Exercice 1 **2 points**

2 points	Écrire l'équation de la tangente au graphique de la fonction $f(x) = 3\mathrm{e}^x + x^2 - 1$ au point d'abscisse 1.

Pour cette équation de tangente, on utilise la formule de la tangente au point d'abscisse a :

$$y = f'(a) \times (x - a) + f(a)$$

On calcule la dérivée :

$f(x) = 3 \times \mathrm{e}^x + x^2 - 1.$

$f'(x) = 3 \times \mathrm{e}^x + 2x - 0.$

Ici, $f'(x) = 3\mathrm{e}^x + 2x$ et $a = 1$ donc on a $f'(1) = 3\mathrm{e}^1 + 2 = 3\mathrm{e} + 2$ et $f(1) = 3\mathrm{e}^1 + 1^2 - 1 = 3\mathrm{e}$, d'où l'équation $y = (3\mathrm{e}+2) \times (x-1) + 3\mathrm{e} = 3\mathrm{e}x - 3\mathrm{e} + 2x - 2 + 3\mathrm{e} = 3\mathrm{e}x + 2x - 2$ c'est-à-dire $\boxed{y = 3\mathrm{e}x + 2x - 2}$.

Exercice 2 **6 points**

	Le nombre de coccinelles $N(t)$ vivant sur un rosier en été 2023 est donné par le modèle : $$N(t) = 6 \cdot \mathrm{e}^{0,148 \cdot t}$$ où t est le nombre de jours écoulés depuis le 1er juin ($t = 0$ correspond au 1er juin).
0.5 point	a) Combien de coccinelles y avait-il sur le buisson le 1er juin ?
2 points	b) Tracer le graphique donnant la population de coccinelles pendant le mois de juin selon ce modèle.
1 point	c) Combien y aurait-il de coccinelles fin juillet selon ce modèle ? Discutez de la pertinence de ce modèle sur le long terme.
1 point	d) Réécrivez l'expression $N(t)$ sous la forme : $$N(t) = a \cdot b^t$$ (on arrondira les valeurs de a et b au centième si nécessaire)
	Le nombre de mouches vertes $V(t)$ sur un même rosier est modélisé par l'équation suivante : $$V(t) = 1\ 500 \cdot 0,68^t$$
0.5 point	e) La population de mouches vertes augmente-t-elle ou diminue-t-elle ?
1 point	f) Donnez ce changement en pourcentage par jour.

a) On calcule $N(0) = 6$. Donc il y avait $\boxed{\text{6 coccinelles}}$ sur le buisson le 1er juin.

