

Exercice 1

Calc. : ✓

On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction f définie sur $]0; 1[\cup]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$ et on nomme C sa représentation graphique dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

| | | | | |
|---------|-----------|---------------|-----------|-----------|
| x | 0 | $\frac{1}{e}$ | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | | + | 0 | - |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $-e$ | $-\infty$ | $+\infty$ |

1. Justifier les éléments suivants donnés par ce tableau de variations :

signe de $f'(x)$; limites aux bornes de l'ensemble de définition ; image de $\frac{1}{e}$ par f .

On admet que : $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$.

2. Combien la courbe C possède-t-elle d'asymptotes ? Donner une équation de chacune d'elles.

3. (a) Donner une équation de la tangente à la courbe C en son point A d'abscisse $\frac{1}{e}$.

(b) Déterminer une équation de la tangente à la courbe C en son point B d'abscisse e .

4. Indiquer pour quelles valeurs du réel k l'équation $f(x) = k$.

(a) ne possède aucune solution ;

(b) possède une solution unique ;

(c) possède deux solutions distinctes.

(Aucune justification n'est attendue dans cette question, on pourra s'aider de la représentation graphique de la fonction f obtenue à l'aide de la calculatrice)