

Baccalauréat ES Centres étrangers juin 2005

EXERCICE 1

3 points

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte. L'exercice consiste à cocher cette réponse exacte sans explication.

Barème : Une bonne réponse rapporte 0,5 point ; une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

Si le total de points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

	QUESTIONS	RÉPONSES CHOISIES
1.	La fonction : $x \mapsto ex + \ln 2$ a pour dérivée	<input type="checkbox"/> $x \mapsto ex$ <input type="checkbox"/> $x \mapsto ex + \frac{1}{2}$ <input type="checkbox"/> $x \mapsto e$
2.	La fonction $x \mapsto \ln(3x) + \ln 3$ a pour dérivée	<input type="checkbox"/> $x \mapsto \frac{1}{3x} + \frac{1}{3}$ <input type="checkbox"/> $x \mapsto \frac{1}{x}$ <input type="checkbox"/> $x \mapsto \frac{1}{3x}$
3.	Sur \mathbb{R} , une primitive de la fonction $x \mapsto e^{-2x+3}$ est	<input type="checkbox"/> $x \mapsto -2e^{-2x+3}$ <input type="checkbox"/> $x \mapsto e^{-2x+3}$ <input type="checkbox"/> $x \mapsto -\frac{1}{2}e^{-2x+3}$
4.	Dans \mathbb{R} , l'équation : $e^{2x} + e^x - 6 = 0$ possède	<input type="checkbox"/> 2 solutions <input type="checkbox"/> 1 solution <input type="checkbox"/> 0 solution
5.	Dans $]0; +\infty[$, l'équation : $(\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0$ possède	<input type="checkbox"/> 2 solutions <input type="checkbox"/> 1 solution <input type="checkbox"/> 0 solution
6.	Dans \mathbb{R} l'équation : $1, 1^x = 2, 2$ a pour solution le nombre	<input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> $\ln 2$ <input type="checkbox"/> $\frac{\ln 2, 2}{\ln 1, 1}$

EXERCICE 2

5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

(Les probabilités demandées seront exprimées sous forme de fractions irréductibles)

Une boîte de jeu est constituée de questions portant sur les deux thèmes « Cinéma » ou « Musique ».

Cette boîte contient un tiers de questions portant sur le thème « Cinéma », les autres portant sur le thème « Musique ».

Le candidat à ce jeu s'appelle Pierre.

PREMIÈRE PARTIE : Dans cette partie, on pose à Pierre une question choisie au hasard dans la boîte et on sait que :

- La probabilité que Pierre réponde correctement à une question du thème « Cinéma » est égale à $\frac{1}{2}$.
- La probabilité que Pierre réponde correctement une question du thème « Musique » est égale à $\frac{3}{4}$.

On considère les évènements suivants :

C : la question porte sur le thème « Cinéma »,

M : la question porte sur le thème « Musique »,

E : Pierre répond correctement à la question posée.

1. Déterminer la probabilité de l'évènement :
« La question porte sur le thème « Musique » et Pierre y a répondu correctement ».
2. Montrer que la probabilité de l'évènement E est égale à $\frac{2}{3}$.
3. On suppose que Pierre n'a pas répondu correctement à la question posée; quelle est la probabilité pour que la question ait porté sur le thème « Cinéma »?
(Certaines de ces réponses pourront être justifiées à l'aide d'un arbre de probabilités)

DEUXIÈME PARTIE : En fait le jeu se déroule de la façon suivante :

On pose à Pierre une première question (selon les modalités décrites dans la première partie) et il marque 5 points s'il répond correctement et le jeu s'arrête.

Sinon, on lui pose une deuxième question choisie, indépendamment de la première et il marque 2 points s'il répond correctement et le jeu s'arrête.

Sinon, on lui pose une troisième question (choisie indépendamment des deux précédentes) et il marque 1 point s'il répond correctement.

Sinon le jeu s'arrête et il ne marque aucun point.

À chaque fois qu'une question est tirée, on remet dans la boîte une question portant sur le même thème.

1. Traduire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
2. Définir la loi de probabilité du nombre de points marqués par Pierre.
3. Calculer l'espérance mathématique du nombre de points marqués par Pierre.

EXERCICE 2

5 points

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On a divisé une population en deux catégories : « fumeurs » et « non-fumeurs ».

