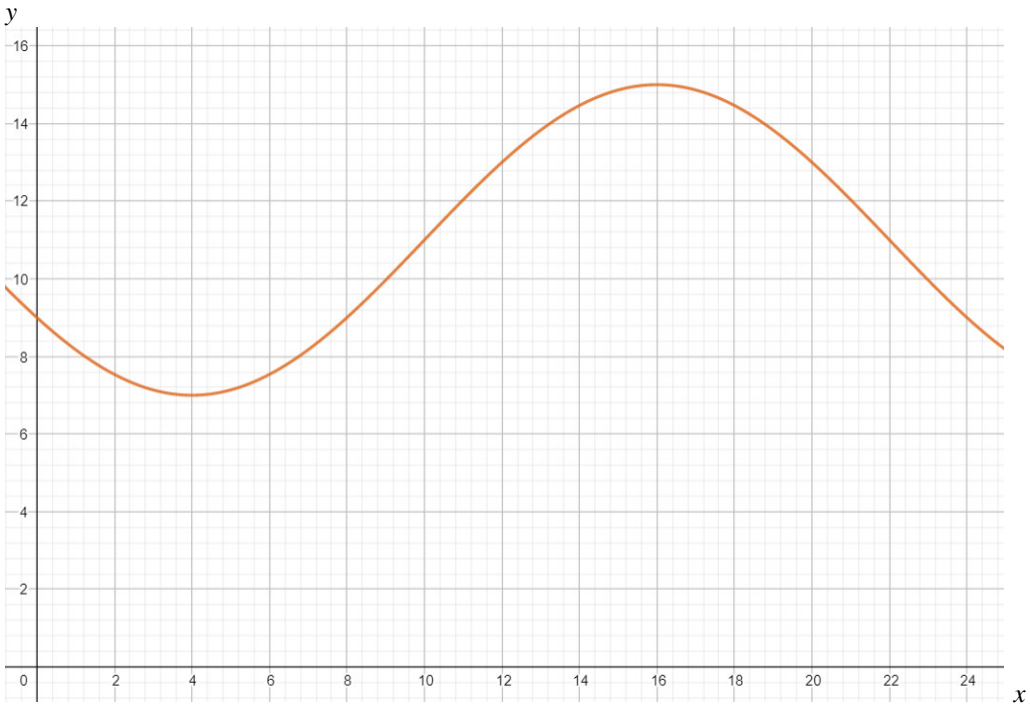
Exercise 1 Calc. : ✗

10 marks

El siguiente gráfico muestra la temperatura en žC en una ciudad durante un día. Dicha temperatura dada en el eje de ordenadas (y) viene expresada en řC, y las diferentes horas aparecen en el eje de abscisas (x), desde la medianoche de un día (0 horas), hasta la medianoche del siguiente (24 h).



1. Usa el gráfico para estimar la hora en que:
   (a) La temperatura es mínima
   (b) La temperatura es máxima
   (c) La temperatura aumenta con mayor rapidez
2. La temperatura puede ser modelizada por la función:

$$y = f(t) = A \cdot \operatorname{sen}(B \cdot (x - C)) + D$$

   (a) Demuestra que $A = 4$
   (b) Halla el valor de D
   (c) Encuentra el valor de B
3. En un parque de la ciudad, una planta abre sus flores con 12 o más řC. Calcula la franja horaria en que están abiertas este tipo de flores.

