Exercise 1 Calc. : ✗

	La durée du jour $L(t)$ en heures à un endroit donné a été enregistrée sur une année. Elle peut être modélisée par la fonction $$L(t) = 4 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right) + 12,$$ où t est le temps exprimé en jours.
5 marks	**Interpréter** le résultat de $\int_0^{365} L(t)\,\mathrm{d}t$ et **expliquer** pourquoi ce résultat est égal à $12 \cdot 365 = 4\,380$.

Exercise 2 Calc. : ✗

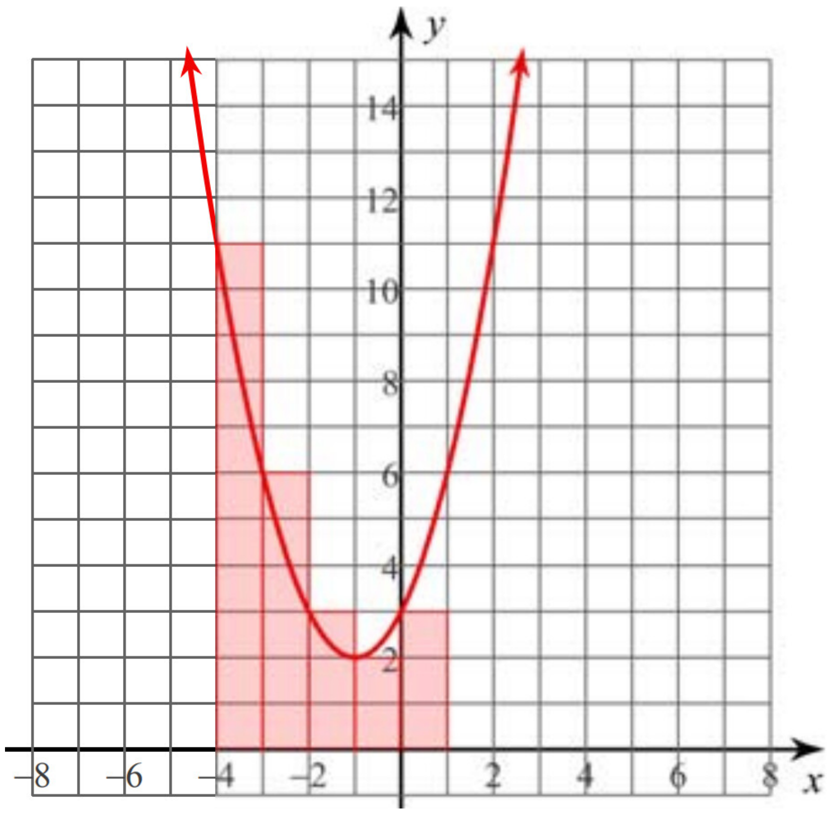
	On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 7x + 3$.
5 marks	**Déterminer** la primitive F de f telle que $F(2) = 5$.

Exercise 3 Calc. : ✗

5 marks

Voici la courbe de la fonction définie par :

$$f(x) = x^2 + 2x + 3$$



Un étudiant veut trouver une approximation de :

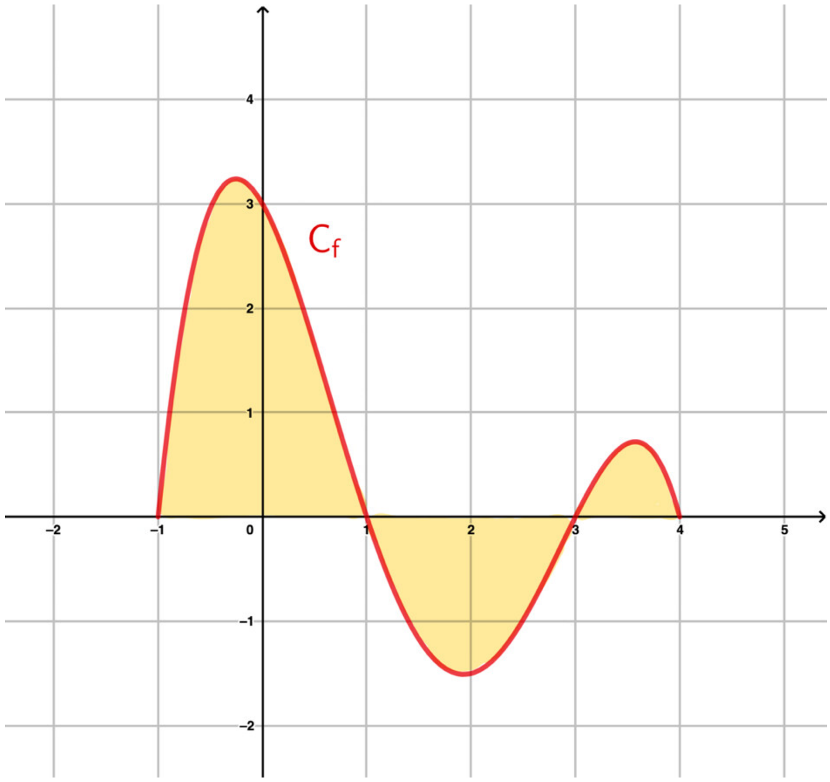
$$\int_{-4}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$$