Une étude statistique a permis de constater que, d'une génération à l'autre,

- 60 % des descendants de fumeurs sont des fumeurs,
- 10 % des descendants de non-fumeurs sont des fumeurs.

On suppose que le taux de fécondité des fumeurs est le même que celui des non-fumeurs.

On désigne par :

- f_n le pourcentage de fumeurs à la génération de rang n ,
- $g_n = 1 - f_n$ le pourcentage de non-fumeurs à la génération de rang n , où n est un entier naturel.

On considère qu'à la génération 0, il y a autant de fumeurs que de non-fumeurs.

On a donc $f_0 = g_0 = 0,5$.

1. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste.

2. Justifier l'égalité matricielle :

$$(f_{n+1} \quad g_{n+1}) = (f_n \quad g_n) \times A \text{ où } A \text{ désigne la matrice : } \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$$

3. Déterminer le pourcentage de fumeurs à la génération de rang 2.
4. Déterminer l'état probabiliste stable et l'interpréter.
5. Montrer que : pour tout entier naturel n , $f_{n+1} = 0,5f_n + 0,1$.
6. On pose, pour tout entier naturel n , $u_n = f_n - 0,2$.
 - a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - b. Donner l'expression de u_n en fonction de n .
 - c. En déduire que, pour tout entier naturel n , $f_n = 0,3 \times 0,5^n + 0,2$.
 - d. Déterminer la limite de la suite (f_n) lorsque n tend vers $+\infty$ et l'interpréter.

EXERCICE 3

6 points

Commun à tous les candidats

Sur la figure ci-dessous on donne les représentations graphiques \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 de deux fonctions f_1 et f_2 définies et dérivables sur $[0; 3]$.

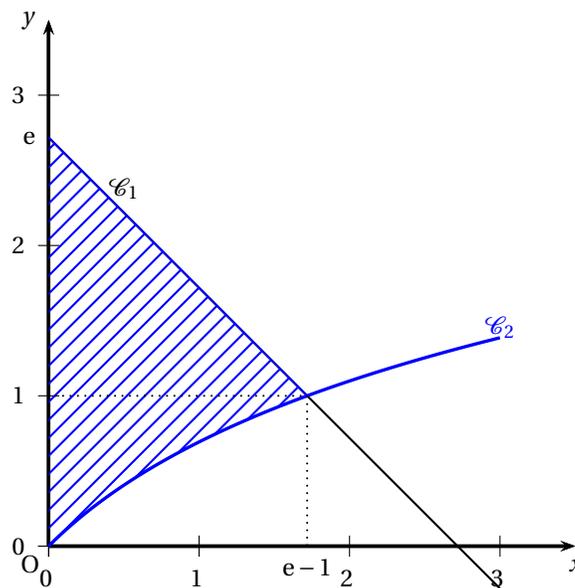


Figure 1

1. L'une des deux courbes représentées ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f définie sur $[0; 3]$ par $f(x) = f_1(x) - f_2(x)$.

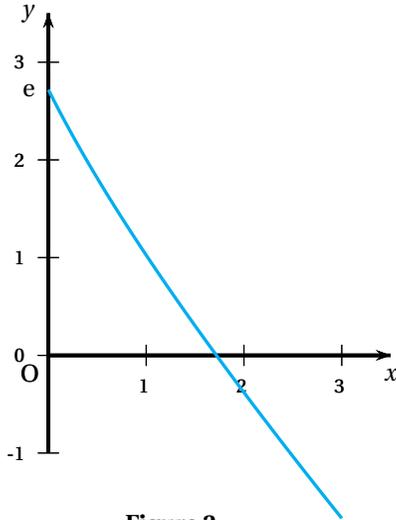


Figure 2

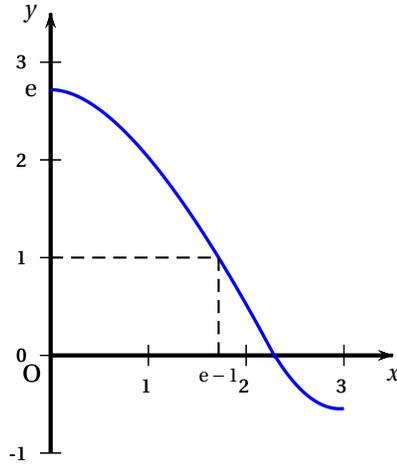


Figure 3

Laquelle de ces deux courbes ne peut pas convenir ?

