Chapitre 8.
Fonctions (1/2)

Yann Barsamian

École Européenne de Bruxelles 1

Année scolaire 2023–2024

Plan du chapitre

- Notion de fonction
- Fonctions linéaires (proportionnalité)
- Fonction inverse (proportionnalité inverse)

Introduction

Une introduction à la notion de fonction est dans la vidéo suivante (30 minutes) :

`https://www.lumni.fr/video/introduction-de-la-notion-de-fonction`

Thèmes abordés :

- notion de fonction
- tableau de valeurs, graphique
- image, antécédent

En application, les exercices 2 à 4 de la feuille.

Notion de fonction

Une fonction est une « machine » qui prend des nombres en entrée et qui produit des nombres en sortie.

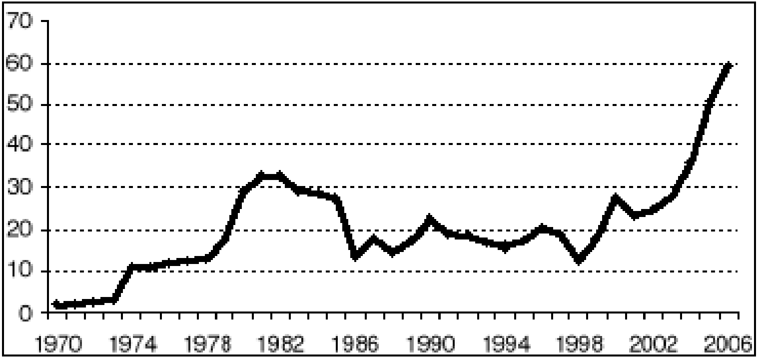
Exemple : une fonction T qui donne la température (en °C) selon l'heure. S'il fait -10°C à 8h, alors on écrit $T(8) = -10$. Dans ce cas, la fonction T prend en entrée une heure et donne en sortie la température.

Comme le montre la vidéo, il y a essentiellement deux manières de représenter une fonction :

- le tableau de valeurs
- le graphique

I/ Notion de fonction

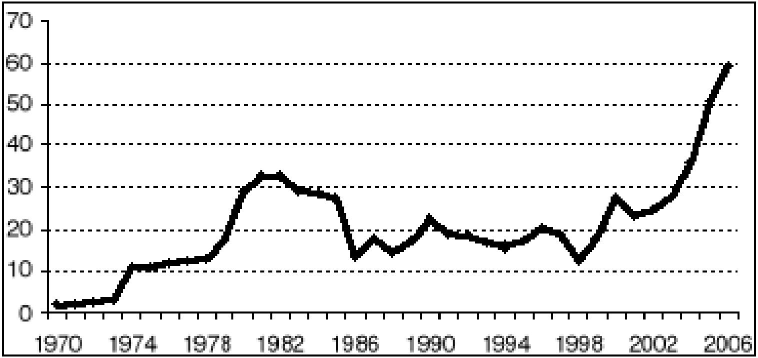
Voici la courbe qui donne le prix en dollars d'un baril de pétrole en fonction du temps en années. On note cette fonction p : donc $p(t)$ correspond au prix d'un baril de pétrole lors de l'année t.



Source : Organisation des Pays Exportateurs de Pétrole

I/ Notion de fonction

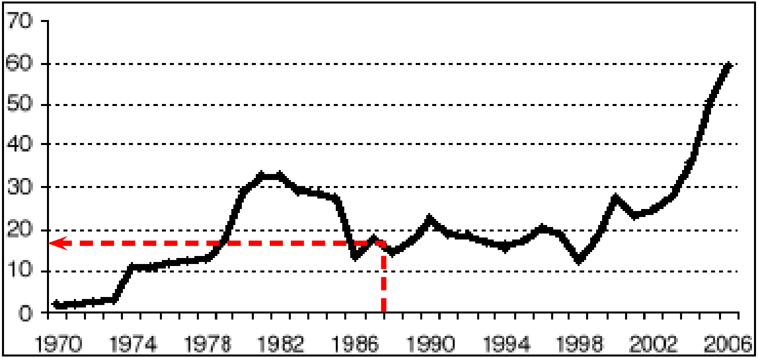
Voici la courbe qui donne le prix en dollars d'un baril de pétrole <u>en fonction</u> du temps en années. On note cette fonction p : donc $p(t)$ correspond au prix d'un baril de pétrole lors de l'année t.



Source : Organisation des Pays Exportateurs de Pétrole

« Quel est le prix d'un baril de pétrole en l'année 1 987 ? » : c'est la lecture de l'image de 1987 par p.

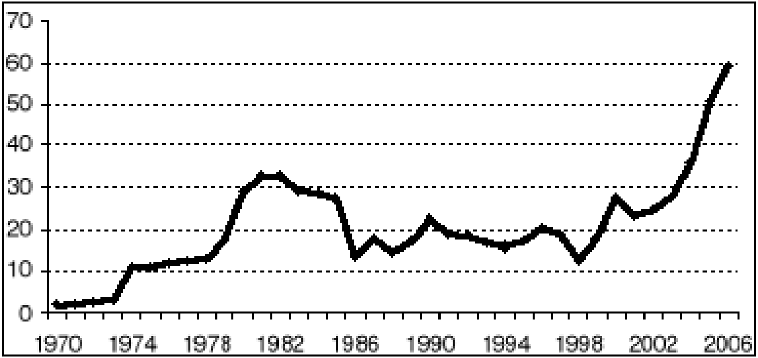
Voici la courbe qui donne le prix en dollars d'un baril de pétrole en fonction du temps en années. On note cette fonction p : donc $p(t)$ correspond au prix d'un baril de pétrole lors de l'année t.



