

MATHEMATIK 3 STUNDEN TEIL A

RESERVE Fragen

DATUM : 18. Juni 2024, Nachmittag

DAUER DER PRÜFUNG:

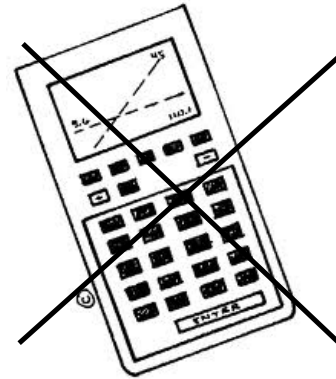
2 Stunden (120 Minuten)

ERLAUBTE HILFSMITTEL:

Prüfung ohne technologisches Hilfsmittel

Bleistift für Zeichnungen

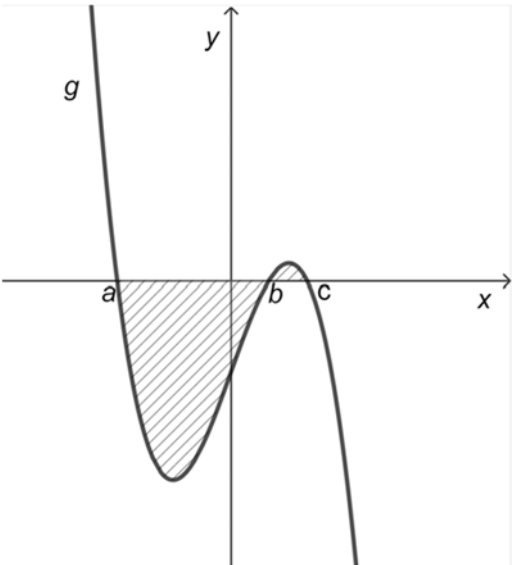
Formelsammlung / Formula Booklet/ Recueil de formules

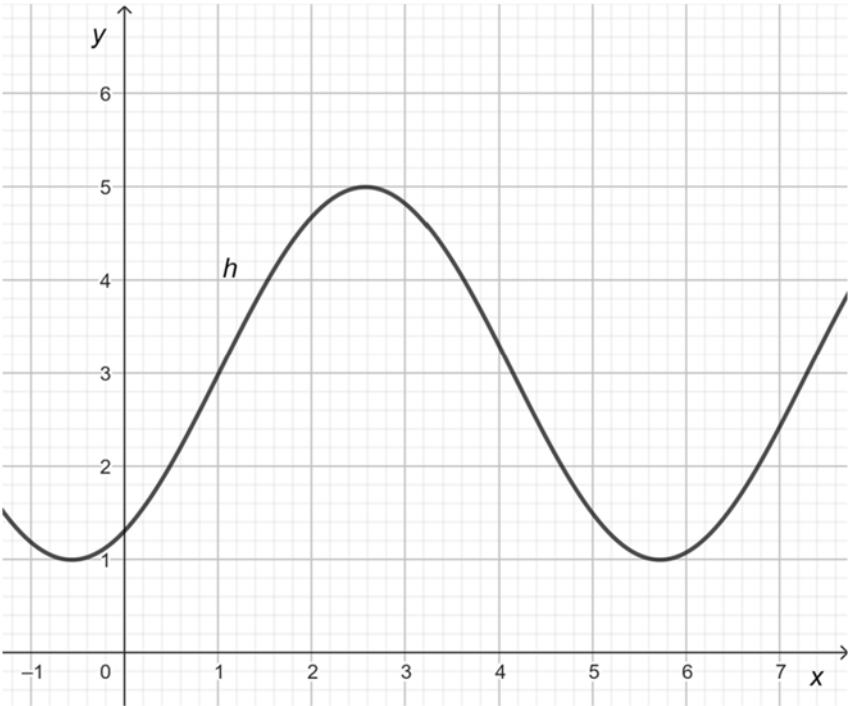


SPEZIFISCHE ANWEISUNGEN:

