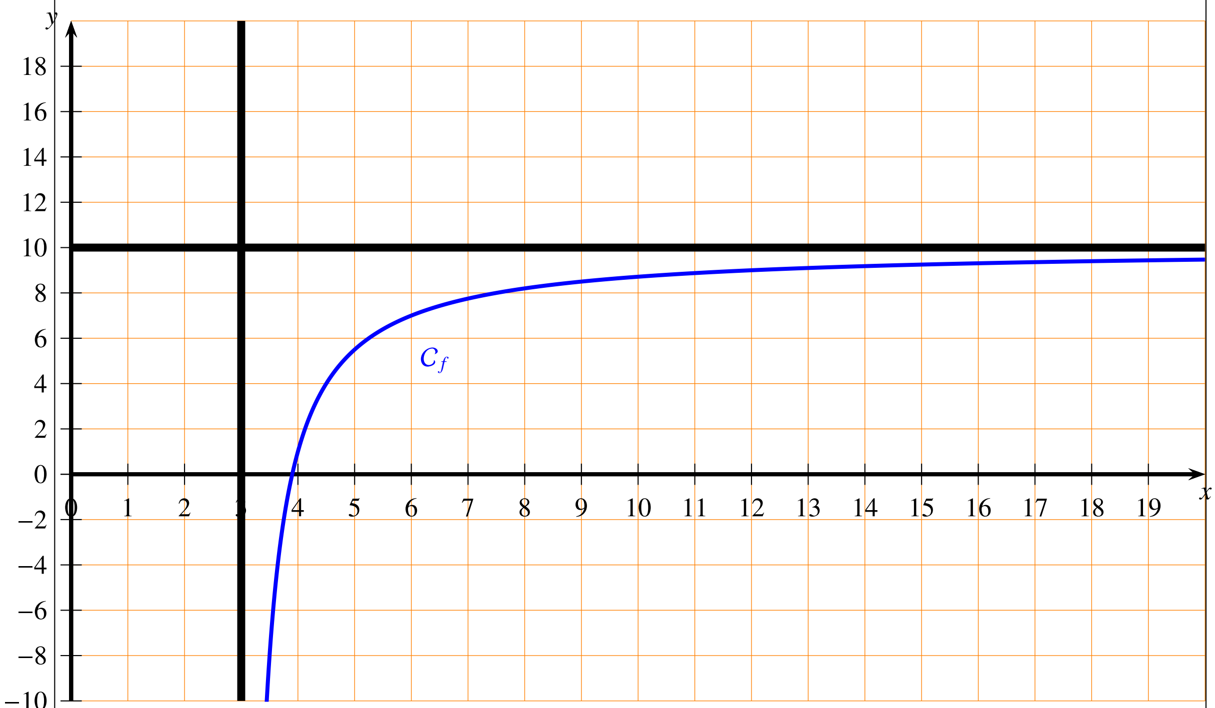
Exercise 1 Calc. : ✗

On donne ci-dessous en bleu la courbe C_f d'une fonction f définie sur $]3;+\infty[$, et croissante sur cet intervalle. On a tracé avec un trait épais les deux asymptotes à C_f.



4 marks — 1. Donner les équations des deux asymptotes à C_f.

3 marks — 2. Combien vaut $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$? Expliquer à quoi correspond cette valeur.

Exercise 2 Calc. : ✗

8) Funkcja $f(x) = 2x^4 + ax^2 - 6x + 1$ ma ekstremum lokalne dla $x = 2$. Oblicz a. — 3 pkt

Exercise 3 Calc. : ✗

5 marks

Let f and g be two functions defined by:

$$f(x) = a + e^{-x+1} \qquad g(x) = \frac{b \cdot x + 2}{x - 1}$$

where a and b are real numbers.
Find the values of a and b such that f and g have the following properties:

- f and g have the same limit in $+\infty$.
- The graphs of functions f and g intercept in a point with abscissa 2.

