

**Exercice 1**

Calc. : ✓

Le bénéfice  $B$  d'une entreprise dépend à la fois des investissements et de la production.

On appelle  $x$  le montant des investissements en millions d'euros et  $y$  la quantité produite en milliers d'unités.

On admet que le bénéfice  $B$  de cette entreprise, exprimé en millions d'euros, est modélisé par la fonction  $B$  définie par  $B(x; y) = x^2ye^{-x}$ .

Voici une vue de la surface ( $S$ ) d'équation  $z = x^2ye^{-x}$ , avec  $x$  élément de l'intervalle  $[0; 5]$  et  $y$  élément de l'intervalle  $[0; 10]$ , dans un repère orthogonal de l'espace.

$$(0,0,0)(0,0,6)(5,0,6)(5,0,0) \quad (0,10,0)(0,10,6)(5,10,6)(5,0,6) \quad (0,10,6)(0,0,6) \quad (5,10,6)(5,10,1.685)$$

1. Déterminer par lecture graphique le montant des investissements et la valeur de la production qui permettent d'obtenir un bénéfice maximal quand  $x$  appartient à l'intervalle  $[0; 5]$  et  $y$  appartient à l'intervalle  $[0; 10]$ . Calculer la valeur correspondante de ce bénéfice.

2. (a) Sur la figure ci-dessus, on a placé le point  $A$  appartenant à la surface ( $S$ ), ayant pour abscisse  $x_A = 1$  et pour ordonnée  $y_A = 8$ . Calculer la troisième coordonnée  $z_A$  du point  $A$ .

(b) Sur la figure ci-dessus, on a placé le point  $E$  appartenant à la surface ( $S$ ), ayant pour abscisse  $x_E = 2$  et pour troisième coordonnée  $z_E = z_A$ . Calculer la valeur exacte  $y_E$  de l'ordonnée du point  $E$ .

3. Quelle est la nature de l'intersection de la surface ( $S$ ) avec le plan d'équation  $x = 1$  ? Justifier.

Tracer cette intersection dans un plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm,  $y$  appartenant à l'intervalle  $[0; 10]$ . Déterminer, à l'euro près, le montant en euros du bénéfice maximal réalisé par l'entreprise quand le montant des investissements est fixé à 1 million d'euros.

4. Déterminer une équation de la courbe d'intersection de la surface ( $S$ ) avec le plan d'équation  $y = 10$ . Expliquer alors comment retrouver le résultat de la question 1.