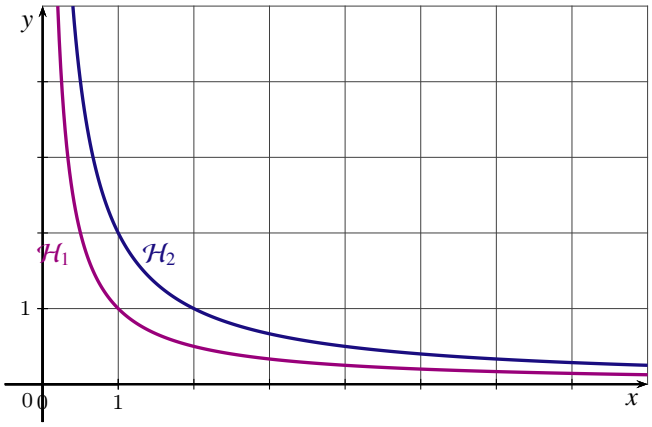
Exercise 1 Calc. : ✓



Les courbes $\mathcal{H}_1$ et $\mathcal{H}_2$ représentées dans le repère orthonormal ci-dessus ont respectivement pour équation

$$y = \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad y = \frac{2}{x}.$$

On note $\mathcal{D}_2$ le domaine délimité par les courbes $\mathcal{H}_1$ et $\mathcal{H}_2$ et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 3$.
On note $\mathcal{D}'_2$ le domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{H}_1$ et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 3$.

1. Colorier les domaines $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}'_2$ d'une couleur différente et montrer qu'ils ont la même aire.

   Soit n un entier naturel strictement positif. On note u_n l'aire du domaine $\mathcal{D}_n$ délimité par les courbes $\mathcal{H}_1$ et $\mathcal{H}_2$ et les droites d'équation $x = n$ et $x = n + 1$.

2. Exprimer u_n en fonction de n.

3. Montrer que la suite (u_n) est décroissante. <u>On pourra comparer les nombres $n(n + 2)$ et $(n + 1)^2$</u>.

4. Étudier la convergence de la suite (u_n).

5. Déterminer la plus grande valeur de n telle que l'aire du domaine $\mathcal{D}_n$ reste supérieure à $\frac{1}{10}$ d'unité d'aire. Soit N cette valeur.

6. Calculer l'aire du domaine délimité par les courbes $\mathcal{H}_1$ et $\mathcal{H}_2$ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = N$.