Exercise 1 Calc. : ✓

Une résidence de vacances propose deux types d'appartements (studio et deux-pièces) à louer à la semaine. L'appartement doit être restitué parfaitement propre en fin de séjour.
Le locataire peut décider de le nettoyer lui-même ou peut choisir l'une des deux formules d'entretien suivantes : la formule Simple (nettoyage de l'appartement en fin de séjour par le personnel d'entretien) ou la formule Confort (nettoyage quotidien du logement durant la semaine et nettoyage complet en fin de séjour par le personnel d'entretien).
Le gestionnaire a constaté que :

- 60 % des locataires optent pour un studio et parmi ceux-ci 20 % ne souscrivent aucune formule d'entretien ;
- La formule Simple a beaucoup de succès : elle est choisie par 45 % des locataires de Studio et par 55 % des locataires de deux-pièces ;
- 18 % des locataires ne souscrivent aucune formule.

On rencontre un résident au hasard.
Soit S l'évènement Le résident a loué un studio
A l'évènement Le résident a souscrit la formule Simple
B l'évènement Le résident a souscrit la formule Confort
R l'évènement Le résident n'a souscrit aucune formule d'entretien

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. (a) Quelle est la probabilité que le résident ait loué un deux-pièces ?
   (b) Calculer $P_{\text{S}}(\text{B})$.
3. (a) Calculer $P(\text{R} \cap \text{S})$; en déduire $P\left(\text{R} \cap \overline{\text{S}}\right)$.
   (b) Le résident a loué un deux-pièces. Montrer que la probabilité qu'il assure lui-même le nettoyage de son appartement est 0,15.
4. Le gestionnaire affirme que près de la moitié des résidents choisit la formule Simple. Présenter les calculs qui justifient son affirmation.
5. La location d'un studio à la semaine coûte 350 euros, celle d'un deux-pièces 480 euros. La formule Simple coûte 20 euros et la formule Confort 40 euros.

   Soit L le coût de la semaine (loyer et entretien) ; il prend différentes valeurs L_i. On désigne par p_i, la probabilité que le coût de la semaine soit égal à L_i.

   (a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

L_i	350	370	390	480	500	520
p_i	0,12		0,21			0,12

   (b) Calculer l'espérance de L. En donner une interprétation.

Exercise 2 Calc. : ✓

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples ; pour chacune des cinq questions, une et une seule affirmation est exacte.
Indiquez sur votre copie le numéro de la question et recopiez l'affirmation exacte sans justifier votre choix.
Barème : À chaque question est attribué 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à zéro.

Soit f la fonction définie sur $]4;+\infty[$ par $f(x) = -2x + 1 - \dfrac{8}{x-4}$ et Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormal du plan.

1. Une autre expression de $f(x)$ est
   - $f(x) = -2x + 1 - \dfrac{2}{x-1}$
   - $f(x) = \dfrac{2x^2 - 9x + 12}{4-x}$
   - $f(x) = \dfrac{2x^2 + 9x - 2}{x-4}$
2. Soit f' la fonction dérivée de f sur $]4;+\infty[$. Une expression de $f'(x)$ est
   - $f'(x) = -2 - \dfrac{8}{(x-4)^2}$
   - $f'(x) = \dfrac{(2-x)(x-6)}{(x-4)^2}$
   - $f'(x) = \dfrac{-2x^2 + 16x - 24}{(x-4)^2}$
3. La courbe Γ admet pour asymptote
   - la droite d'équation $y = 4$
   - la droite d'équation $x = 4$
   - la droite d'équation $y = 4x$
4. La droite d'équation $y = -2x + 1$ est
   - asymptote à la courbe Γ
   - située en dessous de la courbe Γ
   - tangente à la courbe Γ.
5. La fonction $x \longmapsto F(x)$ donnée par
   - $F(x) = -x^2 + x + 8(x-4)^2$
   - $F(x) = -x^2 + x + 8\ln(x-4)$
   - $F(x) = -x^2 + x - 8\ln(x-4)$

   est une primitive de f sur $]4;+\infty[$.

Exercise 3 Calc. : ✓

L'objet de cet exercice est de démontrer le résultat suivant : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)=0$.

partie a : Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\ln x-\sqrt{x}$.