a) **Expliquez**, en vous référant au graphique, ce que signifie cette notation.

b) À l'aide du graphique, **estimez** cette valeur par le calcul des rectangles rosés.

c) Pensez-vous que cette estimation est au-dessus ou en dessous par rapport à la valeur réelle ? **Expliquez**.

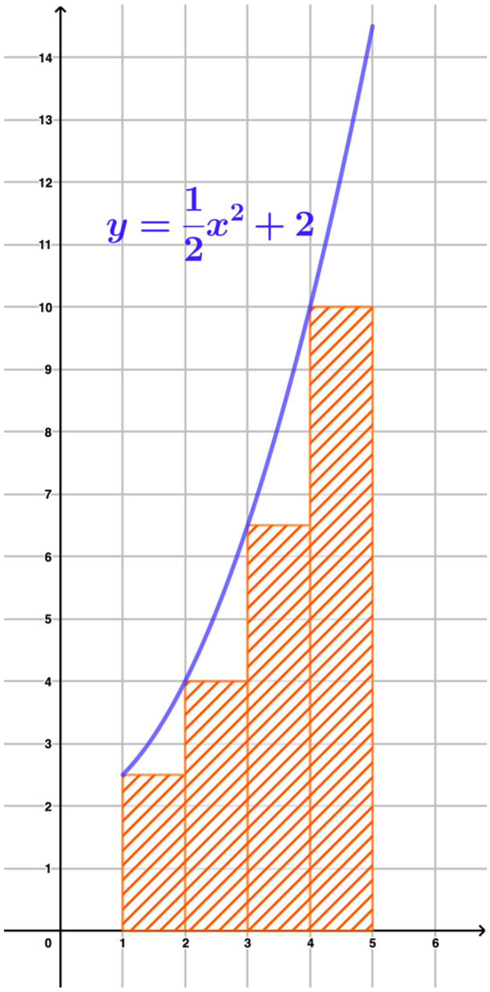
Exercise 4 Calc. : ✗

	Soit la courbe d'une fonction f définie par le graphique ci-dessous. On s'intéresse à l'aire de la partie colorée. 
2 marks	1. **Expliquer** pourquoi l'aire de la partie colorée n'est pas égale à $\int_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{dx}$.
3 marks	2. **Calculer** l'aire de la partie colorée en unités d'aires (u.a.), en utilisant les résultats suivants : $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{dx} \approx 4,07$ u.a. $\int_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{dx} \approx -1,93$ u.a. $\int_{3}^{4} f(x)\,\mathrm{dx} \approx 0,47$ u.a.

Exercise 5 Calc. : ✗

	Soit G une primitive telle que $G(x) = x^3 - x^2 - 3x + c$ où c est une constante réelle.
2 marks	1. **Déterminer** l'expression de la primitive G telle que $G(2) = 4$.
1 mark	2. **Montrer** que G est une primitive de la fonction g : $g(x) = 3x^2 - 2x - 3$
2 marks	3. On admet que $G(x) = x^3 - x^2 - 3x + 6$. **Calculer** : $$\int_0^1 g(x)\,\mathrm{dx}$$

