Exercise 1 Calc. : ✓

La courbe $(\mathcal{C})$, donnée en annexe 1, est la représentation graphique, dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La droite (T) est la tangente à cette courbe au point de coordonnées $(0;2)$.
On appelle α la valeur de la variable x pour laquelle f admet un maximum noté M : $M = f(\alpha)$ (la valeur de α n'est pas demandée).
On précise que $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$, $f'(0)$ sont des nombres entiers.

Les parties A et B sont indépendantes

partie a

1. f' désigne la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$. Déterminer graphiquement $f(0)$, $f'(0)$ et le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du réel x sur l'intervalle $[-6;2]$.
2. Soit g la fonction définie pour tout x de l'intervalle $[0;2[$ par $g(x) = \ln\left[f(x)\right]$ et g' sa fonction dérivée.
   (a) En utilisant notamment des résultats obtenus par lecture graphique de la courbe $(\mathcal{C})$, dresser le tableau de variations de g et déterminer la limite de g en 2.
   (b) Déterminer $g'(0)$.

partie b

Soit F une primitive de f sur $\mathbb{R}$, F' désigne la dérivée de F sur $\mathbb{R}$.

1. Déterminer à l'aide du graphique $F'(-1)$ et $F'(2)$.
2. On admet qu'il est possible de trouver deux nombres réels a et b tels que, pour tout réel x, $F(x) = \left(ax^2 + bx - 1\right)e^x$.
   (a) Exprimer $F'(x)$ en fonction de x et de a et b.
   (b) En utilisant les résultats trouvés à la question 1 de la **partie B**, démontrer que pour tout x de $\mathbb{R}$,
   $$F(x) = \left(-x^2 + 3x - 1\right)e^x$$
   (c) Calculer $F(2) - F(-1)$. Interpréter graphiquement ce résultat.

annexe 1