1. Calculer $f'(x)$ et montrer que l'on a : $f'(x)=\dfrac{2-\sqrt{x}}{2x}$.
2. En déduire le tableau de variations de f sur $]0;+\infty[$ (les limites aux bornes ne sont pas demandées).
3. Justifier alors que, pour tout x de $]0;+\infty[$, on a : $\ln x<\sqrt{x}$.

partie b : Utilisation des théorèmes de comparaisons

1. Démontrer que, pour tout réel x strictement supérieur à 1, on a : $0<\dfrac{\ln x}{x}<\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.
2. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$. En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)$.

   On rappelle que la dérivée de la fonction $x\longmapsto\sqrt{x}$ est $x\longmapsto\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

Exercise 4 Calc. : ✓

Le tableau suivant donne la population d'une ville nouvelle entre les années 1970 et 2000.

Année	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
Rang de l'année x	0	5	10	15	20	25	30
Population en milliers d'habitants y	18	21	25	30	36	42	50

Le nuage de points associé à ce tableau est représenté graphiquement sur l'annexe jointe le rang x de l'année est en abscisse et la population y en ordonnée.
Cette annexe sera complétée au fur et à mesure des questions et rendue avec la copie.

partie a : Un ajustement affine

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au centième).

   Tracer cette droite sur le graphique donné en annexe.

2. Déduire de cet ajustement une estimation de la population en 2003, à un millier près.

partie b : Un ajustement exponentiel

1. L'allure du nuage incite à chercher un ajustement par une fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = ae^{bx}$ où a et b sont des réels.

   Déterminer a et b tels que $f(0) = 18$ et $f(30) = 50$. On donnera une valeur arrondie de b au millième.

2. Déduire de cet ajustement une estimation de la population en 2003, à un millier près.
3. Tracer la courbe représentative de f sur le graphique donné en annexe.
4. La population en 2003 était de 55 milliers. Lequel des deux ajustements vous semble le plus pertinent ? Justifier votre choix.