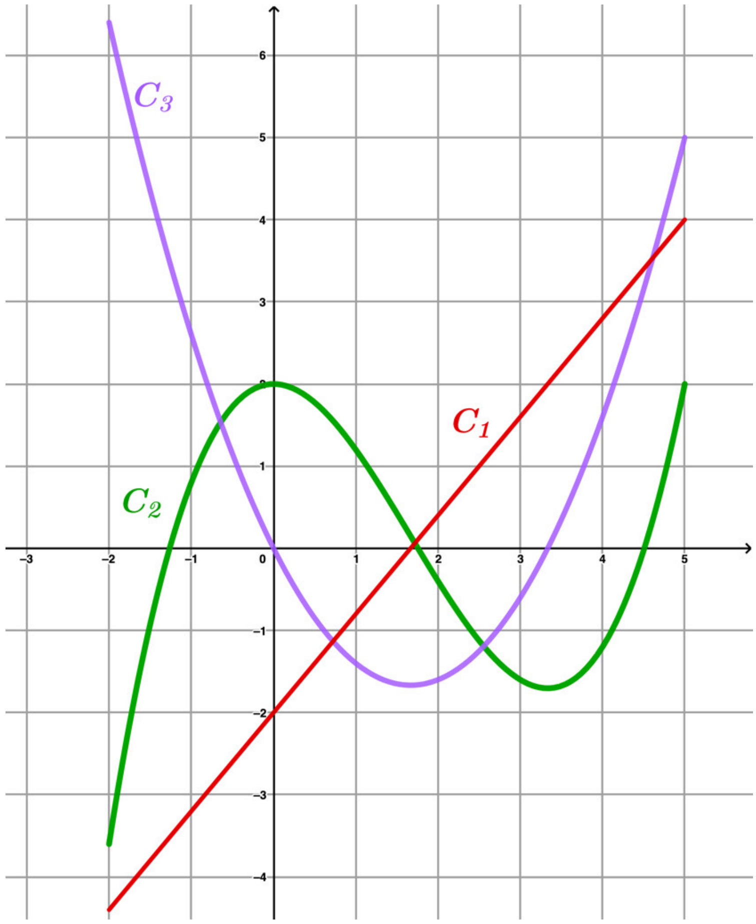
Exercise 6 Calc. : ✗

	Soit la courbe de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$. 
5 marks	**Calculer** à l'aide de la méthode des rectangles, en utilisant les rectangles inférieurs représentés ci-dessus, une approximation de l'aire délimitée par la courbe de la fonction f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 5$.

Exercise 7 Calc. : ✗

5 marks

Soient trois courbes représentatives de fonctions C_1, C_2 et C_3 dans le repère ci-dessous.
Identifier parmi ces trois courbes : laquelle est la fonction f, laquelle est F, la primitive de f, et laquelle est f', la dérivée de f. **Justifier** votre réponse.



