Pré-baccalauréat — grille d'évaluation Pour le lundi 29 janvier 2024

Pour réviser, les exercices d'annales :

`http://www.barsamian.am/EE_examens/S7P3_Syllabus_2021_annales.pdf`

Vous pouvez globalement vous entrainer sur tout sauf en probabilités les exercices sur la « loi normale » (que nous traiterons après le prébac, par ex. les exercices 123 à 126 ne sont pas au programme) et en statistiques sur les tests d'hypothèse nulle (également après le prébac, par ex. les exercices 127, 129, 137 ne sont pas au programme).

1 Fonctions

1.1 Les fonctions au programme

- fonctions polynomiales : $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$.
- fonction logarithme népérien : $\ln(x)$
- fonction exponentielle : e^x

1.2 Dérivées

• La dérivée de f en a, c'est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse a. Cela exprime comment $f(x)$ varie quand x varie près de a.

• La dérivée permet d'étudier l'évolution d'une fonction (dérivée positive $\Leftrightarrow$ fonction croissante ; dérivée négative $\Leftrightarrow$ fonction décroissante). On a un <u>extremum</u> quand la dérivée s'annule en changeant de signe (maximum quand elle fait « + 0 - » et minimum quand elle fait « - 0 + »).

• Remarque : au lieu de dire « nombre dérivé » on dit parfois « <u>taux d'accroissement instantané</u> ».

Si $f(x) =$	alors la dérivée de f est $f'(x) =$	sur l'intervalle
x^n	$n \times x^{n-1}$	$\mathbb{R}$
e^x	e^x	$\mathbb{R}$
$\ln(x)$	$\dfrac{1}{x}$	$]0;+\infty[$

• Ex. : si $f(x) = 3x^2 + \dfrac{1}{4}\ln(x) + 0,2\mathrm{e}^x$ alors $f'(x) = 3 \times 2x + \dfrac{1}{4} \times \dfrac{1}{x} + 0,2 \times \mathrm{e}^x = 6x + \dfrac{1}{4x} + 0,2\mathrm{e}^x$.

• <u>Équation de la tangente</u> à $\mathcal{C}_f$ (la courbe de f) au point d'abscisse a : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

1.3 Primitives, intégrales

• Une primitive F de f, c'est une fonction dont la dérivée fait f (calcul de primitive et calcul de dérivée sont deux opérations réciproques).

• L'intégrale d'une fonction <u>positive</u> sur l'intervalle $[a;b]$, c'est l'aire entre $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses, et les deux droites d'équation $x = a$ et $x = b$. ⚠ Pour une fonction <u>négative</u>, c'est l'opposé de l'aire.

Si $f(x) =$	alors les primitives de f sont $F(x) =$	sur l'intervalle
x^n	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1} + k$	$\mathbb{R}$
e^x	$\mathrm{e}^x + k$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert + k$	là où $x \neq 0$

• Exemple : si $f(x) = 3x^2+4x+2$ alors une primitive est $F(x) = 3 \times \dfrac{x^3}{3} + 4 \times \dfrac{x^2}{2} + 2 \times x = x^3 + 2x^2 + 2x$, et toutes les primitives sont de la forme $F(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + k$.

• <u>Formule de Chasles</u> : $\displaystyle\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x + \int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x$.

• Formules du formulaire pour l'<u>intégrale entre a et b</u> ($\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$ qui fonctionne pour toute primitive donc prendre la constante égale à 0) et l'<u>aire entre deux courbes</u> ($\displaystyle\int_a^b \lvert f(x) - g(x)\rvert\,\mathrm{d}x$).

1.4 Résolution d'équations

- Pour les points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$, on peut résoudre $f(x) = g(x)$.

1.5 À la calculatrice

- Calcul de nombre dérivés : $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(f(x))\Big|_{x=a}$
- Calcul d'aires : $\displaystyle\int_a^b |f(x) - g(x)|\,\mathrm{d}x$
- Calcul d'intégrales : $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$
- Équation de la tangente : graphique, calcul, rechercher, tangente
- Maximum / minimum d'une fonction sur l'intervalle $[a; b]$: graphique, calcul, rechercher, maximum / minimum
- Intégrale / aire : graphique, calcul, rechercher, intégrale / aire entre $f(x)$ et $g(x)$

2 Statistiques à 2 variables

- Coefficient de corrélation linéaire, régression affine à la calculatrice, interpolation, extrapolation...

