Racines carrées — exercices corrigés

Il s'agit de la correction des exercices du manuel Sésamath 3e 2012 :
`http://www.barsamian.am/S4P4/Chap4_Racines.pdf`

Exercice 15

1. $32 = 16 \times 2$ donc $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.
2. $500 = 100 \times 5$ donc $\sqrt{500} = \sqrt{100 \times 5} = \sqrt{100} \times \sqrt{5} = 10\sqrt{5}$.
3. $75 = 25 \times 3$ donc $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$.
4. $80 = 16 \times 5$ donc $\sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$.

Exercice 13

Pour cet exercice comme le suivant, on va utiliser le fait que $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

a) $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$.

b) $\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$.

c) $\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 2^2 \times \sqrt{3}^2 = 4 \times 3 = 12$.

d) $\sqrt{4,5} \times \sqrt{2} = \sqrt{4,5 \times 2} = \sqrt{9} = 3$.

e) $\dfrac{\sqrt{56}}{\sqrt{14}} = \sqrt{\dfrac{56}{14}} = \sqrt{4} = 2$.

f) $\dfrac{\sqrt{7} \times \sqrt{6}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{7 \times 6}}{\sqrt{2 \times 3}} = \dfrac{\sqrt{42}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\dfrac{42}{6}} = \sqrt{7}$.

Exercice 19

a) $\dfrac{\sqrt{147}}{\sqrt{75}} = \sqrt{\dfrac{147}{75}} = \sqrt{\dfrac{\cancel{3} \times 49}{\cancel{3} \times 25}} = \sqrt{\dfrac{49}{25}} = \dfrac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}} = \dfrac{7}{5}$.

b) $\dfrac{8\sqrt{5}}{3\sqrt{20}} = \dfrac{8\sqrt{5}}{3\sqrt{4 \times 5}} = \dfrac{8\cancel{\sqrt{5}}}{3\sqrt{4} \times \cancel{\sqrt{5}}} = \dfrac{4 \times \cancel{2}}{3 \times \cancel{2}} = \dfrac{4}{3}$.

c) $\sqrt{\dfrac{28}{42}} \times \dfrac{\sqrt{30}}{\sqrt{45}} = \sqrt{\dfrac{\cancel{2} \times 14}{\cancel{2} \times 21}} \times \dfrac{\sqrt{2 \times 15}}{\sqrt{3 \times 15}} = \sqrt{\dfrac{\cancel{7} \times 2}{\cancel{7} \times 3}} \times \dfrac{\sqrt{2} \times \cancel{\sqrt{15}}}{\sqrt{3} \times \cancel{\sqrt{15}}} = \sqrt{\dfrac{2}{3}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{2}{3}} \times \sqrt{\dfrac{2}{3}} = \dfrac{2}{3}$.

Exercice 45

Pour cet exercice, réduire signifie écrire le plus simplement possible. On va donc, comme dans les exercices précédents, essayer de simplifier au maximum ce qu'il y a dans les racines.

- $A = \sqrt{3}(2 - 5\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3}^2 = 2\sqrt{3} - 5 \times 3 = 2\sqrt{3} - 15$.
- $B = 5\sqrt{2}(\sqrt{2} - 7\sqrt{18}) = 5\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 5\sqrt{2} \times 7\sqrt{18} = 5 \times 2 - 35\sqrt{2 \times 18} = 10 - 35\sqrt{36} = 10 - 35 \times 6 = 10 - 210 = -200$.
- $C = (\sqrt{6} + 2)\sqrt{2} = \sqrt{6}\ \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = \sqrt{12} + 2\sqrt{2} = \sqrt{4 \times 3} + 2\sqrt{2} = \sqrt{4}\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$.
- $D = 2\sqrt{12}(\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{6}) = 2\sqrt{12}\sqrt{12} - 2\sqrt{12}\sqrt{3} + 2\sqrt{12}\sqrt{6} = 2 \times 12 - 2\sqrt{12 \times 3} + 2\sqrt{12 \times 6} = 24 - 2\sqrt{36} + 2\sqrt{72} = 24 - 2 \times 6 + 2\sqrt{36 \times 2} = 24 - 12 + 2\sqrt{36}\sqrt{2} = 12 + 2 \times 6\sqrt{2} = 12 + 12\sqrt{2}$.

Exercice 36

a)
- $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
- $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$
- On en déduit que $5\sqrt{12} - \sqrt{75} = 5 \times 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = (10 - 5)\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

b) Le quadrilatère ABCD est un rectangle d'après le codage de la figure (4 angles droits). De plus, deux côtés adjacents sont égaux ($AB = AD$ car on vient de démontrer que $5\sqrt{12} - \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$), c'est donc un carré.

c) Le périmètre de $ABCD$, exprimé en centimètres, est donc $4 \times 5\sqrt{3} = 20\sqrt{3} \approx 34,6$.

d) L'aire exacte de $ABCD$ est $\mathcal{A} = \left(5\sqrt{3}\right)^2 = 5^2 \times \left(\sqrt{3}\right)^2 = 25 \times 3 = 75$.