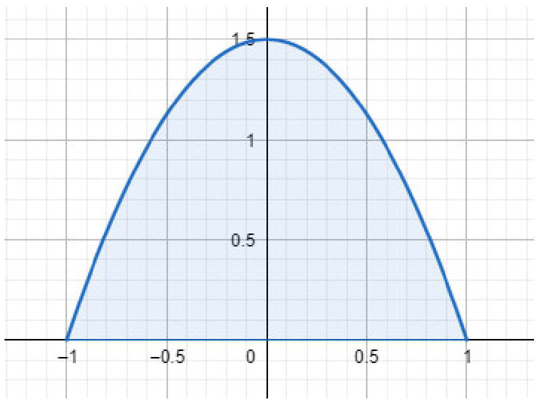
Exercise 8 Calc. : ✗

5 marks

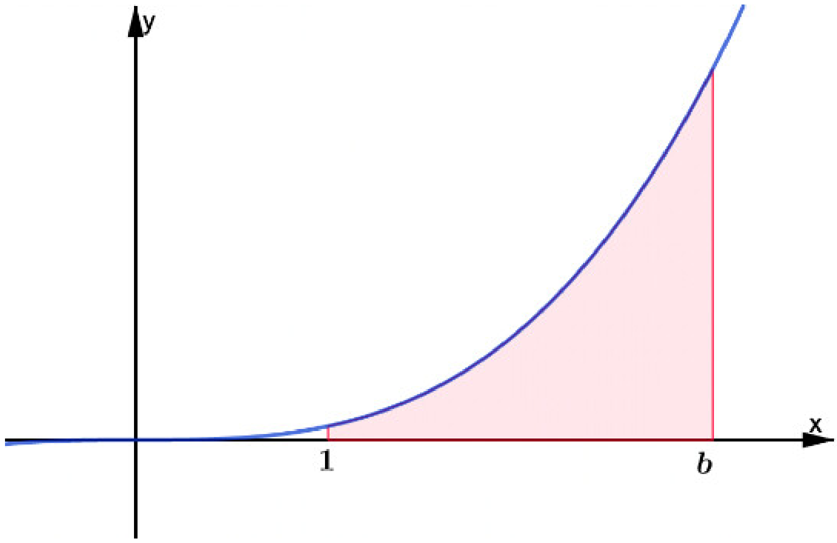
As part of their leaving school celebrations, a group of S7 students from a European School go camping. Their tent door is in the shape of a parabola with height, $f(x)$, and width, x, and can be modelled as:

$$f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}$$

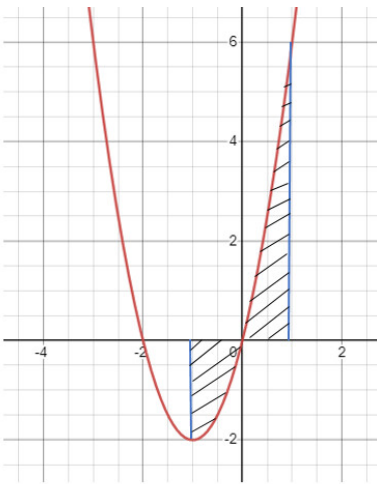
Both the height, $f(x)$, and width, x, of the tent door are, given, in metres.
The graph of $y = f(x)$ is shown.
Show that the area of the tent door is 2 m^2.



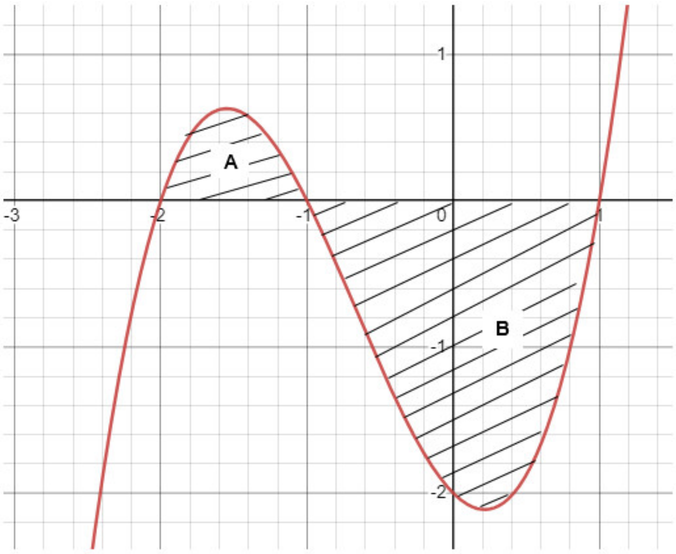
Exercise 9 Calc. : ✗

5 marks	Consider $F(x)$ the primitive of the function $f(x)$: $$F(x) = \frac{1}{4}x^4 + 2$$ The graph of the function $f(x)$ is shown in the diagram below. **Find** the value of b if the shaded area is 20 units^2, knowing that $b > 1$. 

Exercise 10 Calc. : ✗

5 marks	The function $F(x) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 2$ is a primitive function of $f(x)$. Consider the graph of the function $f(x)$ shown below. **Show** that the shaded area bounded by the graph of $f(x)$, the lines $x = -1$ and $x = 1$, and the x-axis is equal to 4 square units. 

