

Exercise 1

Calc. : ✓

Une urne contient des jetons bleus, des jetons blancs et des jetons rouges.

10 % des jetons sont bleus et il y a trois fois plus de jetons blancs que de jetons bleus.

Un joueur tire un jeton au hasard.

- S'il est rouge, il remporte le gain de base.
- S'il est blanc, il remporte le carré du gain de base.
- S'il est bleu, il perd le cube du gain de base.

1. On suppose que le gain de base est 2 euros.

- (a) Déterminer la loi de probabilité sur l'ensemble des résultats possibles.
- (b) Calculer le gain moyen que l'on peut espérer réaliser sur un grand nombre de tirages.

2. On cherche à déterminer la valeur g_0 du gain de base, telle que le gain moyen réalisé sur un grand nombre de tirages soit maximal. Le résultat sera arrondi au centime d'euro.

Soit x le gain de base en euros.

- (a) Montrer que le problème posé revient à étudier les éventuels extremums de la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = -0,1x^3 + 0,3x^2 + 0,6x$$

- (b) On désigne par f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$. Déterminer $f'(x)$.
- (c) En déduire le sens de variation de f sur $[0 ; +\infty[$.
- (d) Conclure sur le problème posé.