Exercise 4 Calc. : ✓

Badano wzrost pewnej roliny A przez kilka miesicy. W czasie bada stwierdzono, e jej wysoko moe by opisana za pomoc funkcji h danej wzorem:

$$h(t) = \frac{2\mathrm{e}^t}{\mathrm{e}^t + 9}, \quad t \geq 0,$$

gdzie t to czas w miesicach po rozpoczciu obserwacji, a $h(t)$ to wysoko roliny w metrach.

5 marks

1. Oblicz wysoko roliny na pocztku obserwacji i ile centymetrów urosa w czasie pierwszego miesica obserwacji.

3 marks

2. Oblicz kiedy rolina osignie 1,5 metra wysokoci.

4 marks

3. Naszkicuj wykres tej funkcji dla $0 \leq t \leq 10$.

2 marks

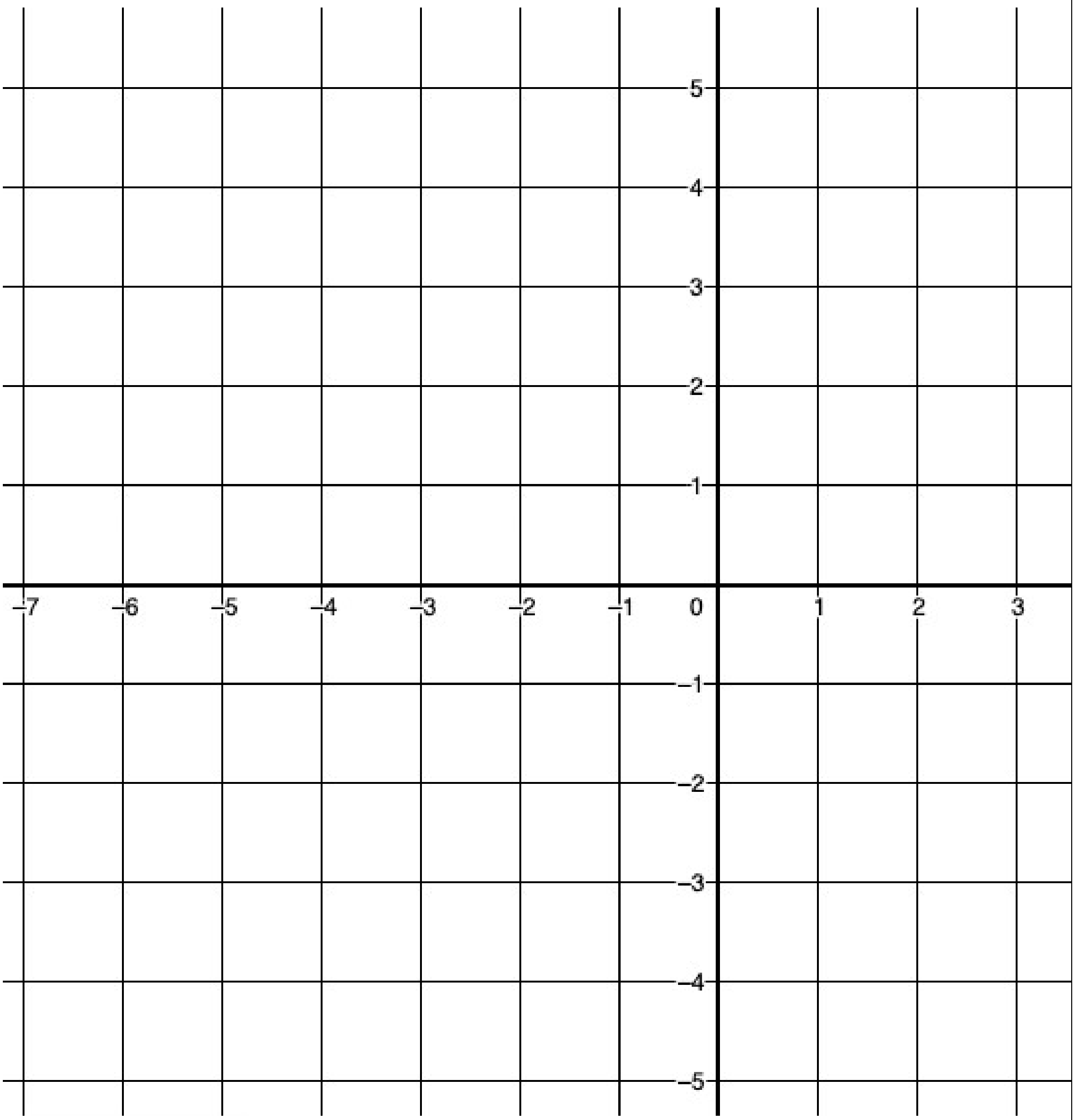
4. Jakiej wysokoci nie przekroczy rolina A?