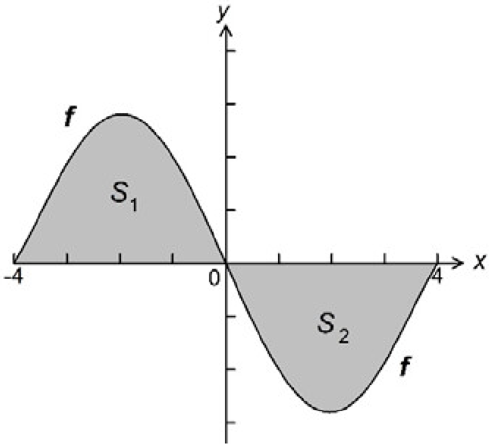
Exercise 11 Calc. : ✗

5 marks	Consider the graph of $f(x)$ shown below. Given that $A = 1.37$ and $B = 4.50$, **find** $\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{dx}$. 

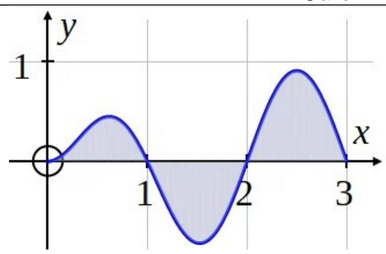
Exercise 12 Calc. : ✗

	On considère les fonctions f et F définies par $f(x) = 4x^3 + 3x^2 \qquad \text{et} \qquad F(x) = x^4 + x^3 + 5.$
2 marks	a) **Montrer** que F est une primitive de f.
3 marks	b) **Calculer** $\int_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{dx}$.

Exercise 13 Calc. : ✗

	La figure ci-dessous montre le graphique d'une fonction f et deux surfaces S_1 et S_2 délimitées par le graphique de f et l'axe des abscisses. Le graphique est symétrique par rapport à l'origine du repère.
	
	On donne : $\int_{-4}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x = 7$.
2 marks	a) **Interpréter** l'intégrale $\int_{-4}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$ graphiquement.
3 marks	b) **Déterminer** 1. $\int_{0}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$. 2. $\int_{-4}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$. 3. l'aire de la surface S_2.

Exercise 14 Calc. : ✗

	A new company logo is shown on the right and will be made out of steel to be displayed outside the headquarters. The curve is defined by the function $y = f(x)$. 
2.5 marks	a) **Identify** which two of the following integrals would correctly calculate the area of steel required. 1. $\int_{0}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$ 2. $\int_{0}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$ 3. $\int_{0}^{3} \lvert f(x)\rvert\,\mathrm{d}x$ 4. $\int_{0}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$
2.5 marks	b) **Explain** why the other integrals would give an incorrect answer.

Exercise 15 Calc. : ✗

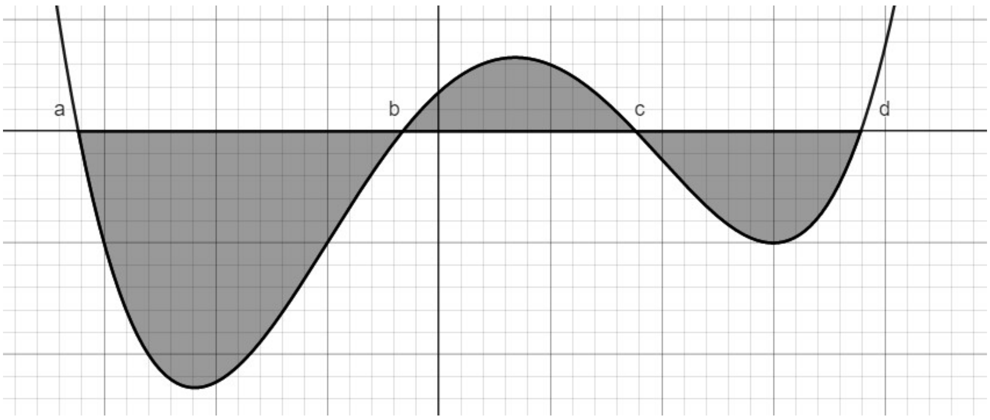
Let $f(x) > g(x)$ be two positive functions, with respective primitives $F(x)$ and $G(x)$. It is further known, that:

x	1	4
$F(x)$	-3	8
$G(x)$	2	6

5 marks **Determine** the area bounded by the graphs of $f(x)$ and $g(x)$ and the lines of equations $x = 1$ and $x = 4$.

Exercise 16 Calc. : ✗

The graph of the function $y = f(x)$ is presented here:



Given the following results:

$$\int_b^c f(x)\,dx = 2.3 \qquad \int_a^c f(x)\,dx = -1.1 \qquad \int_b^d f(x)\,dx = -0.4$$

5 marks ... **calculate** the value of the shaded area.