- Die Antworten müssen durch Erklärungen erläutert werden.
- Die Antworten müssen die Überlegungen darlegen, die zu den angegebenen Ergebnissen oder Lösungen führen.
- Wenn Graphen oder Diagramme verwendet werden, um eine Lösung zu finden, müssen diese als Teil der Antwort skizziert werden.
- Sofern nicht anders angegeben, wird keine volle Punktzahl erteilt, wenn für eine richtige Antwort keine erklärende Begründung oder Erläuterung gegeben wird, auf welchem Weg die Ergebnisse oder die Lösungen ermittelt wurden.
- Wenn die angegebene Antwort nicht korrekt ist, können trotzdem Teilpunkte vergeben werden, wenn erkennbar ist, dass eine geeignete Methode oder ein richtiger Ansatz verwendet wurde.

EUROPÄISCHES ABITUR 2024: Reserve MATHEMATIK 3 STUNDEN

TEIL A	Seite 1/6	Punkte
<p>1) Gegeben ist die Funktion f durch</p> $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 45.$ <p>Bestimmen Sie die Koordinaten der Extrema der Funktion f und geben Sie deren Art an.</p>		
<p>2) Das folgende Diagramm zeigt den Graphen einer Funktion g.</p> 		
<p>Geben Sie für jeden der folgenden Ausdrücke an, ob er den schraffierten Flächeninhalt darstellt. Begründen Sie Ihre Antwort.</p> <p>a) $\int_a^c g(x) dx$</p> <p>b) $\int_a^b g(x) dx + \int_b^c g(x) dx$</p> <p>c) $\left \int_a^c g(x) dx \right$</p> <p>d) $-\int_a^b g(x) dx + \int_b^c g(x) dx.$</p>		

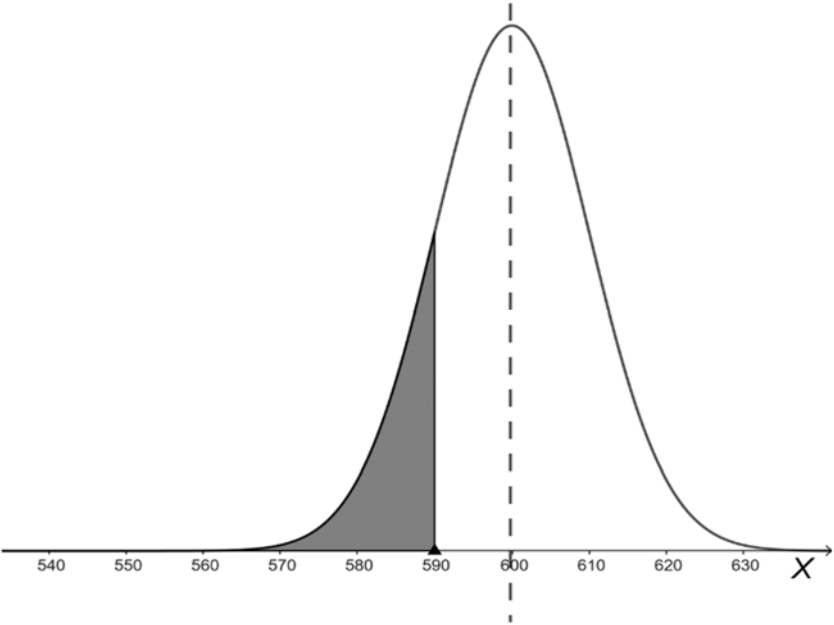
TEIL A	Seite 2/6	Punkte
<p>3) Ein Auto fährt auf einer horizontalen Straße und die Entfernung vom Ausgangspunkt wird über einen Zeitraum von 8 Sekunden beobachtet, beginnend mit $t = 4$ Sekunden.</p> <p>Die Entfernung ist durch die Funktion d gegeben durch</p> $d(t) = \frac{1}{4}t^3 - 2t^2 + 5t + 3 \quad \text{mit } t \in [4;12]$ <p>wobei t die Zeit in Sekunden ist und $d(t)$ in Metern ausgedrückt ist.</p> <p>a) Zeigen Sie, dass sich das Auto zu Beginn der Beobachtung 7 m vom Ausgangspunkt entfernt befindet.</p> <p>b) Bestimmen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit des Autos zwischen 4 Sekunden und 10 Sekunden.</p> <p>c) Bestimmen Sie die Momentangeschwindigkeit des Autos zum Zeitpunkt $t = 10$ Sekunden.</p>		<p>1 Punkt</p> <p>2 Punkte</p> <p>2 Punkte</p>
<p>4) Das folgende Diagramm zeigt den Graphen einer Sinusfunktion h mit einer Periodenlänge von 2π.</p>  <p>Bestimmen Sie $h(x)$.</p>		<p>5 Punkte</p>

