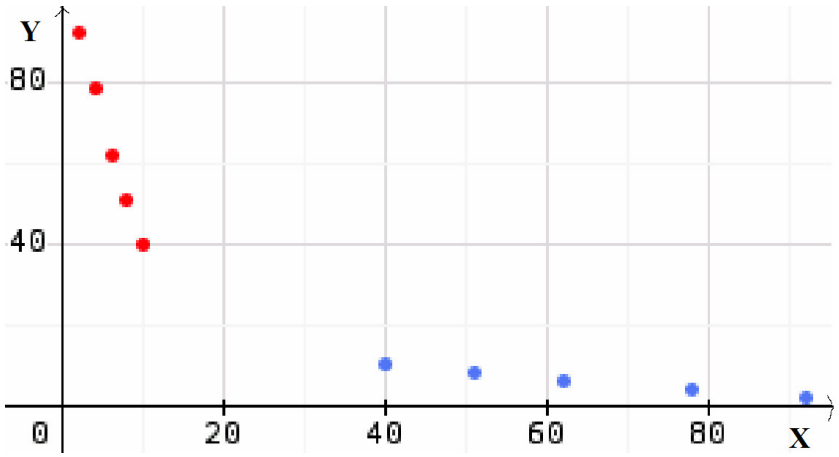
Exercise 1 Calc. : ✓

La glace carbonique (CO_2 à l'état solide) produit, à une certaine température ambiante, du gaz qui peut être facilement être vu à l'œil nu.
Le célèbre chef Sebastianic a l'intention d'utiliser 100 g de glace carbonique pour produire un effet magique pour sa dernière création, un dessert spécial. Afin de comprendre comment se comporte la glace carbonique, Sebastianic a pris plusieurs fois la masse lors de la sublimation de l'échantillon :

Temps en min (x)	2	4	6	8	10
Masse de la glace carbonique en g (y)	92	78	62	51	40

a) **Recopier** sur votre feuille le nuage de points correspondant aux données du tableau en choisissant entre le diagramme rouge ou le diagramme bleu ci-dessous : — 2 marks



b) **Donner** la valeur du coefficient de corrélation linéaire des données et **expliquer** si une telle valeur indique ou non une dépendance linéaire entre les deux variables. **Expliquez** pourquoi le coefficient de corrélation linéaire a une valeur négative. — 3 marks

c) **Établir** l'équation sous la forme $y = m \cdot x + b$ de la régression linéaire de y en x des données du tableau. — 3 marks

Donnez les nombres m et b au centième près.

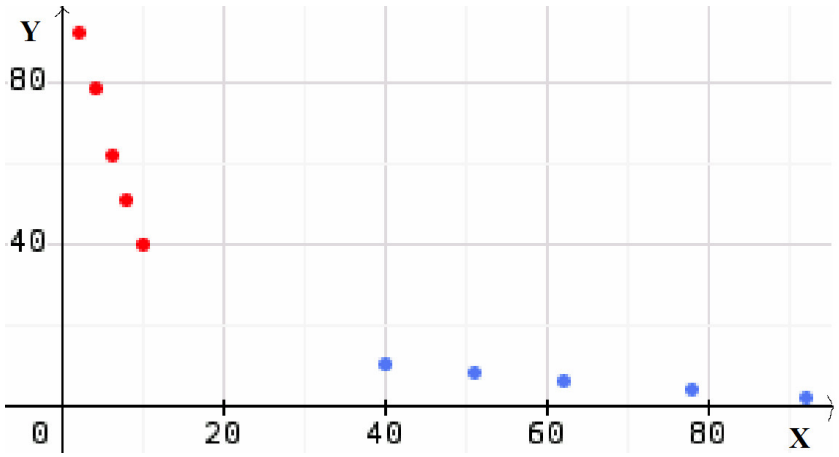
Dans les questions d) et e), utilisez le modèle $y = -6,6 \cdot x + 104$.	
d) **Utilisez** le modèle pour **calculer** combien de grammes de glace carbonique sont encore présents après 13 minutes. **Expliquez** si ce modèle permet une bonne estimation pour le poids de la glace carbonique après 20 minutes.	3 marks
e) **Utilisez** le modèle pour **calculer** au bout de quelle durée la glace carbonique aura totalement disparu.	3 marks
Le chef Sebastianic est satisfait des résultats de la glace carbonique et ajoute au menu le nouveau dessert. Afin de répondre à la demande, il doit acheter de la glace carbonique. Le coût est bien décrit par la fonction : $$f(x) = (5 + x)e^{-0,12x} + 3$$ où $f(x)$ désigne le coût en euros par kilogramme de glace carbonique et x le nombre d'années depuis le début de l'année 2000 (le début de l'année 2000 correspond à $x = 0$).	
f) Sebastianic a acheté 1 kg de glace carbonique début 2023. **Déterminez** combien il a payé.	2 marks
La fonction dérivée de la fonction f est donnée par : $$f'(x) = (0,4 - 0,12x)e^{-0,12x}$$ La fonction f n'a qu'un seul extremum.	
g) **Calculez** en quelle année le coût de la glace carbonique était le plus élevé et **indiquez** ce coût en euros.	3 marks
h) **Indiquez** les intervalles pour lesquels le coût de la glace carbonique est croissant, et les intervalles pour lesquels ce coût est décroissant.	3 marks
i) **Calculer** les valeurs $f'(8)$ et $f'(20)$ qui indiquent le taux de variation du coût de la glace carbonique dans le temps, au début de l'année 2008 et au début de l'année 2020. **Déterminez** pour laquelle de ces années le prix a baissé le plus rapidement.	3 marks