Exercise 17 Calc. : ✗

State if the following sentences are True (T) or False (F) and **justify** your statements:

1 mark a) The point $A(e; 1)$ belongs to the function $y = \ln(x)$.

1 mark b) When a function is positive, its first derivative is necessarily increasing.

1 mark c) Let f be a function defined by $f(x) = e^x - 1$. Its first derivative is equal to zero for $x = 0$.

1 mark d) Let f be a function defined over $\mathbb{R}$ such that $\int_0^3 f(x)\,dx > 0$ and $\int_3^6 f(x)\,dx < 0$.

We can thus write : $\int_0^6 f(x)\,dx = 0$

1 mark e) A set of bivariate data points $(x; y)$ has a linear correlation coefficient of -0.95. We can thus state that the correlation is weak.

Exercise 18 Calc. : ✗

5 marks

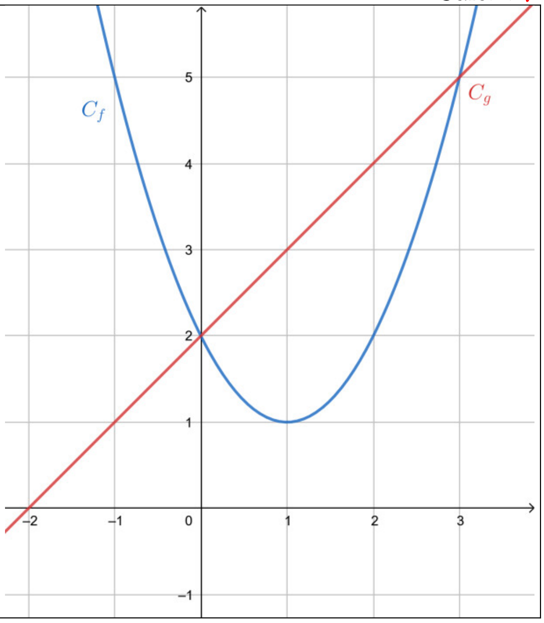
Let f and g be functions that are defined as follows:

$$f(x) = x^2 - 2x + 2 \qquad \text{and} \qquad g(x) = x + 2$$

and shown in the graph on the right.

a) **Explain** what $\displaystyle\int_0^3 |f(x) - g(x)|\,\mathrm{d}x$ represents graphically (you can reproduce the graph on your answer sheet and show your answer on the graph).

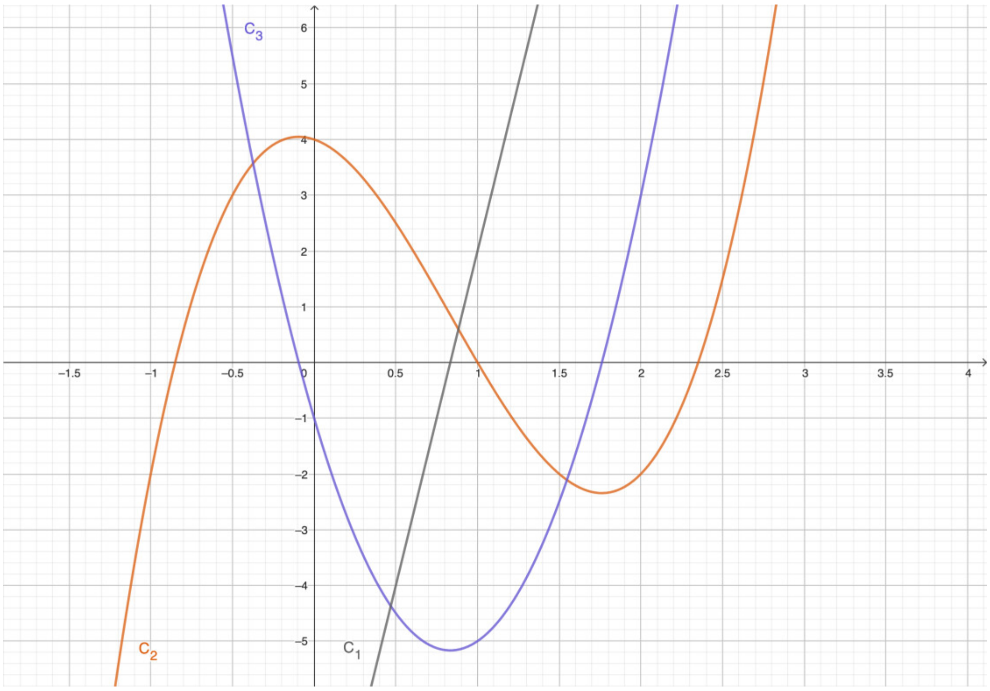
b) **Calculate** $\displaystyle\int_0^3 |f(x) - g(x)|\,\mathrm{d}x$.



