

**Exercice 1**

Calc. : ✖

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

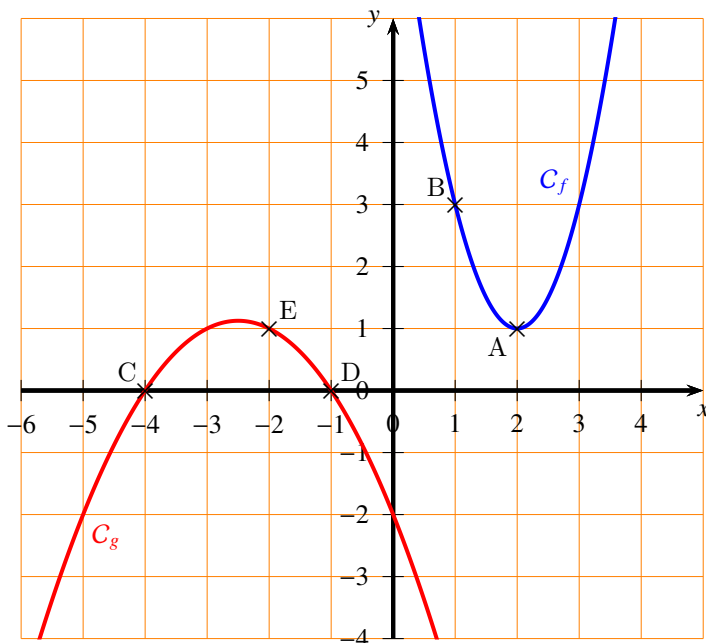
5 marks

- (a)  $6x^2 + x - 1 = 0$
- (b)  $-2x^2 + 4x - 5 = 0$
- (c)  $(x - 1)^2 - 1 = 0$

2. Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions polynomiales de degré 2 de la forme  $ax^2 + bx + c$  dont les courbes sont données ci-dessous ( $C_f$  pour  $f$  et  $C_g$  pour  $g$ ).

7 marks

- (a) Déterminer, pour chaque courbe, le signe de  $a$  et le signe du discriminant  $\Delta$ .
- (b) Déterminer une expression de  $f(x)$  et une expression de  $g(x)$  en justifiant vos raisonnements. (On donnera, au choix, l'une des trois formes suivantes : la forme canonique, factorisée ou développée.)



Remarque : les points A, B, C, D et E sont tous sur le quadrillage, les points A et B sont sur  $C_f$ , et les points C, D et E sont sur  $C_g$ .

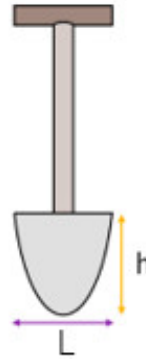
**Exercice 2**

Calc. : ✓

Nous souhaitons modéliser le contour arrondi de la partie plate de la pelle ci-contre par une fonction  $f$  du second degré

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

On sait que la largeur  $L$  de cette partie plate est 20 cm plus petite que sa hauteur  $h$  et que le carré de la largeur fait 18 fois la hauteur.



1. On admet que l'énoncé peut être traduit en l'équation suivante :

$$h^2 - 40h + 400 = 18h$$

(a) Résoudre cette équation.

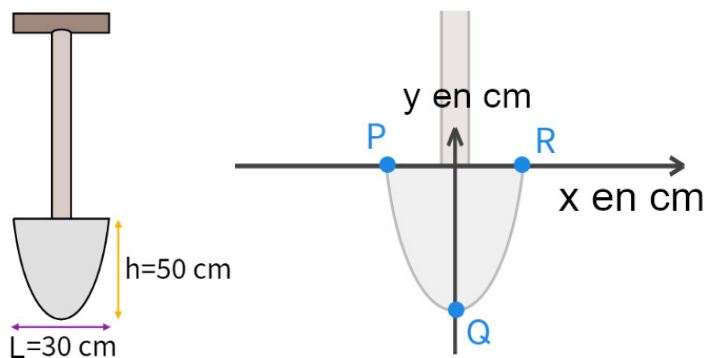
4 marks

(b) Parmi les deux solutions trouvées à la question précédente, une seule peut correspondre à la hauteur  $h$  cherchée. Laquelle et pourquoi ?

2 marks

2. En utilisant les informations des figures suivantes, donner les coordonnées des points P et Q :

2 marks



3. À l'aide des coordonnées du sommet de la parabole, déterminer une expression de la forme canonique de  $f$  (cette expression fera encore apparaître  $a$ ).