Exercise 5 Calc. : ✗

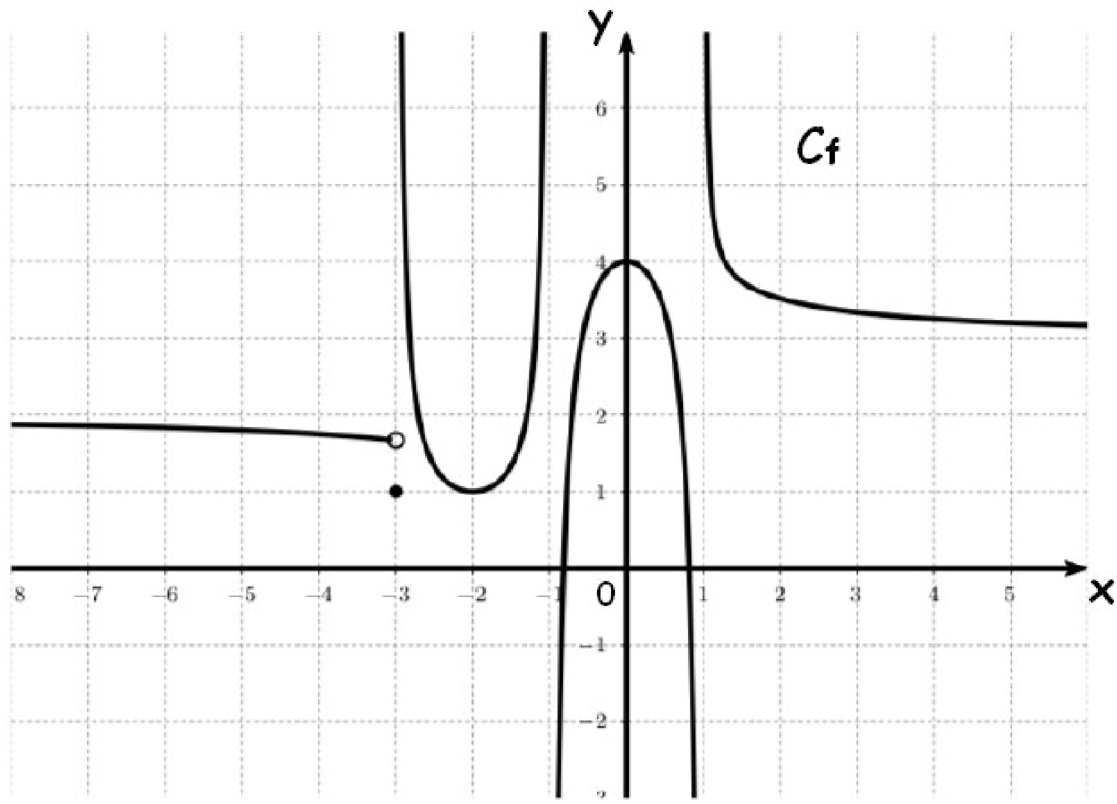
8 marks

Esquisser le graphique d'une fonction qui vérifie toutes les conditions suivantes :

- Dom f $=]-\infty;2[$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$
- $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x) = 3$
- $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x) = -1$
- $f(-1) = 2$ et une racine (zéro) en $x = 0$
- Un maximum au point de coordonnées $(1;3)$.
- $\lim\limits_{x\to2^-} f(x) = -\infty$