2. a. Donner le tableau de signes de la fonction f sur l'intervalle $[0; 3]$.
- b. Donner le tableau de signes de la fonction f' dérivée de f sur l'intervalle $[0; 3]$.
3. On note F une primitive de f sur $[0; 3]$. Indiquer les variations de F sur l'intervalle $[0; 3]$.
4. L'une des trois fonctions représentées ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction F .

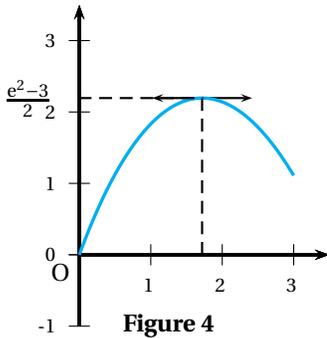


Figure 4

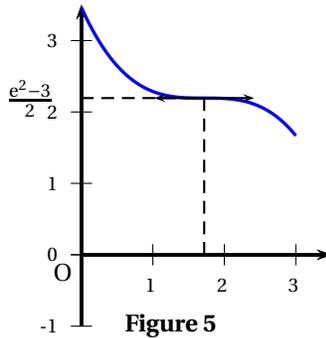


Figure 5

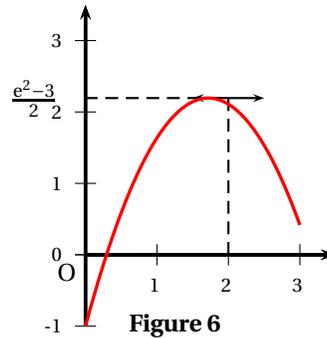


Figure 6

Justifier que les courbes représentées sur les figures 5 et 6 ne peuvent pas convenir.

5. Donner la valeur exacte de $\int_0^{e^{-1}} f(x) dx$.
6. Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire du domaine hachuré sur la figure 1.

EXERCICE 4

6 points

Commun à tous tes candidats

Un club sportif a été créé en 1998; à l'origine le nombre d'adhérents était égal à 600.

Première partie Étude du nombre d'adhérents de 1998 à 2004

On donne, dans le tableau ci-dessous, le nombre d'adhérents de 1998, à 2003 :

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003
rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
nombre d'adhérents y_i	600	690	794	913	1 045	1 207

On pose $Y_i = \ln(y_i)$ et on réalise un ajustement affine par la méthode des moindres carrés du nuage de points $(x_i ; Y_i)$.

Une équation de la droite d'ajustement de Y par rapport à x est $Y = 0,14x + 6,397$.

En utilisant cet ajustement,

1. Déterminer une prévision du nombre d'adhérents en 2004.
2. Justifier les affirmations suivantes :
 - a. $y_i = 600 \times 1,15^{x_i}$; 600 a été arrondi à l'unité, 1,15 a été arrondi au centième.
 - b. De 1998 à 2004, on peut considérer que le nombre d'adhérents a augmenté de 15 % par an.

Deuxième partie : Étude du nombre d'adhérents à partir de l'année 2004

En fait le club a compté 2 400 adhérents lors de l'année 2004.

On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{3600}{1 + 0,5e^{-x}}.$$

On suppose que le nombre d'adhérents en $(2004 + n)$ est égal à $f(n)$, où n est un entier naturel.

1. Déterminer la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$ et l'interpréter.
2. On se propose de calculer le nombre moyen d'adhérents M de 2005 à 2009
 - a. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

Année	2005	2006	2007	2008	2009
n	1	2	3	4	5
$f(n)$	3 040				
Les valeurs de $f(n)$ seront arrondies à l'unité					

- b. Calculer la valeur de M , moyenne du nombre prévisionnel d'adhérents entre 2005 et 2009 (le résultat sera arrondi à l'unité).
3. On considère la fonction F définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$F(x) = 3600 \ln(e^x + 0,5).$$

- a. Montrer que F est une primitive de f sur $[0 ; +\infty[$.
- b. Calculer la valeur moyenne μ de f sur l'intervalle $[0,5 ; 5,5]$.
On pourra constater que les valeurs M et μ sont proches.