EUROPÄISCHES ABITUR 2024: Reserve MATHEMATIK 3 STUNDEN

TEIL A	Seite 3/6	Punkte
<p>5) Zwischen dem 1. Januar 2000 und dem 1. Januar 2023 untersuchte eine Gruppe von Wissenschaftlern den Flächeninhalt der Wasseroberfläche eines Sees in einer europäischen Gebirgsregion. Sie erstellten ein Modell, das besagt, dass der Flächeninhalt der Wasseroberfläche des Sees jedes Jahr um 10 % abnimmt.</p> <p>Der ursprüngliche Flächeninhalt der Wasseroberfläche des Sees beträgt 5 km^2 (qkm).</p> <p>a) Erläutern Sie, warum der Flächeninhalt der Wasseroberfläche des Sees durch eine Funktion s modelliert werden kann, die durch $s(t) = 5 \cdot 0,9^t$ gegeben ist, wobei t die Anzahl der Jahre seit dem Jahr 2000 ist und $s(t)$ in km^2 ausgedrückt wird.</p> <p>b) Bestimmen Sie anhand dieses Modells den Flächeninhalt der Wasseroberfläche des Sees im Jahr 2002.</p> <p>c) Nehmen Sie an, dass das Modell über längere Zeit gültig bleibt.</p> <p>Beschreiben Sie die Entwicklung des Flächeninhalts der Wasseroberfläche des Sees im Laufe der Zeit.</p>		<p>2 Punkte</p> <p>1 Punkt</p> <p>2 Punkte</p>
<p>6) Peter bewirbt sich um seine erste Stelle. Er schickt sein Bewerbungsschreiben an 2 verschiedene Unternehmen. Die Wahrscheinlichkeit, dass genau ein Unternehmen ihm antwortet, ist 0,45. Die Wahrscheinlichkeit, dass ihm kein Unternehmen antwortet, ist 0,3 .</p> <p>a) Zeichnen Sie ein Venn-Diagramm, das die obigen Informationen veranschaulicht.</p> <p>b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide Unternehmen Peter antworten werden. Geben Sie die Antwort in Prozent an.</p>		<p>2 Punkte</p> <p>3 Punkte</p>

EUROPÄISCHES ABITUR 2024: Reserve MATHEMATIK 3 STUNDEN

TEIL A	Seite 4/6	Punkte
<p>7) Die Verteilung der Paprikaschoten an einem Marktstand eines Produzenten sieht folgendermaßen aus:</p> <p>$\frac{2}{5}$ der Paprikaschoten sind grün; davon ist die Hälfte aus biologischem Anbau.</p> <p>$\frac{9}{20}$ der Paprikaschoten sind rot; davon sind 40 % aus biologischem Anbau.</p> <p>$\frac{3}{20}$ der Paprikaschoten sind gelb; davon sind 80 % aus biologischem Anbau.</p> <p>Eine Paprikaschote wird nach dem Zufallsprinzip ausgewählt.</p> <p>Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diese Paprikaschote aus biologischem Anbau ist.</p>		5 Punkte
<p>8) Eine Fußballmannschaft, die aus 18 Spielern besteht, begreift 3 Torhüter, 5 Verteidiger, 6 Mittelfeldspieler und 4 Stürmer.</p> <p>a) Der Trainer wählt 3 dieser Verteidiger aus, die das nächste Spiel bestreiten.</p> <p>Berechnen Sie, wie viele verschiedene Gruppen von drei Verteidigern der Trainer auswählen kann.</p>		1 Punkt
<p>b) Die drei Verteidiger wurden ausgewählt. Nun wird einem von ihnen der linke Teil des Spielfelds zugewiesen, einem von ihnen der mittlere Teil und einem von ihnen der rechte Teil.</p> <p>Berechnen Sie, auf wie viele verschiedene Art und Weisen sich diese 3 Verteidiger auf dem Spielfeld positionieren können.</p>		1 Punkt
<p>c) 11 Spieler sollen für das Spiel ausgewählt werden: Diese Mannschaft wird aus 1 Torwart, 3 Verteidigern, 5 Mittelfeldspielern und 2 Stürmern bestehen. Die 3 Verteidiger sind ausgewählt worden.</p> <p>Bestimmen Sie, wie viele verschiedene Gruppen von 8 Spielern der Trainer auswählen kann, um die verbleibenden Plätze zu besetzen.</p>		3 Punkte

