

MATHEMATIK 3 STUNDEN

TEIL A

DATUM : 12. Juni 2023, Nachmittag

DAUER DER PRÜFUNG:

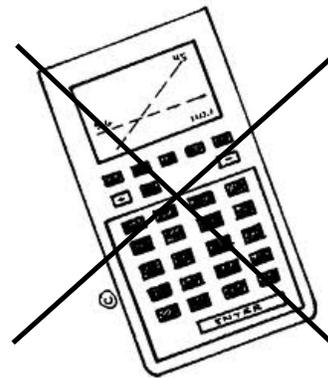
2 Stunden (120 Minuten)

ERLAUBTE HILFSMITTEL:

Prüfung ohne technologisches Hilfsmittel

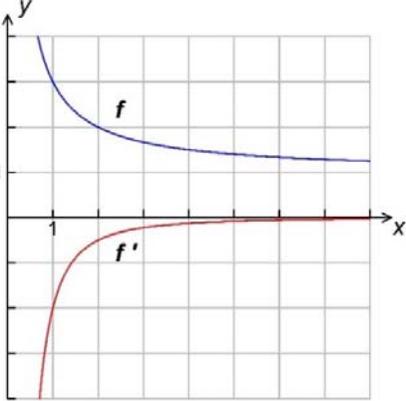
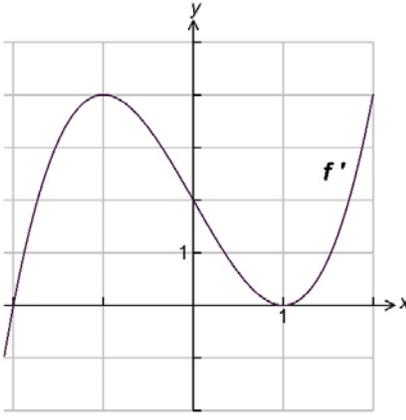
Bleistift für Zeichnungen

Formelsammlung / Formula booklet / Recueil de formules



BESONDERE ANWEISUNGEN:

- Die Antworten müssen durch Erklärungen erläutert werden.
- Die Antworten müssen die Überlegungen darlegen, die zu den angegebenen Ergebnissen oder Lösungen führen.
- Wenn Graphen oder Diagramme verwendet werden, um eine Lösung zu finden, müssen diese als Teil der Antwort skizziert werden.
- Sofern nicht anders angegeben, wird keine volle Punktzahl erteilt, wenn für eine richtige Antwort keine erklärende Begründung oder Erläuterung gegeben wird, auf welchem Weg die Ergebnisse oder die Lösungen ermittelt wurden.
- Wenn die angegebene Antwort nicht korrekt ist, können trotzdem Teilpunkte vergeben werden, wenn erkennbar ist, dass eine geeignete Methode oder ein richtiger Ansatz verwendet wurde.

TEIL A	Seite 1/4	Punkte
<p>1) Die folgende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f und ihrer Ableitung f'.</p>		
		
<p>Bestimmen und interpretieren Sie grafisch:</p>		
<p>a) die durchschnittliche Änderungsrate der Funktion f von $x_1 = 1$ bis $x_2 = 2$.</p>	<p>2 Punkte</p>	
<p>b) die momentane Änderungsrate der Funktion f in $x_1 = 1$.</p>	<p>3 Punkte</p>	
<p>2) Gegeben ist eine differenzierbare Funktion f. Die folgende Abbildung zeigt den Graphen ihrer Ableitung f' für $-2,1 \leq x \leq 2$.</p>		
		
<p>Begründen Sie für jede der folgenden Aussagen, ob sie richtig oder falsch ist.</p>		
<p>a) Die Funktion f ist fallend für $-1 \leq x \leq 1$.</p>	<p>5 Punkte</p>	
<p>b) Die Funktion f hat ein Minimum bei $x = -2$.</p>		
<p>c) Es gibt eine waagerechte Tangente an dem Graphen von f an der Stelle $x = 1$.</p>		
<p>d) Die Steigung der Tangente am Graphen von f im Schnittpunkt mit der y-Achse ist gleich 2.</p>		
<p>e) Der Graph von f hat drei waagerechte Tangenten für $-2,1 \leq x \leq 2$.</p>		

EUROPÄISCHES ABITUR 2023: MATHEMATIK 3 STUNDEN

TEIL A	Seite 2/4	Punkte
<p>3) Gegeben sind die Funktionen f und F durch:</p> $f(x) = 4x^3 + 3x^2 \text{ und } F(x) = x^4 + x^3 + 5.$ <p>a) Beweisen Sie, dass F eine Stammfunktion von f ist.</p> <p>b) Berechnen Sie $\int_1^2 f(x) dx$.</p>		
		2 Punkte
		3 Punkte
<p>4) Die folgende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f und zwei Flächenstücke S_1 und S_2, die durch den Graphen von f und die x-Achse begrenzt sind.</p> <p>Der Graph ist symmetrisch zum Ursprung des Koordinatensystems.</p> <div align="center"> </div> <p>Es ist bekannt, dass $\int_{-4}^0 f(x) dx = 7$.</p> <p>a) Interpretieren Sie das Integral $\int_{-4}^0 f(x) dx$ grafisch.</p> <p>b) Bestimmen Sie</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\int_0^4 f(x) dx$. 2. $\int_{-4}^4 f(x) dx$. 3. den Inhalt des Flächenstücks S_2. 		
		2 Punkte
		3 Punkte