3 Probabilités

3.1 Rappels de S5 / S6

- Utilisation d'un tableau à double entrée, d'un arbre ou d'un diagramme de Venn.
- Événement contraire : pour un événement A, $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.
- Probabilité conditionnelle : la probabilité de B sachant A : $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$ (c'est dans le formulaire, par contre il faut bien réussir à identifier, dans un texte, quand on a affaire à une probabilité de ce type ; il faut réussir à faire des calculs de ce type dans un tableau à double entrée ou avec un arbre).

3.2 Rappels de S6 : loi binomiale

• On est dans une situation de loi binomiale quand on a la <u>répétition</u> à l'<u>identique</u> de la même expérience, de manière <u>indépendante</u>, et qu'on s'intéresse à la même issue de l'expérience.
• Formules dans le formulaire.
• Rappel de la méthode <u>à la calculatrice :</u> voir fin de ce dossier.

4 Calculatrice en mode examen

• Pour la Numworks : assurez-vous que le pays est « France » pour que le bon mode examen soit sélectionné.

• Pour la Numworks : les fonctionnalités récentes ne sont disponibles que si vous mettez à jour votre calculatrice ! Notamment l'aire entre deux courbes.

• Cela va sans dire, mais cela va mieux en le disant : mettez votre calculatrice à charger ces vacances (ou achetez des piles de rechange pour la Casio), et enlevez le mode examen pour ne pas user les batteries.

• Arriver en salle d'examen avec la calculatrice <u>hors</u> mode examen (pas de diode clignotante). Cela veut donc dire que si votre calculatrice était déjà en mode examen, il faut absolument penser à sortir du mode examen <u>bien avant</u> !

• Quand on vous le dit, mettez votre calculatrice en mode examen. La diode doit maintenant clignoter en rouge.

5 Devoir maison à faire pour le lundi 8 janvier

• Sans calculatrice : Exercices 97, 98, 104, 107.
• Avec calculatrice : Exercice 146.

TICE 5 min Thème 7

6 Déterminer directement $p(X = k)$ avec la calculatrice pour la loi $\mathscr{B}(n\,;\,p)$

1. On souhaite calculer la probabilité $p(X = 3)$ où X suit la loi $\mathscr{B}(11\,;\,0{,}4)$.
Suivre les consignes ci-dessous selon votre modèle de calculatrice.

TI-83 Premium CE

Étape 1

On accède au menu **distrib** en appuyant successivement sur les touches 2nde puis var (distrib).

Étape 2

On sélectionne **A:binomFdp(** dans le menu suivant.

```
DISTR DESSIN
9↑FFdp(
0:FFRép(
A:binomFdp(
B:binomFRép(
```

Étape 3

On obtient le menu suivant.

```
binomFdp
nbreEssais:11
p:0.4
valeur de x:3
Coller
```

dans lequel, on rentre dans l'ordre n (ici 11), p (ici 0.4) et k (ici 3) puis on valide en sélectionnant **Coller**.

Étape4

binomFdp(11,0.4,3) est affiché à l'écran, on le valide avec la touche entrer pour afficher la probabilité $p(X = 3) \approx 0{,}177$ cherchée.

CASIO GRAPH 90+E

Étape 1

Dans le menu de base **Exe-Mat**, on appuie sur la touche OPTN puis on sélectionne **STAT** avec **F5** puis **DIST** avec **F3** puis **BINOMIAL** avec **F5**.

Étape 2

On sélectionne alors **Bpd** ce qui engendre l'affichage de **BinomialPD(** à l'écran.

Étape 3

On complète cette ligne avec dans l'ordre k (ici 3), n (ici 11) et p (ici 0.4) séparés par des virgules (obtenues avec la touche ,) puis on ferme la parenthèse de sorte que l'on obtienne **BinomialPD(3,11,0.4)** puis on valide avec la touche EXE pour afficher la probabilité $p(X = 3) \approx 0{,}177$ cherchée.

NUMWORKS

Étape 1

On appuie sur ⌂ et on choisit **Probabilités**.

