>Part 2</b><br>Milk is important for our health because it provides us with nutrients such as protein. A cow produces milk for approximately 10 months after giving birth. Milk production in litres per day from a cow of a certain breed is modelled by the function $f$ defined by: $f(t) = -0.00068t^2 + 0.1831t + 24, \quad 0 \leq t \leq 300,$ where $t$ is the time in days after the cow gives birth. |         |
| e) <b>Determine</b> $f'(200)$ . <b>Interpret</b> its meaning in context.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 3 marks |
| f) <b>Examine</b> whether milk production of 40 litres per day is possible for this cow.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 2 marks |
| g) <b>Determine</b> for how many days milk production exceeds 30 litres per day for this cow.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 4 marks |

**Part 3**

A yoghurt production company has a symbol designed by enclosing a region, shaded in the diagram, between the graphs of the functions  $g$  and  $h$  and the line  $x = 1$ , where:

$$g(x) = e^x$$

$$h(x) = x + 1.$$



- h) **Show** that the graphs of the functions  $g$  and  $h$  intersect on the  $y$ -axis.

1 mark

One unit on the graph represents 1 metre.

- i) **Calculate** in metres the perimeter of the region shaded in the diagram.

3 marks

**Give** your answer correct to 2 decimal places.

You may use the formula for the arc length  $L$  along a graph of  $f$  from  $x = a$  to  $x = b$ :

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx.$$

- j) **Determine** the area of the region shaded in the diagram in square metres. **Give** your answer correct to 2 decimal places.

2 marks