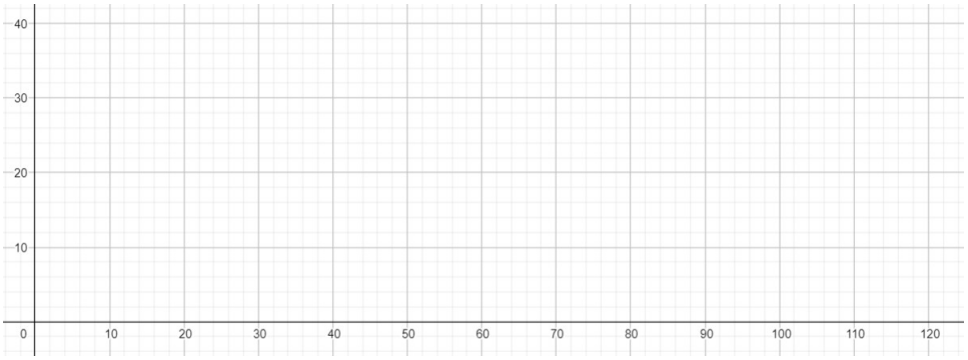
Exercise 2 Calc. : ✓

12 marks

Una noria con cochecitos da varias vueltas durante 2 minutos (120 segundos). La altura del coche número 4 sobre el suelo, a la que llamaremos h (en metros), en cualquier momento t (en segundos), se puede representar mediante la ecuación siguiente:

$$y = f(x) = h = 15 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{15} \cdot \left(t - \frac{15}{2}\right)\right) + 16$$

1. Realizar la gráfica de la función en la cuadrícula siguiente.



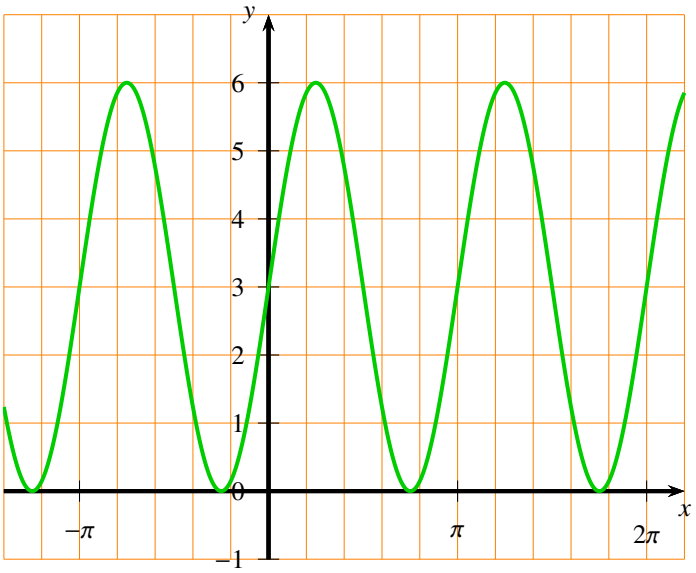
2. £Cuántas vueltas dará la noria en los 2 minutos que está funcionando?
3. £Cuál es la altura máxima y la mínima respecto al suelo que alcanzamos mientras estamos subidos a la atracción?

Exercise 3 Calc. : ✗

5 marks

W ukadzie wspórzdnych przedstawiono fragment wykresu funkcji

$$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x) + c$$



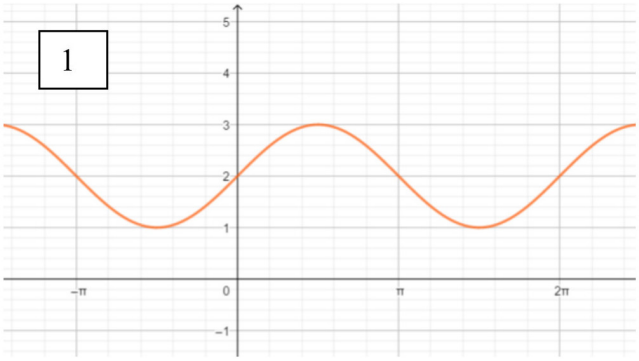
1. Odczytaj z wykresu wartoci a, b i c oraz zapisz wzór funkcji $f(x)$.
2. Jak warto przyjmie funkcja dla argumentu 5π ?