Source : Organisation des Pays Exportateurs de Pétrole

« Quel est le prix d'un baril de pétrole en l'année 1 987 ? » : c'est la lecture de l'image de 1987 par p.

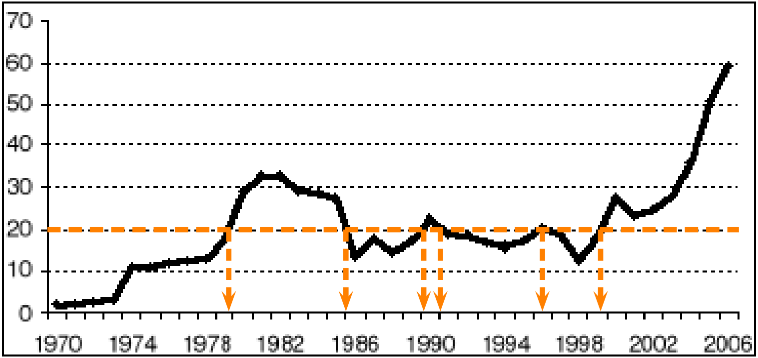
Voici la courbe qui donne le prix en dollars d'un baril de pétrole en fonction du temps en années. On note cette fonction p : donc $p(t)$ correspond au prix d'un baril de pétrole lors de l'année t.



Source : Organisation des Pays Exportateurs de Pétrole

« En quelle(s) année(s) le baril de pétrole a-t-il coûté 20$? » : c'est la lecture des antécédents de 20 par p.

Voici la courbe qui donne le prix en dollars d'un baril de pétrole en fonction du temps en années. On note cette fonction p : donc $p(t)$ correspond au prix d'un baril de pétrole lors de l'année t.



Source : Organisation des Pays Exportateurs de Pétrole

« En quelle(s) année(s) le baril de pétrole a-t-il coûté 20\$? » : c'est la lecture des antécédents de 20 par p.

Parfois, on a l'expression d'une fonction, comme : $f(x) = x^2 - 4$.
La fonction f est la machine qui, pour x en entrée, produit $x^2 - 4$ (elle met au carré x et retranche 4).

Expression d'une fonction

Si on a par exemple $f(x) = x^2 - 4$, alors :

- l'image d'un nombre se calcule en remplaçant x par la valeur :

$$f(-3) = (-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5$$

- 5 est l'image de -3 par f
- le(s) antécédent(s) d'un nombre (par ex. 12) se calcule(nt) en trouvant le x qui donne cette valeur :

$$f(x) = 12 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 12 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm 4$$

- 4 et -4 sont les antécédents de 12 par f

Un graphique donne plus d'information qu'un tableau de valeurs (un tableau ne donne que quelques valeurs, le graphique les donne toutes, même si quand on le lit c'est approximatif).

Courbe d'une fonction

La représentation graphique d'une fonction f (ou courbe de f), c'est l'ensemble des points $(x; f(x))$.

Lire une image : on part de l'axe des abscisses, on regarde l'ordonnée du point qui correspond.

Lire un (des) antécédent(s) : on part de l'axe des ordonnées, on regarde quelle(s) abscisse(s) correspond(ent).

II/ Fonctions linéaires : $f(x) = a \cdot x$

Un cours sur les fonctions linéaires (suite de la vidéo d'introduction) est dans la vidéo suivante (30 minutes) :

`https://www.lumni.fr/video/les-fonctions-lineaires`

Thèmes abordés :

- rappels sur la vidéo précédente
- rappels sur la proportionnalité
- fonctions linéaires

En application, les exercices 5 à 7 de la feuille.

Fonction linéaire

- f traduit une relation de proportionnalité entre x et son image $f(x)$. Pour passer d'un nombre à son image, il suffit de multiplier (par le coefficient de proportionnalité).
- l'expression d'une fonction linéaire est $f(x) = a \cdot x$.
- la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine. Si a est positif, la droite monte, sinon elle descend.

Ce que l'on doit savoir faire :

- calculer des images (comme pour toute fonction).
  Exemple : si $g(x) = 2,5x$, on demande l'image de 4.
  Je calcule $g(4) = 2,5 \times 4 = 10$. L'image de 4 par g est $\boxed{10}$.
- calculer des antécédents : il suffit de résoudre une équation.
  Exemple : si $h(x) = 10x$, on demande le(s) antécédent(s) de 3.
  Dans ce cas on sait qu'il y aura un et un seul antécédent car c'est une fonction linéaire.
  Je résous $h(x) = 3$:
  $$\begin{aligned} 10x &= 3 \\ x &= 0,3 \end{aligned} \quad \div 10$$
  Il y a un unique antécédent à 3 par h, c'est $\boxed{0,3}$.

Proportionnalité inverse

- deux quantités sont en proportionnalité inverse si leur produit reste constant, ou si on peut écrire $f(x) = \dfrac{k}{x} = k \cdot \dfrac{1}{x}$.
- la représentation graphique d'une telle fonction est une hyperbole centrée en l'origine.
- Attention : dans ce cas, l'image de 0 n'existe pas !