EUROPÄISCHES ABITUR 2023: MATHEMATIK 3 STUNDEN

TEIL A	Seite 3/4	Punkte
<p>5) Ein Schwimmbad wird entleert. Das Wasservolumen, das zurückbleibt, kann durch die Funktion V modelliert werden, gegeben durch</p> $V(t) = 5000 \cdot 0,60^t, \quad t \geq 0,$ <p>wobei die Zeit t in Stunden gemessen wird und $V(t)$, gemessen in Litern, das zum Zeitpunkt t verbleibende Wasservolumen ist.</p> <p>Die Entleerung des Schwimmbads beginnt zum Zeitpunkt $t = 0$.</p> <p>a) Bestimmen Sie das Wasservolumen im Schwimmbad zu Beginn der Entleerung und nach 1 Stunde.</p> <p>b) Berechnen Sie den Prozentsatz, mit dem das Wasservolumen pro Stunde abnimmt.</p> <p>c) Erklären Sie, was das Modell über das verbleibende Wasservolumen nach einer sehr langen Zeit aussagt.</p>	<p>2 Punkte</p> <p>2 Punkte</p> <p>1 Punkt</p>	
<p>6) a) Berechnen Sie, auf wie viele unterschiedliche Arten die Buchstaben des Wortes PARIS angeordnet werden können.</p> <p>b) Berechnen Sie, wie viele "Wörter" (die nicht unbedingt eine Bedeutung haben) Sie aus 3 verschiedenen Buchstaben mit den Buchstaben des Wortes PARIS bilden können.</p>	<p>2 Punkte</p> <p>3 Punkte</p>	
<p>7) Eine Umfrage unter 100 Studenten, die sich an einer Universität einschreiben, zeigt, dass</p> <ul style="list-style-type: none"> • 45 Englisch sprechen • 40 Französisch sprechen • 35 Deutsch sprechen • 20 sowohl Englisch als auch Französisch sprechen • 23 sowohl Englisch als auch Deutsch sprechen • 19 sowohl Französisch als auch Deutsch sprechen • 12 alle drei Sprachen sprechen. <p>Bestimmen Sie mithilfe eines Venn-Diagramms oder auf andere Weise die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Schüler aus diesen 100 Schülern nur eine dieser drei Sprachen spricht.</p>	<p>5 Punkte</p>	

EUROPÄISCHES ABITUR 2023: MATHEMATIK 3 STUNDEN

TEIL A	Seite 4/4	Punkte
<p>8) Bewerber für eine Stelle in einem großen Unternehmen müssen einen Eignungstest ablegen. Sie werden entweder</p> <ul style="list-style-type: none"> • mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{5}$ angenommen oder • mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2}$ abgelehnt oder • mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{3}{10}$ erneut getestet. <p>Bei einer erneuten Prüfung gibt es nur zwei Ergebnisse: Annahme mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{2}{5}$ oder Ablehnung mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{3}{5}$.</p> <p>a) Zeichnen Sie ein Baumdiagramm zur Veranschaulichung der Ergebnisse.</p> <p>b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Bewerber angenommen wird.</p>	<p>2 Punkte</p> <p>3 Punkte</p>	
<p>9) Eine verfälschte Münze wird mehrmals geworfen.</p> <p>Bei jedem Wurf ist die Wahrscheinlichkeit, Kopf zu erhalten, $\frac{1}{3}$.</p> <p>a) Handelt es sich hierbei um einen Bernoulli-Prozess? Begründen Sie Ihre Antwort.</p> <p>b) Die Münze wird 3 Mal geworfen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, genau 2 mal Kopf zu erhalten.</p> <p>c) Die Münze wird 60 Mal geworfen. Berechnen Sie den Erwartungswert für die Anzahl der Würfe, bei denen Sie Kopf erhalten.</p>	<p>2 Punkte</p> <p>2 Punkte</p> <p>1 Punkt</p>	
<p>10) Eine Maschine produziert Stahlkugeln. Der Durchmesser der Stahlkugeln ist normalverteilt mit einem Erwartungswert $\mu = 18,0$ mm und einer Standardabweichung $\sigma = 0,5$ mm. Eine Stahlkugel wird nach dem Zufallsprinzip ausgewählt.</p> <p>a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Durchmesser zwischen 17,0 mm und 19,0 mm liegt.</p> <p>b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Durchmesser zwischen 17,0 mm und 18,5 mm liegt.</p> <p>c) Eine Ladung von 400 Stahlkugeln wird nach dem Zufallsprinzip aus dieser Produktion ausgewählt und der Durchmesser jeder Stahlkugel wird gemessen. Wenn der Durchmesser einer Stahlkugel weniger als 17,0 mm beträgt, wird sie verworfen. Schätzen Sie, wie viele Stahlkugeln verworfen werden.</p>	<p>1 Punkt</p> <p>2 Punkte</p> <p>2 Punkte</p>	