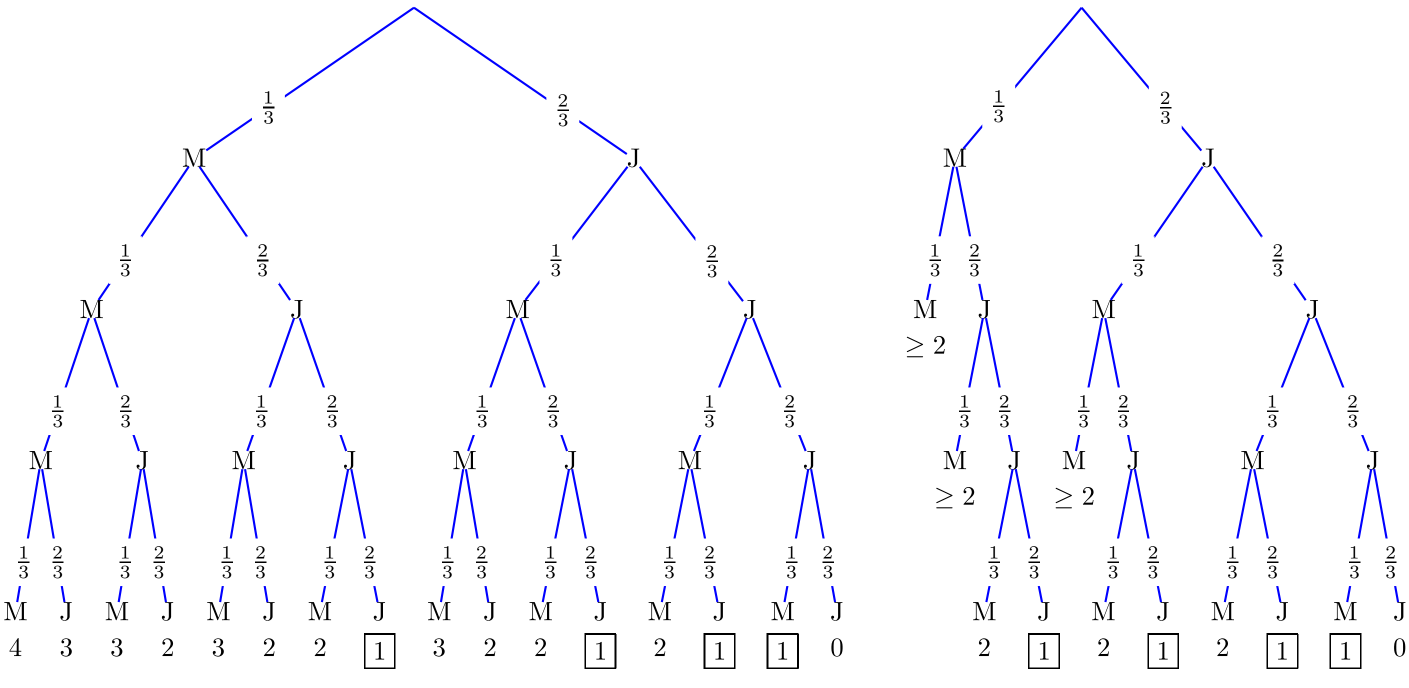
Exercice 97

5 points	Marc et Jeff jouent 4 matchs de tennis l'un contre l'autre. La probabilité que Marc gagne un match est de $\frac{1}{3}$. Les résultats de chaque match sont indépendants. **Calculez** la probabilité que Marc gagne exactement un des 4 matchs.

Ici, on peut dire qu'on reconnaît une situation de loi binomiale : on a la répétition de 4 événements identiques et indépendants. Si on note X la variable aléatoire « nombre de matchs gagnés par Marc », on nous demande donc $P(X=1)$. Et $P(X=1)$ est facile à calculer avec la formule, c'est $\binom{4}{1}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^1\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{4-1} = 4\times\frac{1}{3}\times\frac{8}{27} = \boxed{\frac{32}{81}}$ (pour retrouver $\binom{4}{1}=4$ on peut appliquer la formule $\binom{4}{1} = \frac{4!}{1!\cdot(4-1)!} = \frac{4\times3\times2\times1}{1\times3\times2\times1} = 4$; ou voir directement qu'il y a 4 manières de choisir 1 élément parmi 4). Sinon, on peut aussi dessiner un arbre pour modéliser la situation (arbre complet en bas à gauche). M = « Marc gagne le match » et J = « Jeff gagne le match » (remarque : J = $\overline{\text{M}}$). On obtient le même résultat, en voyant que sur chacune des 4 branches favorables, la probabilité est de $\frac{8}{81}$. Mieux encore, en fait, puisqu'on ne s'intéresse qu'au cas où il y a <u>exactement un</u> match gagné par Marc, on n'est pas obligés de dessiner l'arbre complet ! (l'arbre tronqué qui suffit est dessiné en bas à droite, dès qu'on a 2 matchs gagnés on peut s'arrêter de dessiner)



Exercice 104

5 points	Un petit sac de sucettes est déposé dans une salle de classe. La moitié des sucettes sont vertes, le reste est rouge. 10 élèves entrent dans la classe, piochent au hasard une sucette dans le sac, l'un après l'autre, et la mangent. La cueillette d'une sucette verte dans ce contexte est-elle un processus de Bernouilli ? **Justifier** la réponse.