2 marks

4. En utilisant le fait que R est sur la courbe de  $f$ , calculer  $a$  et exprimer le résultat sous forme fractionnaire.

4 marks

5. Dédurre des questions précédentes une expression de  $f(x)$ .

2 marks

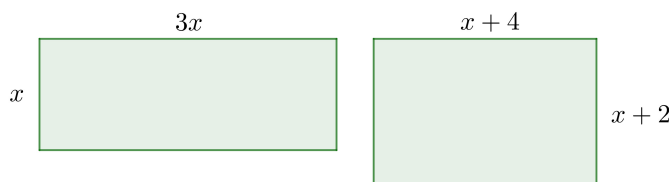
**Exercice 3**

Calc. : ✗

Voici un schéma de deux rectangles, qui n'est pas réalisé à l'échelle.

Déterminer la valeur de  $x$  telle que les deux rectangles aient la même aire.

5 marks



**Exercice 4**

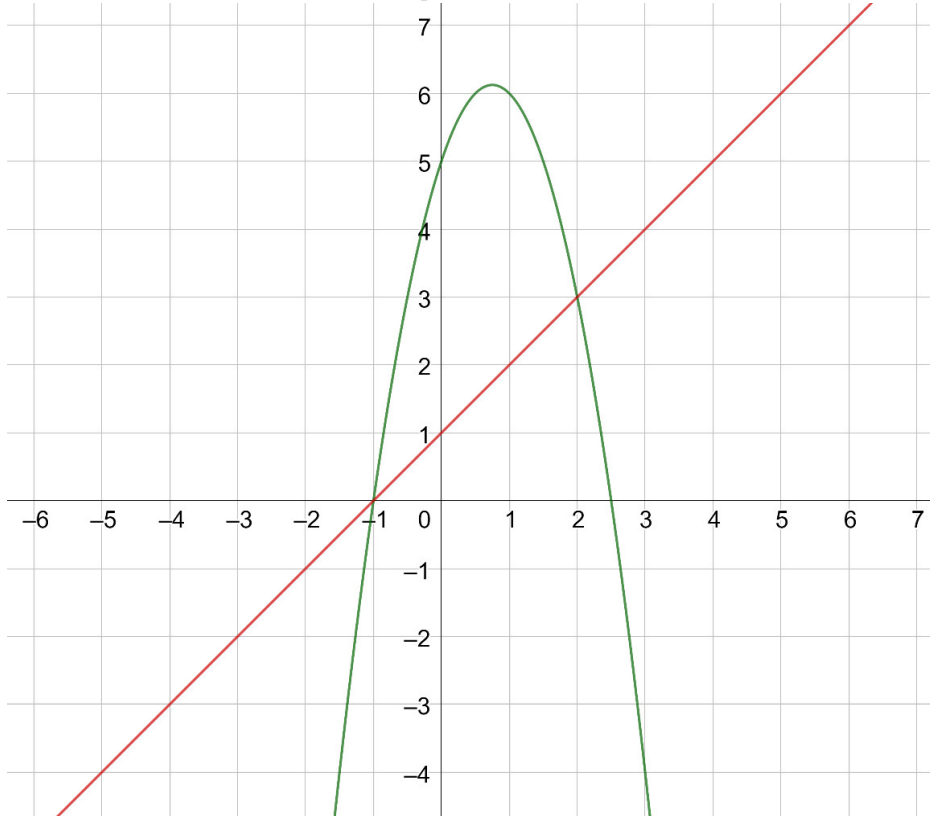
Calc. : ✓

25 marks

On considère deux fonctions  $f$  et  $g$  définies respectivement par :

$$f(x) = -2x^2 + 3x + 5 \text{ et } g(x) = x + 1.$$

On a tracé ci-dessous les courbes représentatives de ces deux fonctions.



1. Indiquer quelle courbe correspond à quelle fonction.
2. (a) Justifier que  $f(x) = -2(x - 0,75)^2 + 6,125$ .  
(b) Donner les coordonnées du sommet de la courbe de la fonction  $f$ .  
(c) Donner une équation de l'axe de symétrie de cette courbe.
3. Déterminer, en détaillant les calculs, les zéros de la fonction  $f$ .
4. Donner l'ensemble des solutions de l'équation  $f(x) \geq 0$ .
5. (a) Lire graphiquement les coordonnées des points d'intersection des courbes de  $f$  et  $g$ .  
(b) Retrouver ces résultats par le calcul.