Exercise 19 Calc. : ✗

5 marks

On donne les graphes d'une fonction f, de sa dérivée f', et de l'une de ses primitives F. Expliquer quel graphe correspond à quelle fonction.



Exercise 20 Calc. : ✗

5 marks

Un corps se déplace en ligne droite, entre $t = 0$ et $t = 6$ (en secondes), avec une vitesse $v(t) = 4t$ (en mètres par seconde).
La dérivée $v'(t)$ de la vitesse est l'accélération.
La position du corps le long de la ligne droite est modélisée par une primitive $V(t)$ de la vitesse.

a) Quelle est la vitesse initiale du corps ? Quelle vitesse atteint-il après 3 secondes ?

b) Calculer l'accélération en fonction du temps t.

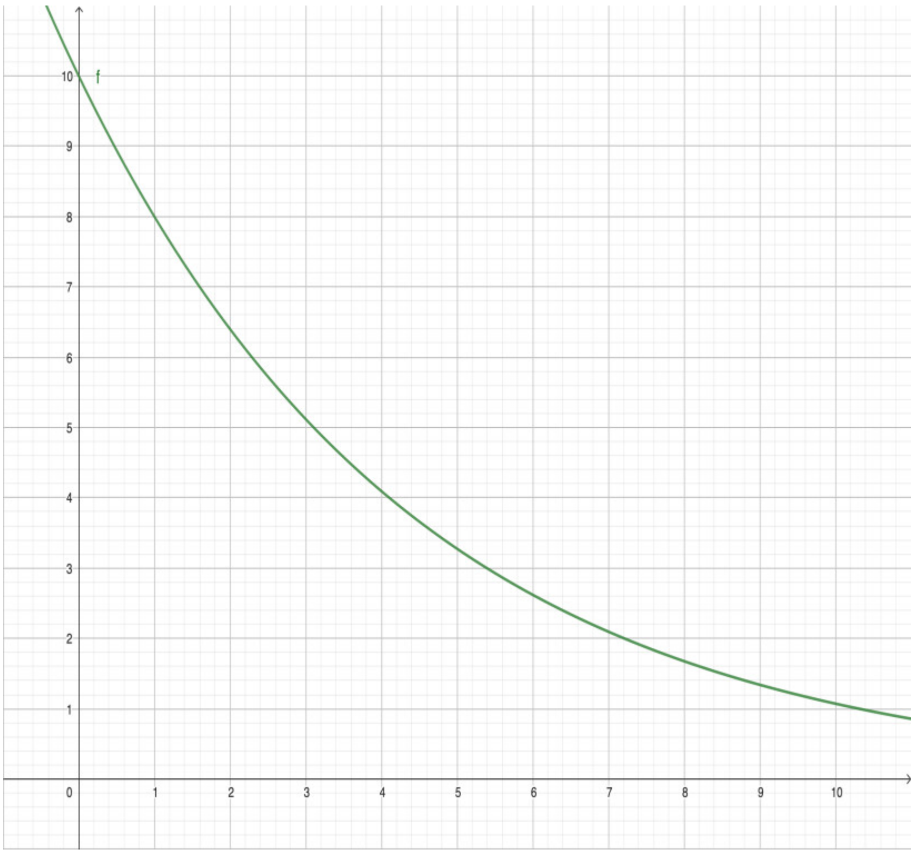
c) Calculer la primitive V de la fonction v pour laquelle $V(0) = 10$.

d) Quelle distance le corps a-t-il parcouru pendant les 6 premières secondes ?

