Exercise 1 Calc. : ✓

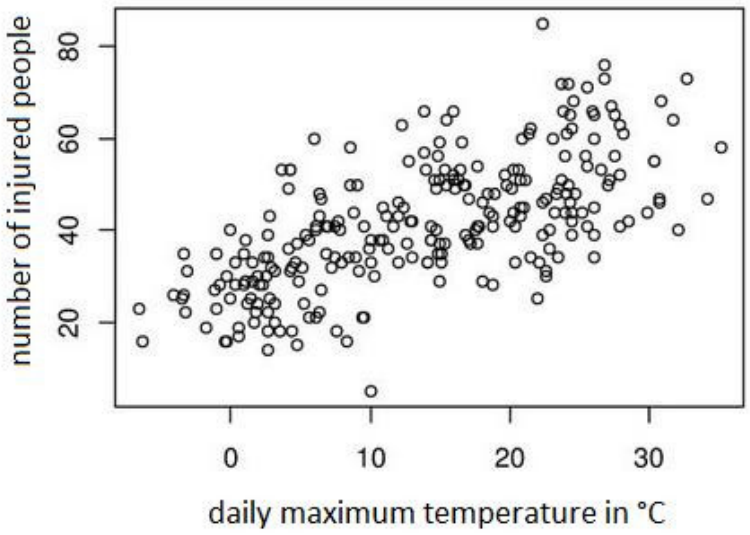
Im Jahr 2002 wurden im GroSSherzogtum Luxemburg die monatlichen Durchschnittstemperaturen aufgezeichnet. Es ist bekannt, dass der Januar 2002 mit $1,6$řC der kälteste Monat war, und die höchste Durchschnittstemperatur im Juni 2002 mit $18,6$řC gemessen wurde.	
1. **Begründen** Sie, dass in Europa die monatlichen Durchschnittstemperaturen für einige aufeinanderfolgende Jahre mit einem periodischen Modell modelliert werden können.	2 marks
2. **Geben** Sie die Amplitude und die Periode dieses Modells **an**.	2 marks
3. **Bestimmen** Sie die Parameter a, b, c und d im Modell T mit: $$T(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$$ das die gegebenen Daten beschreibt, wobei x der Monat ist, beginnend mit $x = 1$ für Januar 2002 und $T(x)$ die durchschnittliche Temperatur ist.	5 marks
An einem bestimmten Tag im März 2002 wurde die Niederschlagsmenge beobachtet. Die Niederschlagsmenge an diesem Tag kann durch die Funktion R modelliert werden mit $$R(t) = 0,002t^3 - 0,064t^2 + 0,512t, \qquad 0 \le t \le 24$$ wobei t die Zeit in Stunden ist und $R(t)$ die Niederschlagsmenge in mm/h.	
4. **Beschreiben** Sie anhand einer kurzen Textbeschreibung diesen Tag in Bezug auf die Niederschlagsmenge. Ihre Antwort sollte sich auf die Zeiten mit dem meisten und dem geringsten Niederschlag konzentrieren.	3 marks
Ein leerer Glaszylinder wurde an diesem Tag nach drauSSen gestellt, um zu ermitteln wie viel Regen gefallen war.	
5. **Skizzieren** Sie den Graphen einer Funktion, der die Höhe des Wassers in diesem Glaszylinder darstellt.	3 marks
6. **Berechnen** Sie die Gesamtmenge des Regens an diesem Tag in mm.	2 marks

Das Jahr 2002 hatte im GroSSherzogtum Luxemburg 195 Regentage und 170 Tage ohne Regen. Es kann davon ausgegangen werden, dass alle Tage die gleiche Chance haben, ein Regentag zu sein. Ein Jahr später wollen Meteorologen untersuchen, ob es im Jahr 2003 mehr Regen gab. Leider sind einige Daten verloren gegangen, so dass sie nur eine kleine Stichprobe von 30 aufeinanderfolgenden Tagen genommen haben.

7. **Berechnen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass es an einem zufälligen Tag regnet, wenn wir annehmen, dass die Gesamtzahl der Regentage in beiden Jahren konstant bleibt und die Regentage gleichmäSSig über das ganze Jahr verteilt sind. — 1 mark

8. **Verwenden** Sie ein NHST-Verfahren, um herauszufinden, an wie vielen Tagen es regnen muss, damit die Meteorologen sagen können, dass es 2003 im Vergleich zu 2002 mehr geregnet hat, wenn das Signifikanzniveau bei 5% liegt. — 5 marks

Das folgende Diagramm zeigt die Höchsttemperatur und die Anzahl der Verletzten durch Verkehrsunfälle in Berlin im Langzeitvergleich.



9. **Beschreiben** Sie die Korrelation zwischen den beiden Werten. — 1 mark

10. **Erklären** Sie, warum die Anzahl der Verletzten möglicherweise mit der maximalen Temperatur korreliert. — 1 mark

Exercise 2 Calc. : ✓

In einer Covid-19-Teststation wurden an einem bestimmten Tag 19 Personen mit Symptomen getestet und 6 von ihnen hatten ein positives Ergebnis. Am gleichen Tag wurden 87 Personen ohne Symptome getestet, von denen 85 negativ getestet wurden.