**Exercice 5**

Calc. : ✗

5 marks

Résoudre l'équation suivante :

$$4x^4 - 13x^2 + 10 = 1$$

**Exercice 6**

Calc. : ✗

5 marks

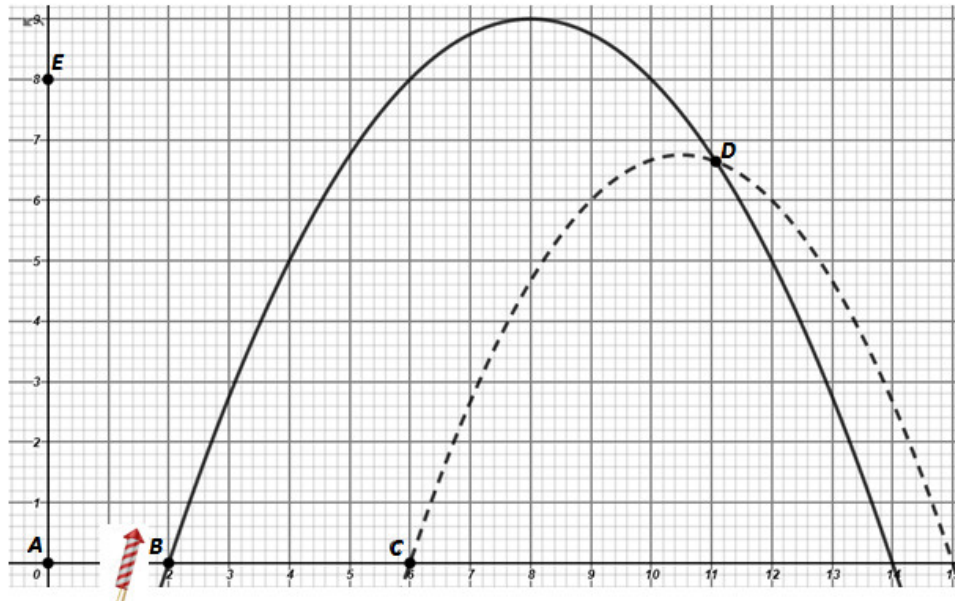
On donne la fonction  $f(x) = 2x^2 + 6x - 5$  et la droite  $D$  d'équation  $D : y = mx - 7$ .

Déterminer les valeurs possibles de la pente  $m$  de la droite  $D$  pour qu'elle soit tangente à la parabole  $F$ .

**Exercice 7**

Calc. : ✓

Une fusée de feu d'artifice  $F_1$  est tirée depuis un point  $B$  au sol, située à 2 m du point  $A$  de coordonnées  $(0, 0)$  (voir schéma). On note  $y$  la hauteur atteinte par la fusée (en mètres) et  $x$  la distance au sol depuis le point  $A$ .



1. Utiliser les informations données dans le graphique pour déterminer la trajectoire de la fusée  $F_1$  en exprimant  $y$  en fonction de  $x$  (indiquer votre démarche et tous les calculs). 4 marks

On supposera dans ce qui suit que cette trajectoire  $F_1$  est :  $y = \frac{-x^2}{4} + 4x - 7$ .

2. Une fusée  $F_2$  est tirée depuis le point  $C$ , situé à 6 m de  $A$ , et son équation est  $y = \frac{-x^2}{3} + 7x - 30$ . Déterminer, pour les deux fusées, la hauteur maximale qu'elles vont atteindre ainsi que la portée de chaque tir (indiquer les calculs). 4 marks

3. À quelle distance du point  $A$  les deux trajectoires se croisent-elles (coordonnée  $x$  du point  $D$ ) ? 4 marks

4. Un oiseau se trouve à 8 m du sol, par rapport au point  $A$  (point  $E$ ). Il prend son envol et part suivant une trajectoire rectiligne pour se poser au sol à 36 m du point  $A$ . Déterminer l'équation de cette trajectoire rectiligne, tracez-la sur le graphe et déterminer graphiquement les coordonnées du point où il croise la trajectoire de la fusée  $F_2$ . 4 marks

5. Une troisième fusée est tirée avec une vitesse horizontale  $v_x$  de 20 m/s depuis une hauteur de 10 m (toujours par rapport au point  $A$ ). Établir l'équation de sa trajectoire  $y$  en fonction de  $x$  (on prendra  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ). Indiquer tous vos calculs. 3 marks

On supposera dans ce qui suit que cette trajectoire est :  $y = 10 - \frac{x^2}{80}$