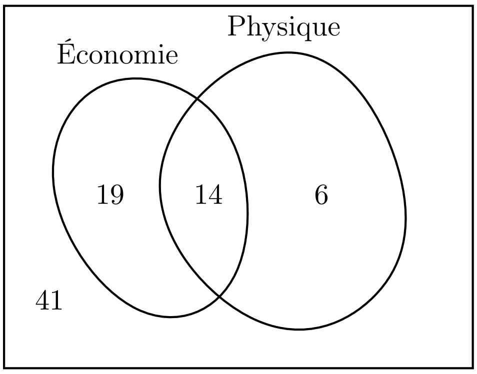
Une épreuve de Bernoulli est une expérience avec succès / échec, c'est ce qu'on a ici (la phrase suggère que le succès est la sucette verte). En revanche, pour qu'il y ait processus de Bernoulli (pour qu'on puisse appliquer la loi binomiale), il faut qu'il y ait <u>répétition</u> d'épreuves de Bernoulli qui soient <u>identiques</u> et <u>indépendantes</u>. Ici, clairement on a répétition (10 fois) mais ce n'est pas toujours la même expérience car il n'y a pas remise des sucettes, donc la probabilité de succès change à chaque tirage.

Exercice 98

5 points	Une enquête auprès de 80 élèves de S7 sur leur choix d'options a montré que : • 20 ont choisi la physique. • 33 ont choisi l'économie. • 41 n'ont choisi ni la physique ni l'économie. a) **Représentez** les résultats de cette enquête à l'aide d'un diagramme de Venn ou d'un tableau à double entrée. b) Combien d'élèves ont choisi la physique ou l'économie ? c) Un étudiant est interrogé au hasard. Sachant qu'il a choisi la physique, quelle est la probabilité qu'il ait également choisi l'économie ?

a) Personnellement je préfère le tableau à double entrée que le diagramme de Venn, qui indique plus de nombres, et pour lequel il est plus facile de recopier correctement.

Économie \ Physique	Oui	Non	Total
Oui	14	19	33
Non	6	41	47
Total	20	60	80



2. Ici, il s'agit de l'union des deux ensembles. Ceux qui ont choisi l'un ou l'autre sont tous sauf ceux qui n'ont choisi ni l'un ni l'autre ($80 - 41 = \boxed{39}$). On retrouve également ce nombre comme ceux qui ont choisi soit Économie toute seule, soit Physique toute seule, soit les deux ($19+6+14 = \boxed{39}$).
3. On peut simplement dire que cela revient à considérer que l'univers de cette expérience est composé des élèves qui ont choisi physique (20 élèves) et que dans cet univers, on a 14 cas favorables (qui suivent les deux options), donc $P_{\text{Physique}}(\text{Économie}) = \dfrac{14}{20} = \boxed{\dfrac{7}{10}}$.

Exercice 107

	On lance une pièce de monnaie biaisée plusieurs fois. À chaque lancer, la probabilité d'obtenir face est de $\frac{1}{3}$.
2 points	a) S'agit-il d'un processus de Bernoulli ? **Justifier** la réponse.
2 points	b) On lance la pièce 3 fois. **Calculer** la probabilité d'obtenir exactement 2 fois face.
1 point	c) On lance la pièce 60 fois. **Calculer** l'espérance du nombre de fois qu'on obtient face.

a) Cette fois on a bien la répétition d'événements identiques (la même pièce) et indépendants (les lancers n'influent pas les uns sur les autres) : $\boxed{\text{oui}}$, c'est un processus de Bernoulli.

b) Si on note X la variable aléatoire « nombre de face obtenus », on nous demande donc $P(X = 2)$. Et $P(X = 2)$ est facile à calculer avec la formule, c'est $\binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{3-2} = 3 \times \frac{1}{9} \times \frac{2}{3} = \boxed{\frac{2}{9}}$ (pour retrouver $\binom{3}{2} = 3$ on peut appliquer la formule $\binom{3}{2} = \dfrac{3!}{2! \cdot (3-2)!} = \dfrac{3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 1} = 3$; ou voir directement qu'il y a 3 manières de choisir 2 éléments parmi 3 car c'est pareil qu'en exclure 1 des 3, ce qui se fait de 3 manières possibles). Sinon, on peut aussi dessiner un arbre pour modéliser la situation (comme à l'exercice 97, plus facile car 3 étages).

c) L'espérance est dans le formulaire $\mathbb{E}(X) = n \cdot p = 60 \cdot \frac{1}{3} = \boxed{20}$.