Exercise 2 Calc. : ✓

Trockeneis (festes CO_2) erzeugt bei einer bestimmten Umgebungstemperatur ein Gas, das leicht zu erkennen ist. Der berühmte Koch Sebastianic will 100 g Trockeneis verwenden, um einen szenischen Effekt für seine neueste Kreation, ein besonderes Dessert, zu erzeugen. Um zu verstehen, wie sich das Trockeneis verhält, hat Sebastianic mehrmals das Gewicht während der Sublimation der Probe gemessen:

Zeit in min (x)	2	4	6	8	10
Gewicht des Trockeneises in g (y)	92	78	62	51	40

a) **Kopieren** Sie das korrekte Streudiagramm der Daten in der Tabelle auf Ihr Blatt, indem Sie entweder das rote oder das blaue Streudiagramm der folgenden Grafik **auswählen**: 2 marks



b) **Geben** Sie den Wert des linearen Korrelationskoeffizienten der Daten **an** und **erklären** Sie, ob ein solcher Wert auf eine lineare Abhängigkeit zwischen den beiden Variablen hinweist oder nicht. **Erläutern** Sie, warum der lineare Korrelationskoeffizient einen negativen Wert hat. 3 marks

c) **Bestimmen** Sie eine Gleichung in der Form $y = m \cdot x + b$ der linearen Regression von y auf x unter Verwendung der Daten aus der Tabelle. 3 marks

Geben Sie die Zahlen m und b auf zwei Dezimalstellen genau **an**.

Verwenden Sie in d) und e) das lineare Model $y = -6,6 \cdot x + 104$.

d) **Berechnen** Sie anhand des Modells, wie viel Gramm Trockeneis nach 13 Minuten noch vorhanden sind. **Erklären** Sie, ob dieses Modell eine gute Vorhersage für das Gewicht des Trockeneises nach 20 Minuten gibt. — 3 marks

e) **Berechnen** Sie anhand des Modells, wann kein Trockeneis mehr vorhanden ist. — 3 marks

Der Chefkoch Sebastianic ist mit den Ergebnissen des Trockeneises zufrieden und nimmt das neue Dessert in die Speisekarte auf. Um die Nachfrage zu befriedigen, muss er Trockeneis kaufen.
Die Kosten $f(x)$ pro Kilogramm Trockeneis (in Euro), x Jahre seit dem Beginn des Jahres 2000 (der Beginn des Jahres 2000 entspricht $x = 0$), werden durch folgende Funktion gut beschrieben:

$$f(x) = (5 + x)e^{-0,12x} + 3$$

f) Sebastianic hat Anfang des Jahres 2023 1 kg Trockeneis gekauft. **Ermitteln** Sie, wie viel er bezahlt hat. — 2 marks

Die Ableitungsfunktion der Funktion f lautet

$$f'(x) = (0,4 - 0,12x)e^{-0,12x}$$

Die Funktion f hat nur einen Extrempunkt.