Étape 2

On sélectionne ensuite **Binomiale** :

```
Choisir le type de loi
Binomiale
```

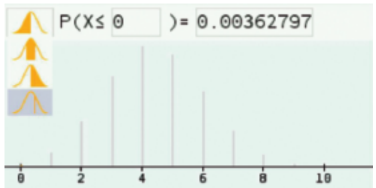
Étape 3

On règle les valeurs de n (ici 11) et p (ici 0.4) puis on valide **Suivant** :

```
n        11
p       0.4
Suivant
```

Étape 4

Avec les flèches, on se déplace sur la courbe à gauche et on fait apparaître le menu déroulant avec EXE :



puis on sélectionne le dernier pictogramme et on valide.

Étape 5

On saisit k (ici 3) après le = de sorte d'obtenir :

```
P(X= 3 )= 0.1773674
```

2. Calculer les probabilités $p(Y = 10)$ et $p(Z = 17)$ pour Y suivant la loi $\mathscr{B}(53\,;\,0{,}2)$ et Z suivant la loi $\mathscr{B}(40\,;\,0{,}32)$.

↪ Cours 5 p. 174

7 Déterminer directement $p(X \leqslant k)$ avec la calculatrice pour la loi $\mathscr{B}(n\,;p)$

TICE 5 min

1. On souhaite calculer la probabilité $p(X \leqslant 5)$ où X suit la loi $\mathscr{B}(11\,;0{,}4)$.
Suivre les consignes ci-dessous selon le modèle de calculatrice.



TI-83 Premium CE	CASIO GRAPH 90 +E	NUMWORKS
Reprendre la méthode vue dans l'activité précédente **sauf à l'étape 2**, où l'on choisit **B:binomFRép** plutôt que **A:binomFdp.** On obtient donc **binomFRép(11,0.4,5)** à l'**étape 4** qui donne environ 0,753**.**	Reprendre la méthode vue dans l'activité précédente **sauf à l'étape 2**, où l'on choisit **Bcd** plutôt que **Bpd**. On obtient donc **BinomialCD(5,11,0.4)** à l'**étape 3** qui donne environ 0,753.	Reprendre la méthode vue dans l'activité précédente **sauf à l'étape 4** où l'on choisit plutôt que . On obtient donc P(X≤ 5)= 0.7534981

2. Calculer les probabilités $p(Y \leqslant 22)$ et $p(Z \leqslant 56)$ pour Y suivant la loi $\mathscr{B}(30\,;0{,}85)$ et Z suivant la loi $\mathscr{B}(100\,;0{,}5)$.

Remarque La calculatrice **NUMWORKS**, permet de calculer des probabilités d'autres types que $p(X = k)$ et $p(X \leqslant k)$ (par exemple $p(a \leqslant X \leqslant b)$).

Pour les calculatrices **TI** et **CASIO**, se reporter à Méthode 5 p.175 pour voir comment faire dans les autres cas.

Cours 5 p. 174

Méthode 5 Calculer des probabilités avec la loi binomiale

Énoncé

Pour la variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}23$, calculer :

a) $p(X < 12)$ **b)** $p(X \geqslant 4)$ **c)** $p(5 < X \leqslant 8)$

Remarque Les calculatrices de lycée permettent de calculer des probabilités de la forme $p(X = k)$ et $p(X \leqslant k)$ (ainsi que $p(X \geqslant k)$ et $p(k \leqslant X \leqslant k')$ pour la **NUMWORKS**) mais il faut pouvoir calculer tous types de probabilités avec la loi binomiale.

Solution

a) $p(X < 12) = p(X \leqslant 11) \approx 0{,}512$. 1

b) $p(X \geqslant 4) = p(\overline{X \leqslant 3}) = 1 - p(X \leqslant 3) \approx 0{,}999$. 2

c) $p(5 < X \leqslant 8) = p(6 \leqslant X \leqslant 8) = p(X \leqslant 8) - p(X \leqslant 5) \approx 0{,}14$. 3

On peut aussi remarquer que
$p(5 < X \leqslant 8) = p(X = 6) + p(X = 7) + p(X = 8) \approx 0{,}14$.

Conseils & Méthodes

1 X prend des valeurs entières : les événements $X < 12$ et $X \leqslant 11$ sont donc identiques.

2 $X \geqslant 4$ est l'événement contraire de $X \leqslant 3$.

3 On a $\underbrace{0\,;\ldots;4\,;5}_{X \leqslant 5}\,;\underbrace{6\,;7\,;8}_{5 < X \leqslant 8}\,;9\,;\ldots;50$
donc $p(5 < X \leqslant 8)$ est égal à $p(X \leqslant 8) - p(X \leqslant 5)$.