Exercise 6 Calc. : ✓

	Voici le graphique d'une fonction f : 
2 marks	1. Déterminer sous forme d'intervalle le domaine de définition de la fonction f.
8 marks	2. Déterminer les limites suivantes :
	(a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ (c) $\lim\limits_{x\to-3^-} f(x)$ (e) $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)$ (g) $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$
	(b) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (d) $\lim\limits_{x\to-3^+} f(x)$ (f) $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$ (h) $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$

Exercise 7 Calc. : ✓

1. Calculer les limites suivantes :

1 mark (a) $\lim\limits_{x\to 1^-}\left(\dfrac{-3}{(x-1)^2}+\sqrt{1-x}\right)$

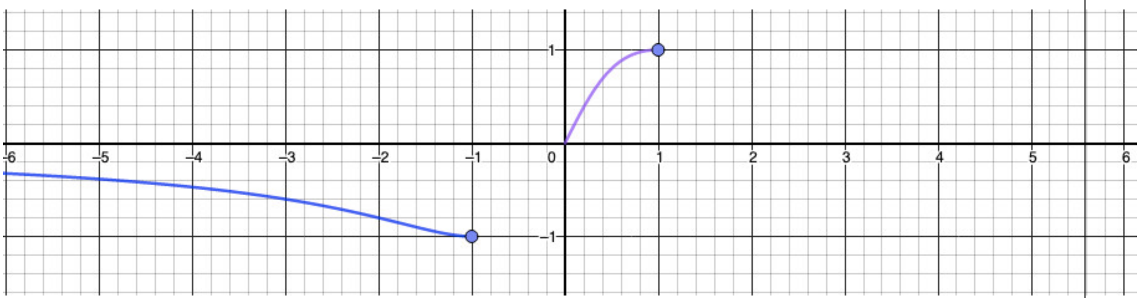
1 mark (b) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\dfrac{-3}{(x-1)^2}+\sqrt{1-x}\right)$

1 mark (c) $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(-x^2+5x-\dfrac{2}{x}\right)$

1 mark (d) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1+x}{2x}$

2. Une partie de la courbe représentant la fonction f a été tracée ci-dessous.

1 mark (a) Complète le graphique sachant que la fonction f est définie et paire sur $]-\infty;\infty[$.



1 mark (b) Donner sous forme d'intervalle le domaine image de la fonction f.

Exercise 8 Calc. : ✓

Consider the function $g(x) = \dfrac{ax-5}{-3x+1}$ and its graph G.

2 marks 1. What is the domain of function g?

2 marks 2. Give the equation of the vertical asymptote to G.

2 marks 3. $y=-2$ is an asymptote to G. Determine the value of a.

2 marks 4. What is the range of function g?

2 marks 5. Find the coordinates of the intersections points of G with the x andy axis.

2 marks 6. Find the intersection points between G and the line $y=x+1$.

Exercise 9 Calc. : ✓

Professor Fry, a famous biologist, conducted a study on the population of viper snakes on an island of the coast of Brazil known as Snake Island.
When the study began, the population of this endangered species was 4 000 individuals. The study indicated that the population was **decreasing** by 5% each year due to competition for resources.

3 marks — 1. Write a formula for the population in year n (u_n). Justify.

1.5 marks — 2. **Copy and complete** the table:

Beginning of year	1	2	3	4
Population	4000			

1.5 marks — 3. What will the population be at the beginning of year 10?

