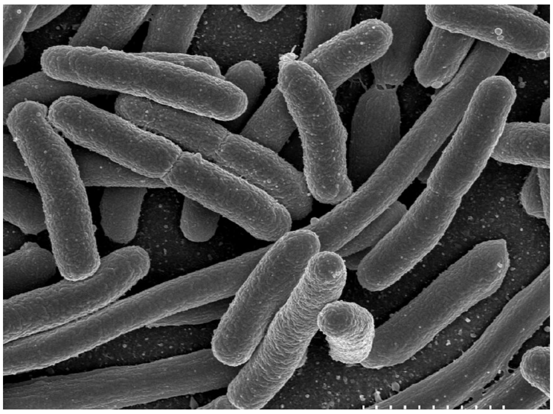
Exercise 1 Calc. : ✓



Les bactéries E.coli se trouvent généralement dans la partie inférieure de l'intestin des humains et d'autres organismes à sang chaud. Elles se reproduisent à une vitesse de 3,5% par minute. Les scientifiques observent une colonie de 100 000 bactéries au début de l'expérience.

a) **Modélisez** la croissance de la bactérie E. coli sous la forme $f(t) = a \cdot b^t$. — 2 marks

où $f(t)$ représente le nombre de bactéries à un certain moment t, et t représente le temps en minutes.

Bifidobacterium est la bactérie la plus courante dans le microbiome intestinal des nourrissons. Certaines bifidobactéries sont utilisées comme probiotiques. Nous savons, grâce à des études antérieures, qu'une colonie de bifidobactéries se développe selon le modèle suivant :

$$g(t) = 200\,000 \cdot 1,05^t$$

$g(t)$ représente le nombre de bactéries à un certain moment t.
t représente le temps en minutes.

b) i. **Calculez** le nombre de bifidobactéries à $t = 0$ et $t = 30$ à l'unité près. — 4 marks

ii. **Recopiez** et **complétez** ce tableau puis **tracez** le graphique g pour $0 \leq t \leq 5$ dans un système de coordonnées approprié. — 4 marks

t	0	1	2	3	4	5
$g(t)$						

iii. La solution nutritive de l'expérience ne peut accueillir que 10 millions de bactéries.
Calculez le moment où la colonie atteint ce nombre. On donnera la réponse arrondie à la minute prés. — 2 marks

iv. **Calculez** le taux de croissance $g'(10)$ arrondi à l'entier près et **interprétez** le résultat dans le contexte de l'exercice. — 3 marks

La maladie bactérienne des taches fruitières de la tomate est causée par la bactérie Xanthomonas vesicatoria.
L'infection provoque des taches brunes sur les feuilles et les fruits et peut entraîner des pertes de rendement importantes.
Nous savons par expérience que 2,5% de tous les plants de tomates sont infectés par la bactérie.
Un agriculteur possède un petit champ avec 500 plants de tomates.

c) i. **Indiquez** combien de plants infectés il faut s'attendre à trouver.	2 marks
ii. **Calculez** la probabilité que 2% des plants de tomates soient infectés.	2 marks
iii. **Calculez** la probabilité qu'entre 10 et 20 plants (les deux nombres inclus) soient infectés.	3 marks

Exercise 2 Calc. : ✓

La municipalité de Mickey-ville évalue les données relatives aux excès de vitesse sur les routes locales par rapport au nombre de panneaux radar pédagogique installés. Le tableau suivant indique le nombre de panneaux installés et d'amendes pour excès de vitesse au cours des six dernières années :

nombre de panneaux radar pédagogique (X) 	2	3	6	10	12	13
nombre d'amendes pour excès de vitesse (Y)	425	406	375	320	292	275

a) **Représentez** les données du tableau dans une nuage de points. En abscisse utilisez 1 cm pour un panneau et en ordonnée 1 cm pour 20 amendes en commençant l'échelle à partir de 180. — 3 marks

b) **Calculez** la moyenne arithmétique X_m du nombre de panneaux sur les six années. Arrondissez à $0,1$ près. — 2 marks

c) **Calculez** la moyenne arithmétique Y_m du nombre d'amendes. Arrondissez à $0,1$ près. — 2 marks

d) **Dessinez** le point central $G(X_m, Y_m)$ sur le graphique. — 1 mark

e) **Donnez** σX et σY arrondis à $0,1$ près. — 2 marks

f) **Calculez** le coefficient de corrélation linéaire et **discutez** si l'ajustement affine est correct ou non. — 2 marks

g) **Déterminez** l'équation de la droite $y = a \cdot x + b$ correspondant à un ajustement affine en utilisant la méthode des moindres carrés. Arrondissez a et b à $0,01$ près. — 2 marks

h) En utilisant l'équation de la droite $y = -13x + 450$, **estimez** le nombre d'amendes s'il y avait 15 panneaux. — 2 marks

i) Le bénéfice de l'entreprise de panneaux radar pédagogique est représenté par la fonction $B(x) = \frac{x^3}{3} - 16x^2 + 220x$, pour $0 \leq x \leq 18$ lorsqu'elle produit x centaines d'objets.

  i. Quel est le bénéfice pour 900 radars vendus ? — 2 marks

  ii. Combien de radars doit-on vendre pour avoir un bénéfice de 800 ? — 2 marks

  iii. Quel est le bénéfice maximal ? — 2 marks

  iv. Quelle est la quantité de radar correspondant à ce bénéfice maximal ? — 2 marks

j) Une usine produit des radars.

Chaque radar peut avoir deux défauts que l'on appelle défaut a et défaut b.

On prélève un radar au hasard.

On note A l'évènement ń le radar a le défaut a ż et B l'évènement ń le radar a le défaut b ż.

On admet que ces deux évènements sont **indépendants** et que leurs probabilités sont $P(\text{A}) = 0,02$ et $P(\text{B}) = 0,01$.

Un radar est défectueux lorsqu'il a au moins l'un de deux défauts.

  i. **Calculez** la probabilité que le radar ne soit pas défectueux. — 2 marks

  ii. Sachant que le radar prélevé est défectueux, **calculez** la probabilité qu'il ait les deux défauts. — 2 marks