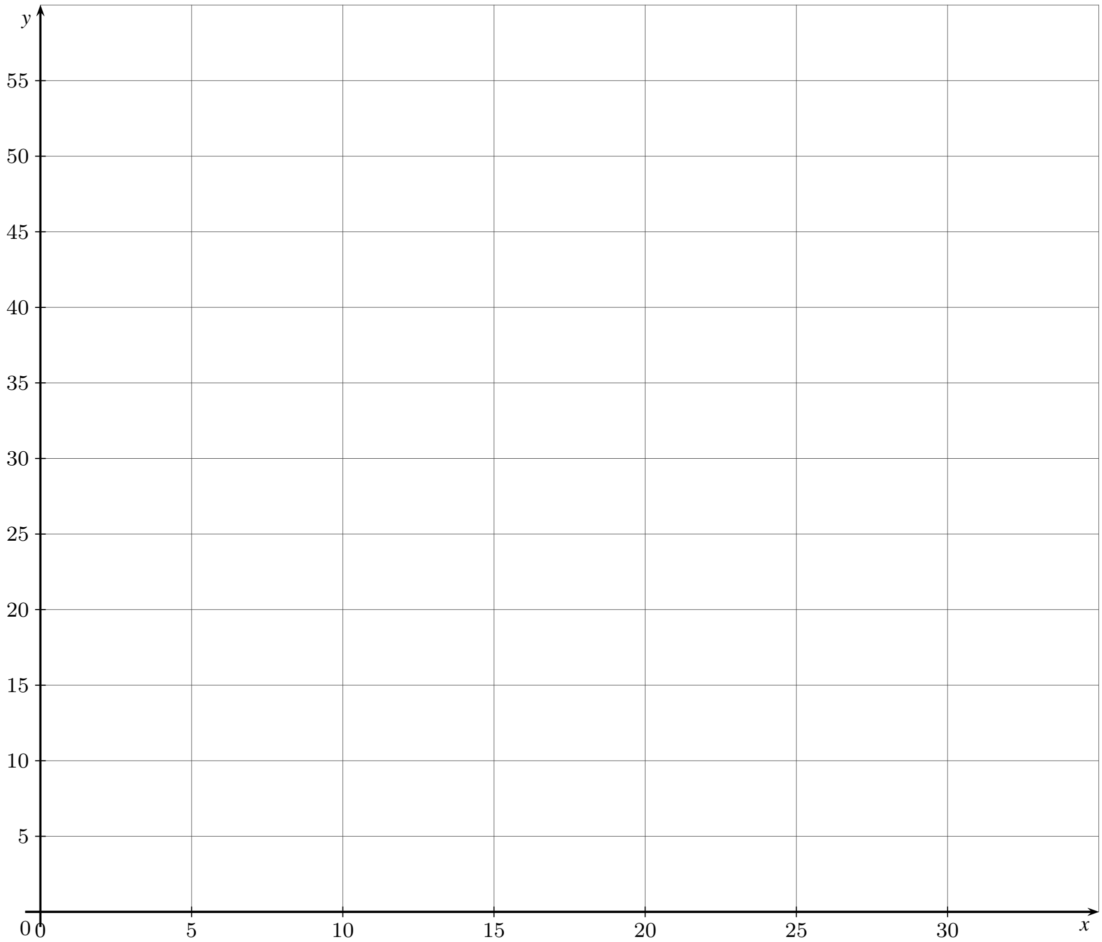
partie c : Calcul d'une valeur moyenne

On considère maintenant que, pour une année, la population est donnée en fonction du rang x par

$$f(x) = 18e^{0,034x}$$

1. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur $[0; 30]$; on donnera le résultat arrondi au dixième.
2. À l'aide d'une lecture graphique, déterminer l'année au cours de laquelle la population atteint cette valeur moyenne ?

annexe : à rendre avec la copie

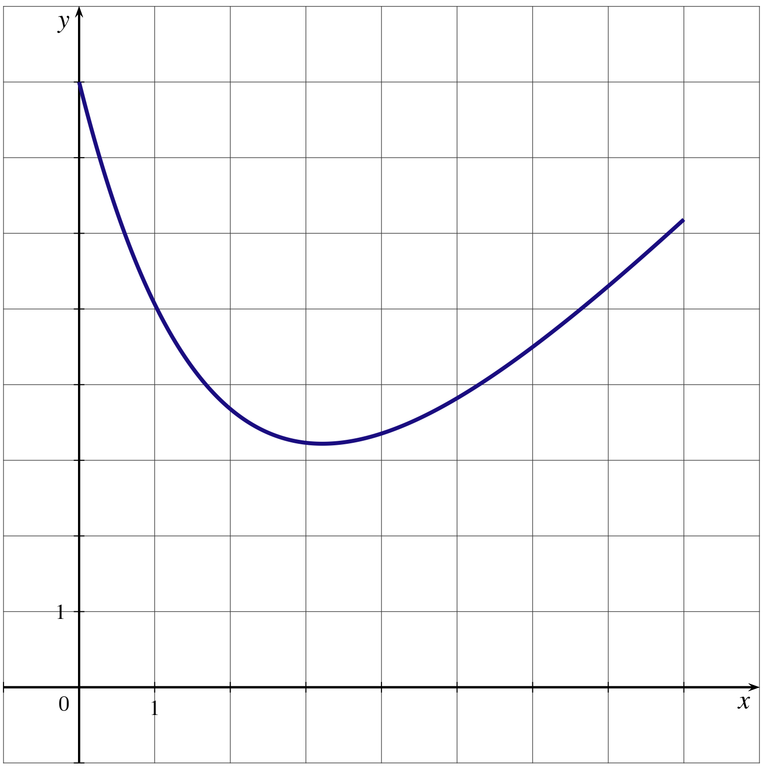


Exercise 5 Calc. : ✓

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par : $f(x) = x - 2 + 10\mathrm{e}^{-0,5x}$.
On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal et (D) la droite d'équation $y = x - 2$. La courbe $(\mathscr{C})$ est partiellement représentée en annexe ci-dessous.

