Exercice 1 — Calculs sur des fractions

$$A = \frac{2}{3} - \frac{\frac{7}{3} \times 8}{21} = \frac{2}{3} - \frac{\frac{7 \times 8}{3}}{21} = \frac{2}{3} - \frac{7 \times 8}{3} \times \frac{1}{21} = \frac{2}{3} - \frac{\cancel{7} \times 8}{3 \times 3 \times \cancel{7}} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} - \frac{8}{9} = \boxed{\frac{-2}{9}}$$

$$B = \frac{\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \times 3}{2} = \frac{\left(\frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{5 \times 2}{6 \times 2}\right) \times 3}{2} = \frac{\left(\frac{-1}{12}\right) \times 3}{2} = \frac{\frac{-1}{4}}{2} = \boxed{\frac{-1}{8}}$$

$$C = \frac{\left(\frac{24 \div 3}{15 \div 3} + \frac{35 \div 5}{25 \div 5}\right) \times 20}{33} = \frac{\left(\frac{8}{5} + \frac{7}{5}\right) \times 20}{33} = \frac{\left(\frac{15}{5}\right) \times 20}{33} = \frac{3 \times 20}{33} = \boxed{\frac{20}{11}}$$

$$D = \frac{\frac{5 \times 2}{6 \times 2} - \frac{5 \times 3}{4 \times 3}}{\frac{1 \times 3}{2 \times 3} + \frac{2 \times 2}{3 \times 2}} = \frac{\frac{-5}{12}}{\frac{7}{6}} = \frac{-5}{12} \times \frac{6}{7} = \boxed{\frac{-5}{14}}.$$

Exercice 2 — Le crible d'Ératosthène (adapté du 120 p.62)

Les vingt-cinq nombres premiers inférieurs à 100 sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, et 97.

Exercice 3 — Le calendrier magique

Pour obtenir 11, il faut une face « 1 » sur chaque dé. De même pour 22. Il nous reste à placer 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Or on ne pourra pas faire tous les nombres entre 1 et 9 si on n'a pas un 0 sur chaque dé ! Il nous manque donc une case... à moins qu'on ne se rende compte que le 6 renversé fait un 9, on peut donc utiliser une seule case pour ces deux-là. Par exemple, on peut avoir :

- $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ sur le premier dé ;
- $\{0, 1, 2, 6, 7, 8\}$ sur le second dé.

Exercice BONUS — Encore plus de calculs sur des fractions

$\left(1 - \frac{5}{5}\right)$ ça fait 0. Donc $\boxed{A = 0}$.

La grosse fraction $\dfrac{\frac{23}{4} - 13 \times \frac{27}{19}}{\frac{23}{4} - 13 \times \frac{27}{19}}$ a le même numérateur et dénominateur. Du coup elle vaut 1. Et bien sûr, $\frac{25}{8} \div \frac{25}{8}$ ça fait 1, donc $\boxed{B = 1}$.

Chaque calcul de sous-fraction donne 1. Le calcul se fait dans le sens suivant :

$$C = \frac{12}{9 + \frac{8}{7 + \frac{6}{5 + \frac{4}{3 + \frac{2}{1+1}}}}} = \frac{12}{9 + \frac{8}{7 + \frac{6}{5 + \frac{4}{3+1}}}} = \frac{12}{9 + \frac{8}{7 + \frac{6}{5+1}}} = \frac{12}{9 + \frac{8}{7+1}} = \frac{12}{9+1} = \frac{12}{10} = \boxed{\frac{6}{5}}$$

On remarque que la dernière grosse fraction a le numérateur et le dénominateur opposés l'un de l'autre. Du coup $\dfrac{\frac{3}{7} - \frac{8}{9}}{\frac{8}{9} + \frac{3}{7}} = -1$. La multiplication à gauche donné 1, et donc $D = 1 - (-1) = \boxed{2}$.

Exercice 31 p.100

a) $3x(x+5) = 3x \times x + 3x \times 5 = \boxed{3x^2 + 15x}$

b) $-2x(x+6) = -2x \times x + (-2x) \times 6 = \boxed{-2x^2 - 12x}$

c) $-3x(4-5x) = -3x \times 4 + (-3x) \times (-5x) = \boxed{-12x + 15x^2}$

d) $(1+x)(1+2x) = 1 \times 1 + 1 \times 2x + x \times 1 + x \times 2x = 1 + 2x + x + 2x^2 = \boxed{1 + 3x + 2x^2}$

e) $(x^2+2)(x-1) = x^2 \times x - x^2 \times 1 + 2 \times x - 2 \times 1 = \boxed{x^3 - x^2 + 2x - 2}$

f) $2x^2(1-3x^2) = 2x^2 \times 1 - 2x^2 \times 3x^2 = \boxed{2x^2 - 6x^4}$

Exercice 32 p.100

a) $(x+3)(x+5) - 4x = x^2 + 5x + 3x + 15 - 4x = \boxed{15 + 4x + x^2}$

b) $x(3-2x) + 5x^2 + 2x = 3x - 2x^2 + 5x^2 + 2x = \boxed{5x + 3x^2}$

c) $(5-t)(1+2t) + 2(3t+4) = 5 + 10t - t - 2t^2 + 6t + 8 = \boxed{13 + 15t - 2t^2}$

d) $2x^2(x+6) - x^3 + 4x^2 - 2x = 2x^3 + 12x^2 - x^3 + 4x^2 - 2x = \boxed{-2x + 16x^2 + x^3}$

Exercice 33 p.100

D'abord, je rappelle les trois identités remarquables :

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

a) $(x+12)^2 = x^2 + 2 \times x \times 12 + 12^2 = \boxed{x^2 + 24x + 144}$

b) $(3x+1)(3x-1) = (3x)^2 - 1^2 = \boxed{9x^2 - 1}$

c) $(6-x)^2 = 6^2 - 2 \times 6 \times x + x^2 = \boxed{36 - 12x + x^2}$

d) $(x+1)^2 + (x-2)^2 = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 + x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2 = x^2 + 2x + 1 + x^2 - 4x + 4 = \boxed{2x^2 - 2x + 5}$