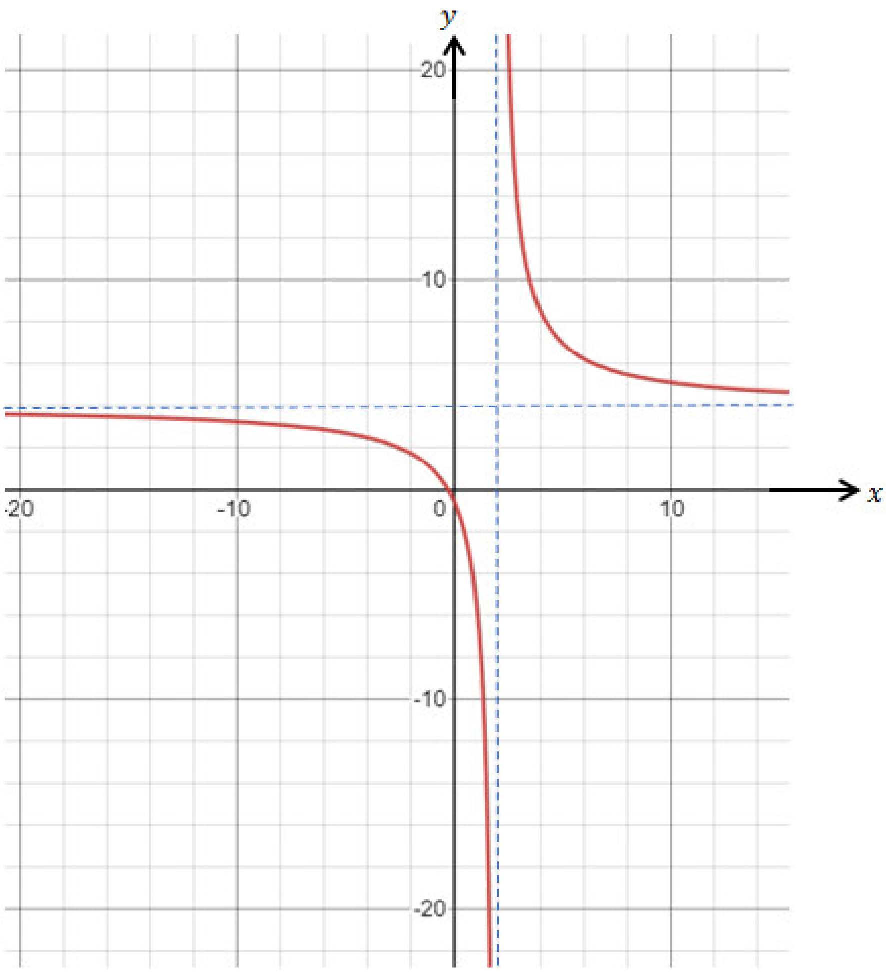
2 marks — 4. When was the initial population halved?

After 15 years the trend was reversed and the population started increasing following the formula
$P(n) = 500 + \dfrac{4\ 000}{2 + (0.7)^n}$ (n is the number of years from year 15 onwards)

2 marks — 5. Due to the limited amount of resources, the island can only sustain the life of 2 800 individuals. Is this population growth sustainable? **Justify your answer**.

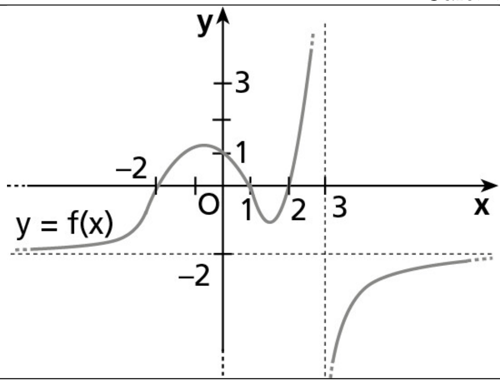
Exercise 10 Calc. : ✗

	The diagram below shows the graph of the function $f(x) = \dfrac{ax+b}{x+c}$. The dotted blue lines represent the asymptotes. The graph passes through the point $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$.
2 marks	1. Give the equation of the vertical asymptote.
2 marks	2. State the domain of the function.
2 marks	3. Find value of c.
2 marks	4. Give the equation of the horizontal asymptote.
2 marks	5. State the range of the function.
2 marks	6. Find value of a.
2 marks	7. A student says that the value of b is 1. Are they correct? You must justify your answer.



Exercise 11 Calc. : ✗

Osserva il grafico della figura che rappresenta una funzione $f(x)$;



4 marks	1. determina il dominio e l'insieme immagine;
2 marks	2. individua gli zeri di $f(x)$;
3 marks	3. determina, se possibile, $f(0)$, $f(2)$, $f(3)$;
3 marks	4. individua gli intervalli in cui $f(x)$ è negativa;
3 marks	5. scrivi le equazioni degli asintoti.