g) **Berechnen** Sie, in welchem Jahr die Kosten für Trockeneis am höchsten waren, und **geben** Sie diese Kosten in Euro **an**. — 3 marks

h) **Nennen** Sie die Jahre, in denen die Kosten für Trockeneis gestiegen sind, und die Jahre, in denen sie gesunken sind. — 3 marks

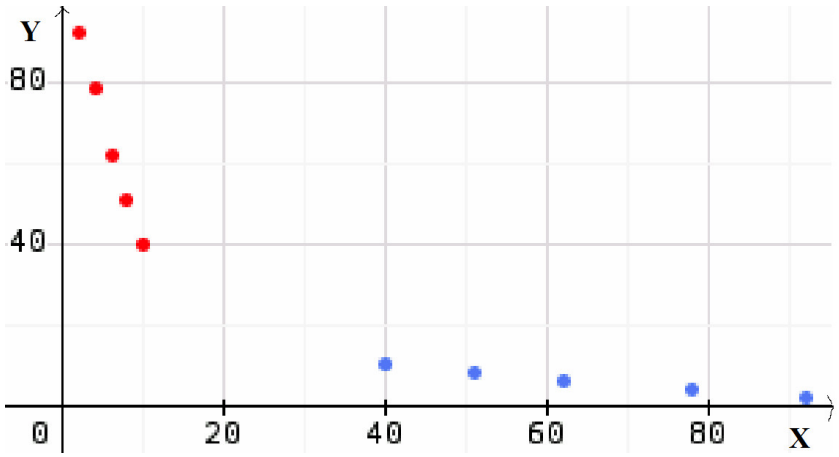
i) **Berechnen** Sie die Werte von $f'(8)$ und $f'(20)$ um die momentane Änderungsrate der Kosten für Trockeneis zu Beginn des Jahres 2008 und zu Beginn des Jahres 2020 anzugeben. **Bestimmen** Sie, in welchem dieser beiden Jahre der Preis schneller gesunken ist. — 3 marks

Exercise 3 Calc. : ✓

Dry ice (solid state CO_2) at a certain ambient temperature produces gas that can be easily spotted.
The famous chef Sebastianic intends to use 100 g of dry ice to produce a scenical effect for his last creation, a special dessert In order to understand how the dry ice behave, Sebastianic took several time the weight during sublimation of the sample:

Time in min (x)	2	4	6	8	10
Dry ice weight in g (y)	92	78	62	51	40

a) **Copy** on your paper the correct scatter plot of the data in the table choosing between the red and the blue one of the following diagram: — 2 marks



b) **Give** the value of the linear correlation coefficient of the data and **explain** if such a value is indicating or not a linear dependency between the two variables. **Explain** why the linear correlation coefficient has a negative value. — 3 marks

c) **Determine** an equation in the form $y = m \cdot x + b$ of the linear regression of y on x using the data from the table. — 3 marks

Give the numbers m and b correct to two decimal places.

In questions d) and e), use the model $y = -6.6 \cdot x + 104$.	
d) **Use** the model to **calculate** how many grams of dry ice are still present 3 marks after 13 minutes. **Explain** if this model has a good prediction for the dry ice weight after 20 minutes.	3 marks
e) **Use** the model to **calculate** when the dry ice is over.	3 marks
The chef Sebastianic is satisfied of the dry ice results and adds to the menu the new dessert. In order to fulfill the demand, he needs to buy some dry ice. The cost $f(x)$ per kilogram of dry ice (in euros), x years since the start of the year 2000 (the beginning of year 2000 corresponds to $x = 0$), is well described by the function: $$f(x) = (5 + x)e^{-0.12x} + 3$$	
f) Sebastianic bought 1 kg of dry ice at the beginning of 2023. **Determine** how much he paid.	2 marks
The derivative function of the function f is $$f'(x) = (0.4 - 0.12x)e^{-0.12x}$$ The function f has only one stationary point.	
g) **Calculate** in which year the dry ice cost was the highest and **state** that cost in euros.	3 marks
h) **State** the years when the cost of the dry ice was increasing, and the years when it was decreasing.	3 marks
i) **Calculate** the values $f'(8)$ and $f'(20)$ to state the variation rate of the dry ice cost in time, at the beginning of year 2008 and at the beginning of year 2020. **Determine** on which of those two years the price was lowering more quickly.	3 marks