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
2. On pose $\alpha = 2\ln 5$.
   (a) Montrer que $f(\alpha) = \alpha$.
   (b) Donner une valeur approchée à 10^{-1} près de α.
3. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$ et on note f' la fonction dérivée de f sur cet intervalle.
   (a) Calculer $f'(x)$,pour tout x élément de l'intervalle $[0; +\infty[$.
   (b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; +\infty[$, et dresser le tableau de variations complet de la fonction f sur cet intervalle.
4. Justifier que $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (x - 2)] = 0$ et que, pour tout x de l'intervalle $[0; +\infty[$, $f(x) - (x - 2) > 0$.
   Donner l'interprétation graphique de ces résultats.
5. Sur le graphique donné en annexe (à rendre avec la copie) :
   (a) placer le point de la courbe $(\mathscr{C})$ d'abscisse α ;
   (b) tracer la tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse α ;
   (c) tracer la droite (D).
6. On note $\mathscr{A}$ l'aire (en unités d'aire) du domaine E délimité par la courbe $(\mathscr{C})$, la droite (D) et les droites d'équations respectives $x = 2$ et $x = 6$.
   (a) Hachurer sur le graphique, donné en annexe, le domaine E, puis exprimer l'aire $\mathscr{A}$ à l'aide d'une expression faisant intervenir une intégrale.
   (b) Déterminer la valeur exacte de l'aire $\mathscr{A}$, puis en donner la valeur arrondie au centième.

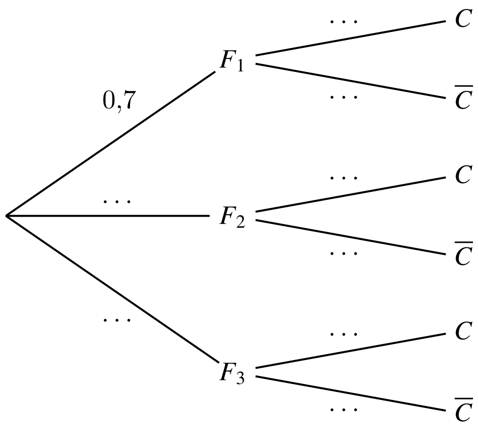
annexe



Exercise 6 Calc. : ✓

Une usine d'emballage de pommes est approvisionnée par trois producteurs. Le premier producteur fournit 70 % de l'approvisionnement de cette usine, le reste étant également partagé entre le deuxième producteur et le troisième.
Avant d'être emballées, les pommes sont calibrées par une machine pour les trier selon leur diamètre. Les pommes dont le diamètre est conforme aux normes en vigueur sont emballées, les autres, dites hors calibre , sont rejetées.
Il a été constaté que 20 % des pommes fournies par le premier producteur sont hors calibre, 5 % des pommes fournies par le second producteur sont hors calibre et 4 % des pommes fournies par le troisième producteur sont hors calibre.
Chaque jour les pommes livrées par les différents producteurs sont entreposées dans le même hangar. Pour l'étude du problème qui suit, on convient qu'elles sont bien mélangées.
Un contrôle de qualité sur les pommes est effectué de la manière suivante : un contrôleur choisit de manière aléatoire une pomme dans ce hangar, puis mesure son diamètre pour déterminer si elle est de bon calibre ou hors calibre .
Un mercredi matin, un contrôle de qualité est effectué par le contrôleur de la manière décrite ci-dessus.
On appellera F_1 l'évènement : la pomme prélevée provient du premier producteur
F_2 l'évènement : la pomme prélevée provient du deuxième producteur
F_3 l'évènement : la pomme prélevée provient du troisième producteur
C l'évènement : la pomme prélevée a un bon calibre
$\overline{C}$ l'évènement : la pomme prélevée est hors calibre .
Tous les résultats de cet exercice seront donnés à 10^{-4} près.

1. Déterminer les probabilités des évènements F_2 et F_3.
2. Recopier sur votre copie et compléter l'arbre suivant :



3. Justifier que la probabilité pour que la pomme prélevée ait le bon calibre et provienne du troisième producteur est 0,144 0.
4. Montrer que la probabilité pour que la pomme prélevée ait le bon calibre est : 0,846 5.
5. La pomme mesurée est hors calibre. Le contrôleur affirme :

   Cette pomme provient très probablement du premier producteur .