Exercise 21 Calc. : ✗

5 marks

La fonction ci-dessous montre l'écoulement d'un liquide. La fonction de débit est notée f. $f(t)$ est le débit instantané à l'instant t (en minutes), en litres par minute.



a) Ecrire une intégrale donnant l'aire entre la courbe et l'axe des abscisses, pour $0 \leq t \leq 5$.

b) Estimer cette aire avec la méthode des rectangles. On considérera des rectangles dont la base mesure 1 min. Donner une sous-estimation et une sur-estimation.

c) A quoi correspond l'aire entre la courbe de f et l'axe des abscisses, pour $0 \leq t \leq 5$?

d) Le liquide s'écoule dans un bidon de 25 litres. Le bidon sera-t-il complètement rempli au bout de 5 minutes ?

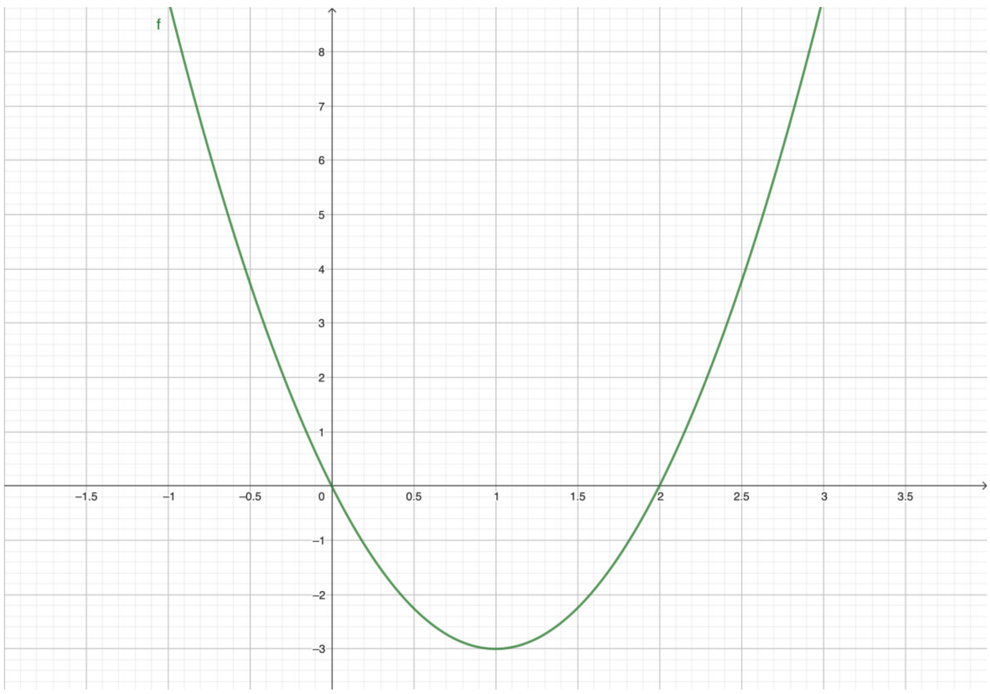
Exercise 22 Calc. : ✗

5 marks

On donne le graphe de la fonction $f(x) = 3x^2 - 6x$.

a) Calculer une primitive de la fonction f.

b) Calculer l'aire entre la courbe de f et l'axe des abscisses, pour $0 \le x \le 3$.



Exercise 23 Calc. : ✗

5 marks

a) Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_0^1 4\mathrm{e}^{5x}\,\mathrm{d}x$.

b) Calculer la primitive $F(x)$ de la fonction $f(x) = -3x^2 + x + 7$ pour laquelle $F(0) = 5$.

Exercise 24 Calc. : ✗

5 marks

On donne les trois intégrales suivantes

$$I = \int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 12 \qquad J = \int_{2}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x = 3 \qquad K = \int_{5}^{-2} g(x)\,\mathrm{d}x = 14$$

a) Faire un schéma des graphes de f et de g en respectant les conditions imposées par les intégrales.

b) Calculer les trois intégrales suivantes en utilisant les intégrales I, J et K.

$$A = \int_{-2}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x \qquad B = \int_{-2}^{5} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x \qquad C = \int_{-2}^{5} 5f(x)\,\mathrm{d}x$$