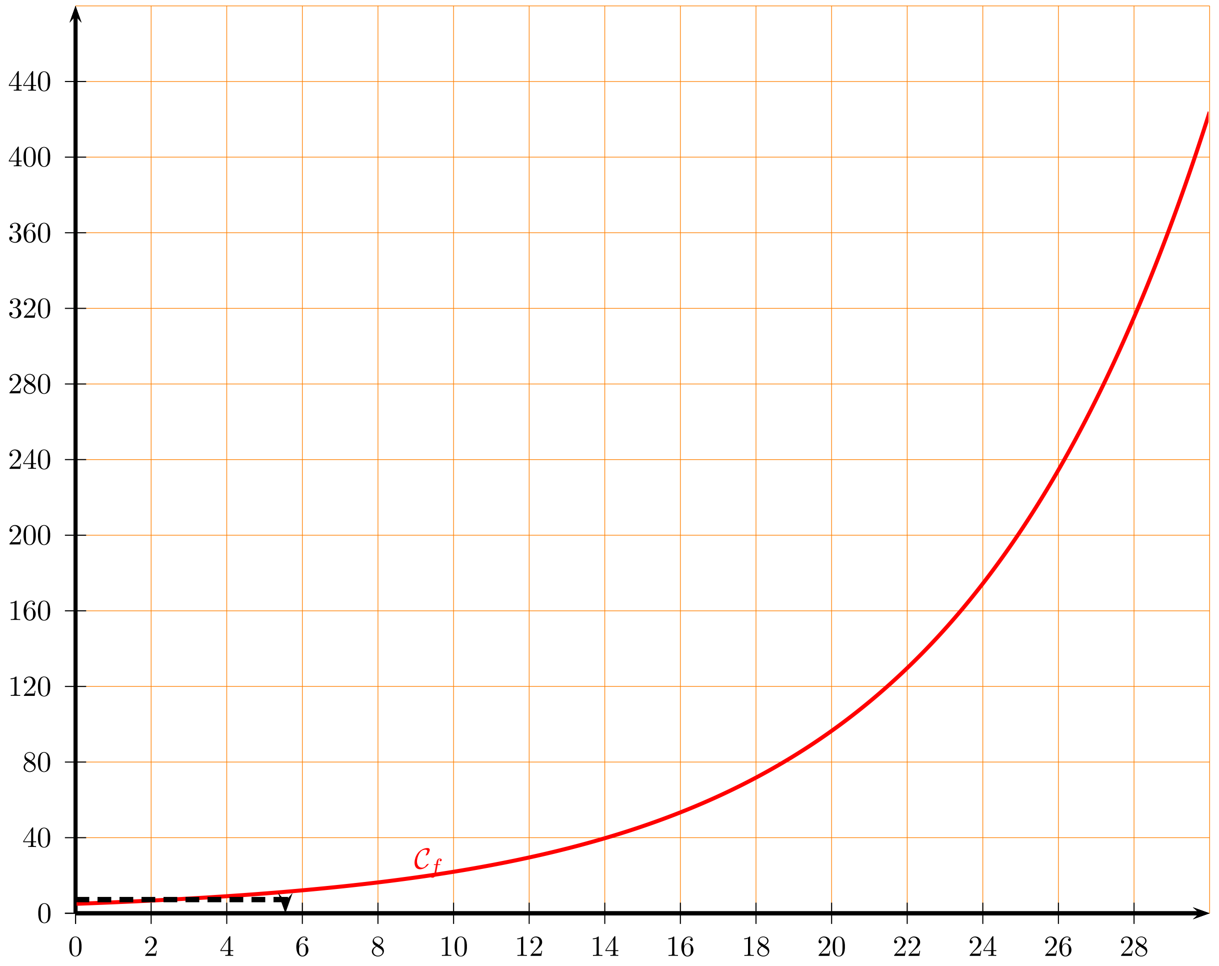
b) On nous demande de tracer la fonction N pour $t \in [0; 29]$ (le mois de juin a 30 jours, si $t = 0$ correspond au 1er juin, alors $t = 29$ correspond au 30 juin). On regarde à la calculatrice le tableau de valeurs de la fonction pour tracer. Puisque t va de 0 à 30 on peut prendre 1 cm pour 2 sur l'axe des x ; la fonction N indique une croissance exponentielle (ce que l'on voit clairement sur le graphique), et puisque $N(29) \approx 439$, on peut prendre 1 cm pour 40 sur l'axe de y. Le graphique est à la page suivante.

c) Fin juillet (le 31 juillet), cela correspond à $t = 60$. On calcule $N(60) \approx 43\ 121$ donc il y aurait $\boxed{\text{43 121 coccinelles}}$ fin juillet selon ce modèle. Sur le long terme (et même déjà fin juillet…) la croissance exponentielle va forcément s'arrêter, le nombre de coccinelles ne pourra pas croître indéfiniment.

d) $N(t) = 6 \cdot \mathrm{e}^{0,148 \cdot t} = 6 \cdot \left(\mathrm{e}^{0,148}\right)^t \approx \boxed{6 \cdot 1,16^t}$.
On a trouvé $a = 6$ et $b \approx 1,16$.

e) La fonction V indique une décroissance exponentielle (base $0,68 < 1$).

f) D'un jour à l'autre, la population de mouches vertes est multipliée par $0,68$. Or $0,68 = 1 - 0,32$ donc cela correspond à une $\boxed{\text{diminution de 32\% par jour}}$.



Exercice 3 **2.5 points**

	On considère la fonction $f(x) = 4x^2 - 5x + 10$ définie sur l'intervalle $[-5; 5]$.
1 point	a) Calculez $f'(x)$.
1.5 point	b) Dresser le tableau de variations complet de f, en indiquant les valeurs de la fonction aux bords des flèches.

1. On calcule la dérivée :

$f(x) = 4 \times x^2 - 5 \times x + 10.$

$f'(x) = 4 \times 2x - 5 \times 1 + 0.$

$\boxed{f'(x) = 8x - 5}$.

2. f' est une fonction du 1er degré. Pour trouver là où f' est positive, on peut résoudre à la main $f'(x) \geq 0$:

$8x - 5 \geq 0$
On ajoute $5x$ de chaque côté
$8x \geq 5$
On divise par 8 de chaque côté
$x \geq 0,625$

On trouve donc que f' est positive là où x est plus grand que $0,625$. On peut maintenant écrire le tableau de variations de f. Sur le tableau suivant, on a calculé les valeurs de $f(x)$ aux extrémités de toutes les flèches ($f(-5)$, $f(0,625)$ et $f(5)$).

x	-5		$0,625$		5
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de $f(x)$	135	$\searrow$	$8,4375$	$\nearrow$	85