   Quel calcul permet de justifier cette affirmation ?

   Faire ce calcul et conclure.

Exercise 7 Calc. : ✓

Une entreprise étudie la progression de ses bénéfices ou pertes, évalués au premier janvier de chaque année, depuis le 1er janvier 1999. Chaque année est identifiée par son rang.
À l'année 1999 est attribué le rang 0 et à l'année $1999 + n$ le rang n ainsi 2001 a le rang 2.
Le tableau ci-dessous indique pour chaque rang x_i d'année le bénéfice ou perte réalisé, exprimé en milliers d'euros et noté y_i.

x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	-25,000	-3,111	9,892	17,788	22,598	25,566

On cherche à approcher ces bénéfices par une fonction.
Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = -\mathrm{e}^{\left(-\frac{x}{2}+4\right)} + 30$.
On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 1 cm pour une unité en abscisses et 1 cm pour 4 unités en ordonnées.

1. On considère que l'approximation des bénéfices par f est satisfaisante si la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées y_i et les valeurs approchées $f(x_i)$ est inférieure à $0,5$.

   L'approximation par f est-elle satisfaisante ? (Le résultat obtenu à l'aide de la calculatrice constituera une justification acceptable pour cette question.)

2. (a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   (b) En déduire que C_f admet une asymptote D dont on précisera l'équation.
   (c) Étudier la position de C_f par rapport à D.

3. (a) Étudier les variations de f sur $[0; +\infty[$ et dresser le tableau de variations.
   (b) Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à C_f au point d'abscisse 0.

4. (a) En utilisant le modèle que constitue la fonction f, en quelle année le bénéfice évalué au 1er janvier dépassera-t-il 29 800 euros ?
   (b) Ce bénéfice atteindra-t-il 30 000 euros ? Justifier.

5. Construire C_f, en faisant apparaître tous les éléments graphiques mis en évidence dans les questions précédentes.

Exercise 8 Calc. : ✓

Une urne contient des jetons bleus, des jetons blancs et des jetons rouges.
10 % des jetons sont bleus et il y a trois fois plus de jetons blancs que de jetons bleus.
Un joueur tire un jeton au hasard.

- S'il est rouge, il remporte le gain de base.
- S'il est blanc, il remporte le carré du gain de base.
- S'il est bleu, il perd le cube du gain de base.

1. On suppose que le gain de base est 2 euros.

   (a) Déterminer la loi de probabilité sur l'ensemble des résultats possibles.
   (b) Calculer le gain moyen que l'on peut espérer réaliser sur un grand nombre de tirages.

2. On cherche à déterminer la valeur g_0 du gain de base, telle que le gain moyen réalisé sur un grand nombre de tirages soit maximal. Le résultat sera arrondi au centime d'euro.

   Soit x le gain de base en euros.

   (a) Montrer que le problème posé revient à étudier les éventuels extremums de la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par
   $$f(x) = -0,1x^3 + 0,3x^2 + 0,6x$$
   (b) On désigne par f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$. Déterminer $f'(x)$.
   (c) En déduire le sens de variation de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.
   (d) Conclure sur le problème posé.

Exercise 9 Calc. : ✓

L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.
La figure ci-dessous, représente un pavé droit ; le point O est le milieu de $[AD]$.
Soit P le milieu du segment $[EF]$.

[xMin=-2,yMin=-1,zMin=-1,xMax=2,yMax=2,zMax=2.5,linecolor=black,linewidth=1pt] [linecolor=bleu,linew

1. (a) Quel ensemble de points de l'espace a pour équation $z = 2$?
   (b) Déterminer une équation du plan (ABF).
   (c) En déduire un système d'équations qui caractérise la droite (EF).
2. (a) Quelles sont les coordonnées des points A, G et P ?
   (b) Placer sur la figure le point Q de coordonnées $(0; 0,5; 0)$.
   (c) Déterminer une équation cartésienne du plan (APQ).
3. (a) Construire sur la figure les segments $[PQ]$ et $[AG]$.
   (b) Le point G appartient-il au plan (APQ) ? Justifier.
4. On construit la figure précédente à l'aide d'un logiciel de géométrie, puis on demande au logiciel de représenter le point d'intersection des droites (AG) et (PQ). Quelle pourrait être la réponse de l'ordinateur ?