Exercise 4 Calc. : ✓

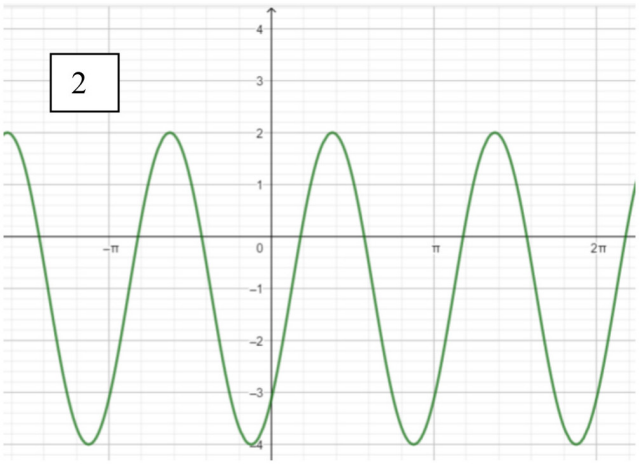
Dopasuj wykres i wzór funkcji — 3 marks

$$f(x) = 3 \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 \qquad g(x) = 2 \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 3 \qquad h(x) = \sin(x) + 2$$

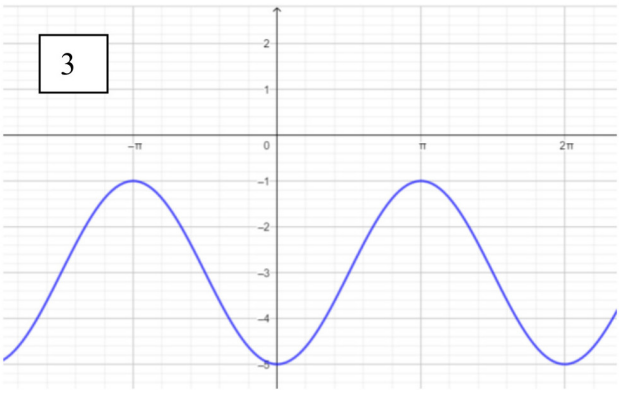
1



2



3



Exercise 5 Calc. : ✓

Dany jest wzór funkcji — 8 marks

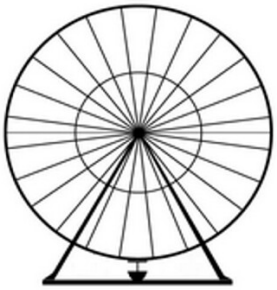
$$y = 4 \cdot \sin\left(\frac{1}{2}x\right) + 3$$

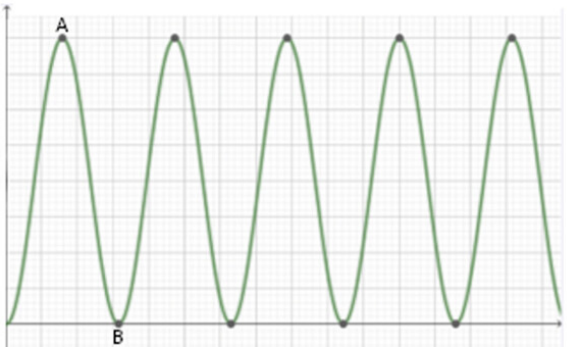
Okrel:

1. amplitud
2. okres funkcji
3. przesunicie pionowe
4. najwiksz warto funkcji
5. najmniejsz warto funkcji
6. warto funkcji dla $x = 60$ř.

Exercise 6 Calc. : ✗

Die Bewegung eines Riesenrades kann mit Hilfe einer sinusförmigen Funktion modelliert werden, Im untenstehenden Schaubild ist die Höhe einer Gondel eines Riesenrades über dem Boden in Abhängigkeit der Zeit graphisch dargestellt.
Die Gondel braucht für eine komplette Umrundung 5 Minuten.
Die Gondeln bewegen sich auf einer Kreisbahn zwischen 0 m und 65 m Höhe über dem Boden.