1. **Zeigen** Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, ein positives Ergebnis zu erhalten, davon abhängt, ob eine Person Symptome hat oder nicht. — 2 marks

Zum Schutz persönlicher Daten sind die Testergebnisse mit einem Code versehen, der 2 Buchstaben (aus einem Alphabet mit 26 Buchstaben) und 4 Ziffern (0–9) enthält. Die gleichen Buchstaben und Ziffern dürfen mehrfach gewählt werden.

2. **Berechnen** Sie die Gesamtzahl der verschiedenen Codes, die von diesem System erstellt werden können. — 2 marks

Nach mehreren Monaten hat die Statistik gezeigt, dass 1,7% der Personen ohne Symptome positiv getestet werden. Ein Unternehmen, mit 20 Mitarbeitern (alle ohne Symptome), weist alle an, sich testen zu lassen.

3. **Nennen** Sie zwei Annahmen, die getroffen werden müssen, um diese Situation mit einer Binomialverteilung zu modellieren. — 2 marks

4. **Berechnen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer der Mitarbeiter positiv getestet wird. — 3 marks

Ein anderes Unternehmen in einem anderen Land schickt ebenfalls alle seine Mitarbeiter zu einem Covid-19-Test. Es wird angenommen, dass die Situation durch eine Binomialverteilung modelliert werden kann mit der Formel

$$B(84; 0,02; k) = \binom{84}{k} \cdot 0,02^k \cdot 0,98^{84-k}.$$

5. **Interpretieren** Sie die Werte 84, 0,02 und 0,98 in dem gegebenen Kontext. — 3 marks

Am 5. März 2020 ist ein aus Italien zurückgekehrter Mann die erste Person im GroSSherzogtum Luxemburg, die positiv mit COVID-19 getestet wurde. Daher ist dieser Tag in der Statistik als Tag 0 markiert. Die folgende Tabelle zeigt die Gesamtzahl der registrierten infizierten Personen im GroSSherzogtum Luxemburg in den Tagen nach Auftreten des ersten Falles.

Tag	0	1	2	3	4	5	6
Nummer	1	3	4	5	5	7	7

6. **Zeichnen** Sie ein Streudiagramm dieser Werte zusammen mit einem linearen und einem exponentiellen Regressionsmodell. — 3 marks

7. **Geben** Sie die Gleichungen **an**, die die beiden Regressionsmodelle in Frage 6. beschreiben. — 2 marks

8. **Erklären** Sie, warum es so schwierig ist, zu entscheiden, ob die Ausbreitung des Virus in diesem frühen Stadium am besten mit einem linearen oder einem exponentiellen Modell modelliert wird. — 2 marks

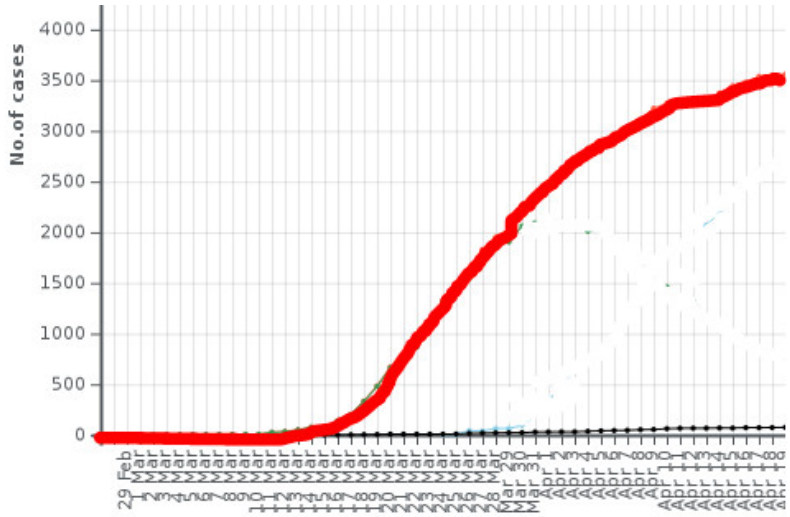
Nach weiteren sieben Tagen wurden andere Modelle erstellt, die bessere Vorhersagen machten, wobei t in Tagen angegeben ist:

$$A(t) = 1,35567 \cdot 1,46977^t \qquad B(t) = 12,4396 \cdot t - 34,8571$$

Am 16. Tag gab es im GroSSherzogtum Luxemburg 670 registrierte Fälle von COVID-19.

9. **Berechnen** Sie die vorhergesagte Anzahl der infizierten Personen an Tag 16 mit Modell A und Modell B und **vergleichen** Sie diese mit der tatsächlichen Anzahl. **Entscheiden** Sie, welches Modell für diese Situation offensichtlich besser geeignet ist und **begründen** Sie Ihre Antwort. — 2 marks

Das folgende Diagramm zeigt den Verlauf der Gesamtzahl der registrierten Infektionen für die ersten 4 Wochen im GroSSherzogtum Luxemburg.



10. **Nennen** Sie zwei mögliche Gründe, warum die Kurve im späteren Verlauf abflacht. — 2 marks

Die Kurve kann durch die Funktion C modelliert werden mit

$$C(t) = \frac{3404}{1 + 193 \cdot e^{-0,233 \cdot t}}$$

11. **Ermitteln** Sie den Tag mit der höchsten Infektionsrate durch Berechnung. — 2 marks