Exercise 10 Calc. : ✓

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples ; pour chacune des quatre questions, une et une seule affirmation est exacte.

Indiquez sur votre copie le numéro de la question et recopiez l'affirmation exacte ; aucune justification n'est demandée sauf pour la question 4.

Barème des trois premières questions :

À chaque question est attribué 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

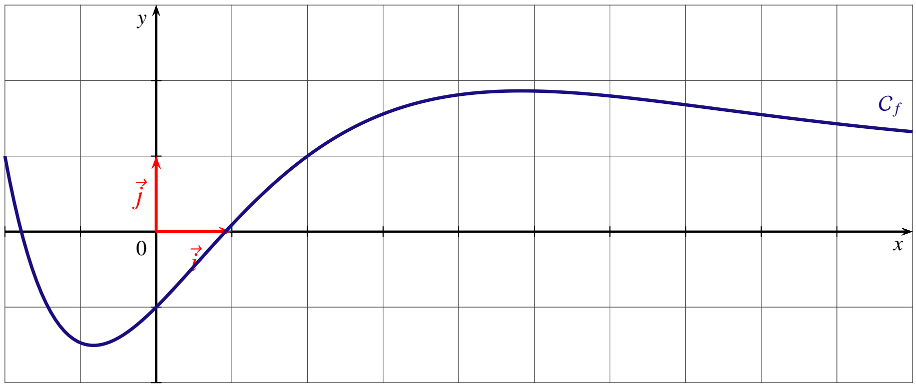
Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à zéro.

1. Soient A et B deux évènements. Il est possible que :
   - $p(A) = 0,8$ et $p(B) = 0,4$ et $p(A \cap B) = 0,1$.
   - $p(A) = 0,7$ et $p(B) = 0,5$ et $p(A \cap B) = 0,2$.
   - $p(A) = 0,8$ et $p(B) = 0,9$ et $p(A \cap B) = -0,1$.
2. Soient A et B deux évènements indépendants tels que $p(A) = 0,3$ et $p(B) = 0,2$. Alors :
   - $p(A \cap B) = 0,5$.
   - Les informations précédentes ne suffisent pas à calculer $p(A \cap B)$.
   - $p(A \cap B) = 0,06$.
3. Si A et B sont deux évènements incompatibles mais non impossibles, alors A et B sont indépendants.
   - Cette affirmation est vraie.
   - Cette affirmation est fausse.
   - On ne peut pas savoir.
4. On justifiera soigneusement la réponse à cette question.

   On répète quatre fois de manière indépendante une expérience aléatoire dont la probabilité de succès est 0,35. Alors la probabilité d'obtenir au moins un succès est:
   - environ 0,015.
   - environ 0,821.
   - environ 0,985.

Exercise 11 Calc. : ✓

Soit f une fonction définie et dérivable sur $[-2;10]$. La courbe $\mathcal{C}_f$ ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormal.
On précise que le point d'abscisse 4,83 de $\mathcal{C}_f$ a pour ordonnée 1,86 et que cette valeur est le maximum de la fonction f.
On note $\mathcal{C}_F$ la courbe représentative de la primitive F de f qui s'annule en 1. On précise que le point $A(5;5,43)$ appartient à $\mathcal{C}_F$.
On note $\mathcal{C}_{f'}$ la courbe représentative de la fonction dérivée f' de f.
Toutes les estimations graphiques seront données à 0,25 près. Les résultats des calculs numériques seront arrondis à 10^{-2}.



1. (a) Déterminer graphiquement sur quel(s) intervalle(s) $\mathcal{C}_{f'}$ est située en dessous de l'axe des abscisses.
   (b) Déterminer, en justifiant, l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_F$ en A.
   (c) Préciser, en justifiant, le sens de variation de F sur l'intervalle $[-2;10]$.

2. (a) Déterminer $\displaystyle\int_1^5 f(t)\,\mathrm{d}t$.
   (b) Rappeler la formule de la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle $[a;b]$ et donner une interprétation de cette notion dans le cas où f est positive.
   (c) Donner la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[1;5]$.