

**Exercise 1**

Calc. : ✓

Le bénéfice  $B$  d'une entreprise dépend à la fois des investissements et de la production.

On appelle  $x$  le montant des investissements en millions d'euros et  $y$  la quantité produite en milliers d'unités.

On admet que le bénéfice  $B$  de cette entreprise, exprimé en millions d'euros, est modélisé par la fonction  $B$  définie par  $B(x; y) = x^2ye^{-x}$ .

Voici une vue de la surface  $(S)$  d'équation  $z = x^2ye^{-x}$ , avec  $x$  élément de l'intervalle  $[0; 5]$  et  $y$  élément de l'intervalle  $[0; 10]$ , dans un repère orthogonal de l'espace.

(0,0,0)(0,0,6)(5,0,6)(5,0,0) (0,10,0)(0,10,6)(5,10,6)(5,0,6) (0,10,6)(0,0,6) (5,10,6)(5,10,1.685)

1. Déterminer par lecture graphique le montant des investissements et la valeur de la production qui permettent d'obtenir un bénéfice maximal quand  $x$  appartient à l'intervalle  $[0; 5]$  et  $y$  appartient à l'intervalle  $[0; 10]$ . Calculer la valeur correspondante de ce bénéfice.
2. (a) Sur la figure ci-dessus, on a placé le point  $A$  appartenant à la surface  $(S)$ , ayant pour abscisse  $x_A = 1$  et pour ordonnée  $y_A = 8$ . Calculer la troisième coordonnée  $z_A$  du point  $A$ .  
(b) Sur la figure ci-dessus, on a placé le point  $E$  appartenant à la surface  $(S)$ , ayant pour abscisse  $x_E = 2$  et pour troisième coordonnée  $z_E = z_A$ . Calculer la valeur exacte  $y_E$  de l'ordonnée du point  $E$ .
3. Quelle est la nature de l'intersection de la surface  $(S)$  avec le plan d'équation  $x = 1$  ? Justifier.  
Tracer cette intersection dans un plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm,  $y$  appartenant à l'intervalle  $[0; 10]$ . Déterminer, à l'euro près, le montant en euros du bénéfice maximal réalisé par l'entreprise quand le montant des investissements est fixé à 1 million d'euros.
4. Déterminer une équation de la courbe d'intersection de la surface  $(S)$  avec le plan d'équation  $y = 10$ . Expliquer alors comment retrouver le résultat de la question 1.