Exercise 1 Calc. : ✓

Dans la première partie de cet exercice, nous étudions la cuisson d'un œuf qui vient d'être sorti d'un réfrigérateur. Un œuf est à la coque lorsque son jaune atteint une température d'exactement 45řC.

Dans les questions a), b) et c), on considère un œuf de masse 60 g. Le temps de cuisson nécessaire pour que le jaune de cet œuf atteigne la température x est donné par la relation :

$$f(x) = -16 \cdot 60^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{100 - x}{192}\right)$$

où $f(x)$ représente le temps de cuisson en secondes et x la température en řC.

a) **Déterminez** combien de temps il faut pour que cet œuf soit à la coque. **Arrondir** à la seconde près. — 2 marks

b) **Déterminez** la température du jaune d'œuf après qu'il a cuit pendant 240 secondes. **Arrondir** au degré près. — 3 marks

c) **Dessinez** le graphique présentant le temps de cuisson $f(x)$ en fonction de la température x dans le jaune d'œuf pour des températures comprises entre 4řC et 45řC. — 4 marks

À la question d), nous considérons un œuf à la coque après un temps de cuisson de 275 secondes. L'égalité suivante s'applique à la masse m (en grammes) de cet œuf :

$$275 = -16 \cdot m^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{55}{192}\right)$$

d) **Déterminez** la masse de cet œuf. **Arrondir** au gramme près. — 3 marks

Chaque matin d'une semaine (7 jours), un homme commande exactement un œuf. Chaque matin, la probabilité que l'œuf servi soit à la coque est de $p = 0,65$, indépendamment des autres matins. Soit X la variable aléatoire définissant le nombre d'œufs à la coque servis à cet homme pendant ces 7 matins.

e) **Montrer** que X suit une distribution binomiale, et **donner** ses paramètres. — 2 marks

f) **Déterminez** la probabilité que cet homme n'ait reçu qu'un seul œuf à la coque au cours de ces 7 matinées. — 3 marks

g) **Déterminez** la probabilité que cet homme ait reçu des œufs à la coque pendant au moins 2 matinées au cours de cette semaine. — 3 marks

h) Nous savons que cet homme a reçu au moins deux œufs à la coque au cours de cette semaine. **Déterminez** la probabilité qu'on lui ait servi exactement trois œufs à la coque au cours de cette semaine. — 2 marks

i) **Déterminez** l'espérance et l'écart-type de la variable X. **Interprétez** ces valeurs dans le contexte. — 3 marks

Exercise 2 Calc. : ✓

Im ersten Teil dieser Übung untersuchen wir das Kochen eines Eies, das gerade aus dem Kühlschrank genommen wurde.
Ein Ei ist weichgekocht, wenn das Eigelb eine Temperatur von genau 45řC erreicht.

In den Fragen a), b) und c) wird ein Ei mit einer Masse von 60 g betrachtet. Die Kochzeit $f(x)$ (in Sekunden), die erforderlich ist, damit das Eigelb dieses Eies die Temperatur x (in řC) erreicht, ist gegeben durch:

$$f(x) = -16 \cdot 60^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{100 - x}{192}\right)$$

a) **Bestimmen** Sie, wie lange es dauert, bis das Ei weich gekocht ist. **Runden** Sie auf die nächste Sekunde. — 2 marks

b) **Bestimmen** Sie die Temperatur des Eigelbs dieses Eies, nachdem es 240 Sekunden lang gekocht hat. **Runden** Sie auf das nächste Grad. — 3 marks

c) **Zeichnen** Sie das Diagramm, das die Kochzeit $f(x)$ in Abhängigkeit von der Temperatur x im Eigelb für dieses Ei bei Temperaturen zwischen 4řC und 45řC darstellt. — 4 marks

In Frage d), wird ein Ei betrachtet, das nach einer Kochzeit von 275 Sekunden weichgekocht ist. Die folgende Gleichung gilt für die Masse m (in Gramm) dieses Eies:

$$275 = -16 \cdot m^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{55}{192}\right)$$

d) **Bestimmen** Sie die Masse dieses Eies. **Runden** Sie auf das nächste Gramm. — 3 marks

Jeden Morgen in einer Woche (7 Tage) wird einem Mann genau ein Ei serviert. Die Wahrscheinlichkeit, dass das servierte Ei weichgekocht ist, beträgt an jedem Morgen $p = 0,65$, unabhängig von den anderen Morgen.
Die Zufallsvariable X die definiert ist als die Anzahl der weichgekochten Eier, die diesem Mann an diesen 7 Vormittagen serviert werden, wird untersucht.

e) **Zeigen** Sie, dass X einer Binomialverteilung folgt, und **geben** Sie deren Parameter**an**. — 2 marks

f) **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diesem Mann an diesen Vormittagen nur ein weichgekochtes Ei serviert wurde. — 3 marks

g) **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diesem Mann in dieser Woche an mindestens 2 Vormittagen weichgekochte Eier serviert wurden. — 3 marks

h) Es ist bekannt, dass diesem Mann in dieser Woche mindestens zwei weichgekochte Eier serviert wurden. **Bestimmen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass er in dieser Woche genau drei weichgekochte Eier serviert bekommen hat. — 2 marks

i) **Bestimmen** Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Variablen X. **Interpretieren** Sie diese Werte im Zusammenhang mit dem gegebenen Kontext. — 3 marks

Exercise 3 Calc. : ✓

In the first part of this exercise, we study the cooking of an egg that has just been taken out from a refrigerator.
An egg is soft-boiled when its yolk reaches a temperature of exactly 45řC.

In questions a), b) and c), we consider an egg of mass 60 g. The cooking time $f(x)$ (in seconds) needed to have the yolk of this egg reach the temperature x (in řC) is given by:

$$f(x) = -16 \cdot 60^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{100 - x}{192}\right)$$

a) **Determine** how long it takes for this egg to be soft-boiled. **Round** to the nearest second. — 2 marks

b) **Determine** the temperature of the yolk in this egg after it has boiled for 240 seconds. **Round** to the nearest degree. — 3 marks

c) **Draw** the graph showing the cooking time $f(x)$ as a function of the temperature x in the yolk for this egg, for temperatures between 4řC and 45řC. — 4 marks

In question d), we consider an egg that is soft-boiled after a cooking time of 275 seconds. The following equality applies to the mass m (in grams) of this egg:

$$275 = -16 \cdot m^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{55}{192}\right)$$

d) **Determine** the mass of this egg. **Round** to the nearest gram. — 3 marks

Every morning in a week (7 days), a man is served exactly one egg. Each morning, the probability that the served egg is soft-boiled is $p = 0.65$, independently of other mornings.
We study the random variable X defined as the number of soft-boiled eggs this man will be served during those 7 mornings.

e) **Show** that X follows a binomial distribution, and **give** its parameters. — 2 marks

f) **Determine** the probability that this man was served only one soft-boiled egg during those 7 mornings. — 3 marks

g) **Determine** the probability that this man was served soft-boiled eggs for at least 2 mornings in that week. — 3 marks

h) We know that this man was served at least two soft-boiled eggs during this week. **Determine** the probability that he was served exactly three soft-boiled eggs during this week. — 2 marks

i) **Determine** the expected value and the standard deviation of the variable X. **Interpret** those values in the context. — 3 marks