Exercise 1 Calc. : ✓

Soit f une fonction dont le tableau de variations, incomplet est le suivant ; on désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.

x	$+\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
variations de $f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-6	$\searrow$	$\cdots$ $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$\cdots$

On admet que f est définie sur $]-\infty;-1[\,\cup\,]-1;+\infty[$ par : $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$ où a, b et c sont des réels.

1. Calculer $f'(x)$ en fonction de a, b et c.
2. En vous aidant des informations contenues dans le tableau de variations ci-dessus, montrer que l'on a : $a = 1$, $b = -1$, $c = 4$.
3. Déterminer les limites manquantes dans le tableau de variations fourni.
4. Montrer que la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f admet comme asymptote la droite D d'équation $y = x - 1$ lorsque x tend vers $+\infty$ ou vers $-\infty$.

   Étudier la position relative de la courbe $\mathcal{C}_f$ et de son asymptote D.
5. Déterminer la valeur exacte de $\displaystyle\int_1^2 [f(x) - (x-1)]\,\mathrm{d}x$ et interpréter le résultat en terme d'aire.