6. Un spectateur se trouve au sol à 26 m du point  $A$  et mesure 1,8 m. Sera-t-il touché par la fusée  $F_3$  (expliquer votre raisonnement) ? 3 marks

7. Déterminer la portée de ce dernier tir (si le spectateur n'est pas touché par  $F_3$ ).

**Exercice 8**

Calc. : ✓

On donne la fonction du second degré  $f(x) = x^2 + 3x - 18$  et la droite  $D$  d'équation  $D : y = mx - 22$ . Déterminer les valeurs possibles de la pente  $m$  de la droite  $D$  pour que :

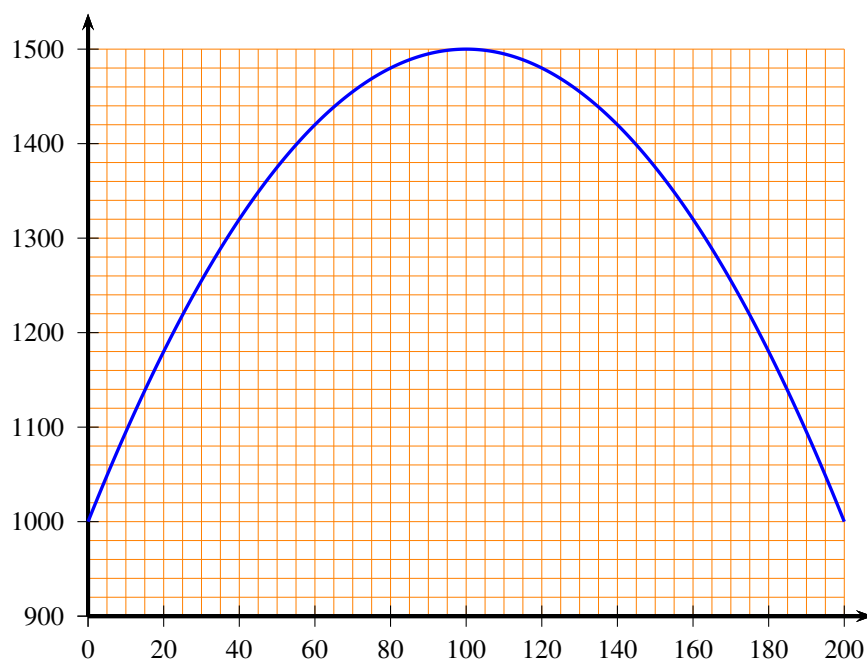
- |  |         |
|--|---------|
| 1. La droite et la parabole $F$ n'aient aucun point d'intersection.  | 3 marks |
| 2. La droite et la parabole $F$ aient deux points d'intersection.  | 3 marks |
| 3. La droite soit tangente à la parabole $F$ .   | 4 marks |
| 4. Dans ce dernier cas, deux valeurs sont possibles pour $m$ . Pour chaque valeur, déterminer les coordonnées des points de tangence et la distance entre ces deux points. | 4 marks |
| 5. Déterminer l'équation de la droite $\Delta$ tangente à l'ordonnée à l'origine de la parabole $F$ .  | 3 marks |

**Exercice 9**

Calc. : ✓

On donne ci-dessous la courbe d'une fonction  $f$  définie sur  $[0; 200]$ .

15 marks



1. Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 1420$ .
2. Tracer dans ce repère la fonction  $g$  définie par  $g(x) = 1200 + x$ .
3. Résoudre graphiquement l'inéquation  $g(x) > f(x)$ .

La fonction  $f$  a en fait pour expression :

$$f(x) = -0,05x^2 + 10x + 1000$$

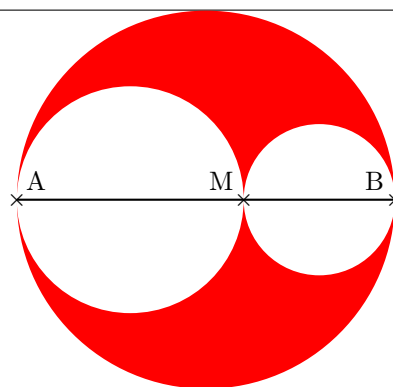
4. Vérifiez à la calculatrice votre réponse à la question 1) en expliquant votre démarche.
5. Calculer l'image exacte de 30 par  $f$ .

**Exercice 10**

Calc. : ✗

On considère un segment  $[AB]$  de longueur 5 et un point  $M$  sur ce segment. On note  $x$  la longueur  $AM$ .

On construit alors les 3 cercles de diamètres  $[AB]$ ,  $[AM]$  et  $[MB]$ , comme sur le dessin ci-contre.