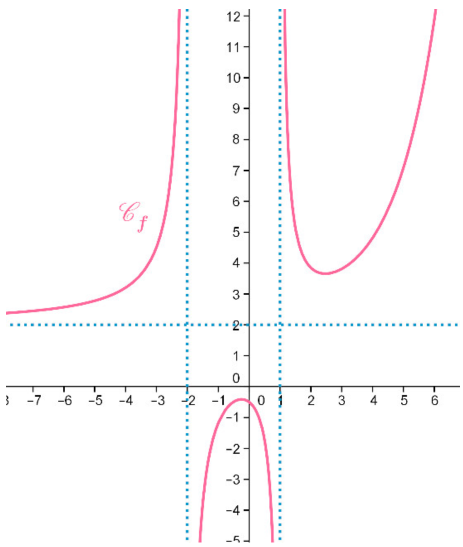
Exercise 12 Calc. : ✓

On lance n fois de suite un dé bien équilibré à 6 faces.

1. Quelle est en fonction de n la probabilité d'obtenir un SIX au moins une fois ?
2. Quelle est la limite de cette probabilité quand n tend vers $+\infty$?
3. Quelle est le nombre minimal de lancers pour que cette probabilité soit supérieure à $0,9$?

Exercise 13 Calc. : ✗

9 marks — Soit le graphique d'une fonction f.



1. Calculer les limites suivantes :

$\lim_{x\to+\infty} f(x)$ $\lim_{x\to2^-} f(x)$ $\lim_{x\to1^-} f(x)$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim_{x\to2^+} f(x)$ $\lim_{x\to1^+} f(x)$

2. En déduire les équations des asymptotes de f.

Exercise 14 Calc. : ✗

A cake is taken out of an oven and cools down in a kitchen which has an ambient temperature of 24řC. The temperature, T, of the cake, in degrees Celsius, t minutes after it has been taken out of the oven can be modelled as:

$$T(t) = 24 + 200 \cdot e^{\ln(0.5)\cdot t}$$

1 mark a) **Calculate** the temperature of the cake immediately after it was taken out of the oven.

2 marks b) **Calculate** the temperature of the cake 2 minutes after it was taken out of the oven.

2 marks c) **Determine** the temperature of the cake in the long run, **justifiying** your answer.

Exercise 15 Calc. : ✗

On est en train de vider une piscine et le volume d'eau qui reste peut être modélisé par la fonction V donnée par

$$V(t) = 5\ 000 \cdot 0,60^t, \qquad t \geq 0,$$

où le temps t est mesuré en heures et $V(t)$, mesuré en litres, est le volume d'eau restant à l'instant t.
La vidange de la piscine commence à l'instant $t = 0$.

2 marks a) **Déterminer** le volume d'eau dans la piscine au départ et après 1 heure.

2 marks b) **Calculer** en pourcentage le taux auquel le volume d'eau diminue par heure.

1 mark c) **Expliquer** ce que le modèle nous révèle à propos du volume d'eau restant après un temps très long.

Exercise 16 Calc. : ✗

Let f be the function defined by: $f(x) = \ln(x)$.

1 mark a) **Give** the domain of f.

1 mark b) **Give** the limit of f when x approaches $+\infty$.

1.5 marks c) **Determine** any intervals over which f is increasing or decreasing.

1.5 marks d) **Give** the inverse function of $f(x)$.

Exercise 17 Calc. : ✗

5 marks

Un appartement est proposé à la location. Le propriétaire propose deux manières de calculer le loyer :
Choix A: Le montant du loyer est de 1 000 au départ, et augmente de 25 chaque année.
Choix B : Le montant du loyer est de 1 000 au départ, et augmente de 2% par an.

a) Calculer le montant du loyer la deuxième et la troisième année pour l'option A.

b) Calculer le montant du loyer la deuxième et la troisième année pour l'option B.

c) Modéliser par une fonction $f(x)$, le montant du loyer mensuel pour le choix A en fonction des années x.

d) Modéliser par une fonction $g(x)$, le montant du loyer mensuel pour le choix B en fonction des années x.

e) Expliquer quel choix vous feriez à long terme.