TEIL A	Seite 5/6	Punkte
<p>9) Eine Brauerei hat eine Maschine, die Flaschen mit Softdrinks abfüllt. Die Maschine ist so eingestellt, dass die Menge des in eine Flasche abgefüllten Softdrinks einer Normalverteilung mit einem Erwartungswert von 505 mL und einer Standardabweichung von 2 mL folgt.</p> <p>a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Flasche mindestens 505 mL Softdrink enthält.</p> <p>b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Flasche zwischen 501 mL und 509 mL Softdrink enthält.</p> <p>Eine andere Maschine füllt Flaschen mit Saft ab. Es wird angenommen, dass die in einer Flasche enthaltene Saftmenge einer Normalverteilung mit Erwartungswert μ mL und Standardabweichung σ mL folgt. Es ist gegeben, dass $P(X \leq 590) = 0,1587$. Das Diagramm dieser Normalverteilung ist unten dargestellt.</p>  <p>c) Geben Sie den Wert des Erwartungswerts dieser Normalverteilung an und begründen Sie Ihre Antwort.</p> <p>d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Flasche mehr als 590 mL Saft enthält. Geben Sie die Antwort auf das nächste Zehntel genau an.</p>		<p>1 Punkt</p> <p>1 Punkt</p> <p>1 Punkt</p> <p>2 Punkte</p>

EUROPÄISCHES ABITUR 2024: Reserve MATHEMATIK 3 STUNDEN

TEIL A		Seite 6/6	Punkte														
<p>10) In einer Population von Fischen sind etwa 42 % weiblich. Es wird ein Test durchgeführt, weil es möglich ist, dass dieser Anteil in Wirklichkeit geringer ist.</p> <p>a) Geben Sie die Nullhypothese H_0 und die Alternativhypothese H_1 an.</p> <p>b) X sei die Zufallsvariable, die die Anzahl der weiblichen Fische in einer Stichprobe von 20 Fischen angibt. Die Tabelle unten zeigt die Werte von $P(X \leq k)$ für $k = 3, 4, 5, 6, 7, 8$, für eine Wahrscheinlichkeit von 42%, dass ein bestimmter Fisch ein Weibchen ist.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td align="center">k</td> <td align="center">3</td> <td align="center">4</td> <td align="center">5</td> <td align="center">6</td> <td align="center">7</td> <td align="center">8</td> </tr> <tr> <td align="center">$P(X \leq k)$</td> <td align="center">0,0102</td> <td align="center">0,0349</td> <td align="center">0,0922</td> <td align="center">0,1959</td> <td align="center">0,3461</td> <td align="center">0,5229</td> </tr> </table> <p>Bestimmen Sie den kritischen Wert k, wenn das Signifikanzniveau auf 5 % festgelegt ist, und interpretieren Sie diesen Wert.</p>	k	3	4	5	6	7	8	$P(X \leq k)$	0,0102	0,0349	0,0922	0,1959	0,3461	0,5229		2 Punkte	3 Punkte
k	3	4	5	6	7	8											
$P(X \leq k)$	0,0102	0,0349	0,0922	0,1959	0,3461	0,5229											