Rappel : l'aire d'un disque de diamètre  $D$  est  $\pi \frac{D^2}{4}$ .

1. **Résoudre** l'équation  $2x^2 - 10x + 8 = 0$ . 2 marks
2. (a) **Donner** l'aire du disque de diamètre  $[AB]$ . 3 marks  
 (b) **Exprimer** l'aire du disque de diamètre  $[AM]$  en fonction de  $x$ .  
 (c) **Exprimer** l'aire du disque de diamètre  $[MB]$  en fonction de  $x$ .
3. On veut savoir où placer le point  $M$  pour que l'aire colorée soit égale à  $\frac{8}{25}$  de l'aire du disque de diamètre  $[AB]$ . 2 marks  
 (a) **Montrer** que ce problème se ramène à l'équation résolue en 1).  
 (b) **Déterminer** alors le(s) emplacement(s) de  $M$  qui convien(nen)t.
4. **Est-il possible** de placer  $M$  sur  $[AB]$  pour que l'aire colorée soit égale à la moitié de l'aire du disque de diamètre  $[AB]$  ? 1 mark

**Exercice 11**

Calc. : ✓

Une entreprise fabrique des vélos électriques.

L'offre et la demande varient en fonction du prix de vente choisi.

On note  $x$  ce prix en centaines d'euros.

L'entreprise sait qu'elle doit se fixer un prix entre 300 et 900 .

L'offre est représentée par la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 1,5x + 1$ . La demande est représentée par la fonction  $g$  définie par  $g(x) = 0,25x^2 - x + 5$ .

1. **Recopier et remplir** le tableau de valeurs suivant : 1 mark

$x$	3	4	5	6	7	8	9
$f(x)$							
$g(x)$							

2. À l'aide du tableau de la question 1), **tracer** les courbes des fonctions  $f$  et  $g$  pour des valeurs de  $x$  entre 3 et 9 dans l'encart de papier millimétré prévu à cet effet. 1.5 marks
3. **Résoudre** l'équation  $f(x) = g(x)$  de manière algébrique. 1 mark
4. **Déterminer** le prix d'équilibre, c'est-à-dire le prix qui permet d'avoir une offre égale à la demande. 0.5 marks

**Exercice 12**

Calc. : ✗

Soit les fonctions  $f(x) = x^2 - 8x + 15$  et  $g(x) = (x - 4) \cdot (x + 4)$ .

1. **Trouver** l'équation de l'axe de symétrie de la courbe représentative de la fonction  $f$ . 3 marks
2. **Résoudre** en présentant les étapes l'équation suivante :  $f(x) = 0$ . 3 marks
3. Existe-t-il des points d'intersection entre la courbe représentative de la fonction  $g$  et l'axe des abscisses ? Si oui, **donner** leurs coordonnées. 3 marks
4. **Résoudre**, en indiquant les étapes, l'équation  $f(x) = g(x)$ . 3 marks

**Exercise 13**

Calc. : ✓

Un patient prend des médicaments à midi. La quantité de médicament notée  $D$  (en mg), restant dans le sang avec  $h$  (en heures à partir de midi) est modélisée par la formule :

$$D = 0,06 + 0,5h - 0,1h^2 \quad 0 \leq h \leq 5$$

- |   |         |
|---|---------|
| a) <b>Donner</b> la quantité de médicament qui est déjà naturellement présente dans le sang du patient au moment de la prise du médicament.   | 1 mark  |
| b) <b>Calculer</b> au bout de combien de temps la quantité de médicament dans le sang du patient revient-elle à son niveau naturel.   | 2 marks |
| c) <b>Déterminer</b> après combien de temps la quantité de médicament dans le sang du patient est au plus haut.   | 3 marks |
| d) Le patient peut prendre de nouveau ce médicament dès que la quantité de médicament dans son sang tombe en dessous de 0,46 mg. <b>Déterminer</b> quand un patient peut prendre une deuxième dose du médicament au plus tôt. | 3 marks |
| e) <b>Expliquer</b> pourquoi votre réponse à la question d) ne devrait pas être $h = 1$ (c'est-à-dire à 13 heures), bien qu'il s'agisse d'une solution à l'équation utilisée.   | 2 marks |

**Exercise 14**

Calc. : ✗

**Solve** the following equations:

8 marks

a)  $x^2 - 6x + 5 = 0$

b)  $x^2 + 2x - 2 = 0$

c)  $2x^2 - x - 6 = 0$