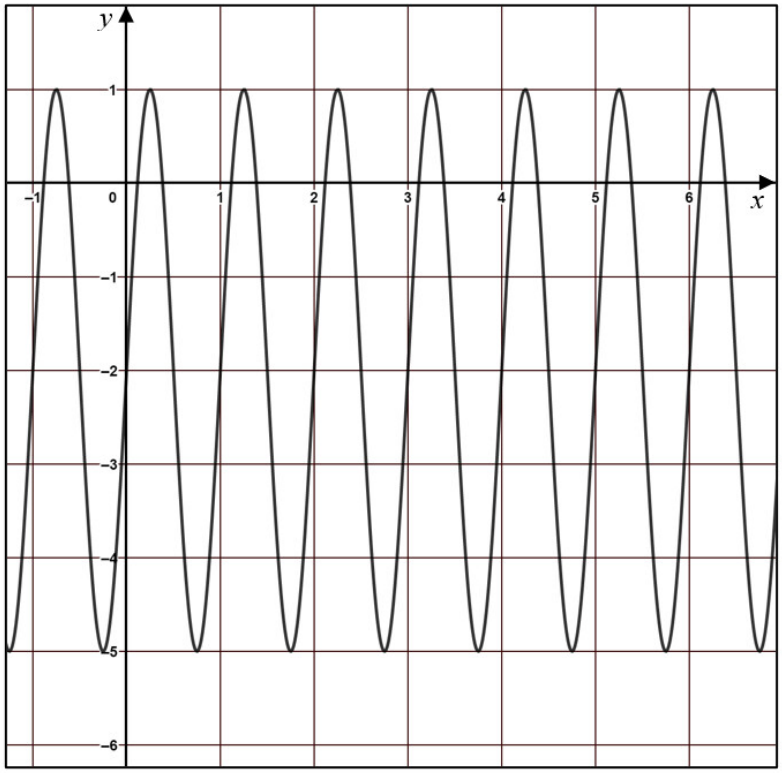
1. **Bestimmen** Sie die Koordinaten der Punkte A und B auf dem Graphen. — 2 marks
2. **Erklären** Sie, wie sich das Schaubild verändert, wenn das Riesenrad 10 Minuten für eine Umdrehung bräuchte. — 2 marks
3. **Erläutern** Sie die Grenzen der Modellierung. — 2 marks

Exercise 7 Calc. : ✗

Geben Sie für jede der nachstehend beschriebenen Situationen A bis E an, ob das Modell folgendes beschreibt 1. (a) wachsend (b) fallend (c) weder noch **<u>und</u>** ob es sich um ein 2. (a) lineares (b) exponentielles (c) quadratisches (d) sinusförmiges Modell handelt. A: Eine Population von 100 Mäusen nimmt unter günstigen Bedingungen jede Woche um 20% zu. B: Ein Baum, der bei der Pflanzung 1,2 m hoch ist, wächst während der Wachstumsperiode jeden Monat 30 cm. C: Die Höhe h eines Steins t Sekunden nach dem Fall von der Spitze eines Turms wird durch die folgende Funktion beschrieben $$h(t) = 130 - 5t^2$$ D: Die Anzahl der Tageslichtstunden in Blankenloch schwankt periodisch im Jahr zwischen 16 Std. 12 Min. und 8 Std. 13 Min. E: Die Temperatur T einer Flüssigkeit, t in Minuten nachdem sie in einen Kühlschrank gelegt wurde, wird durch die Funktion beschrieben. $$T(t) = 98 \cdot 2^{-\frac{t}{50}}$$	10 marks

Exercise 8 Calc. : ✗

Das Diagramm zeigt das Schaubild einer Sinusfunktion f.	7 marks



Bestimmen Sie mit Hilfe des Schaubildes :

1. Die Amplitude a,
2. Die Periode p,
3. Die horizontale Verschiebung c,
4. Die vertikale Verschiebung d

des Schaubildes der Funktion f.
Geben Sie mit Hilfe dieser Ergebnisse einen Funktionsterm für die Funktion f **an**.

Exercise 9 Calc. : ✓

Die Wassertiefe an einem Landungssteg in einem kleinen Hafen an der Nordsee variiert je nach Zeit und Gezeiten. Auf diesem Teil der Erde gibt es zweimal Ebbe und Flut pro Tag.
Die Tiefe wurde am 15. Juni in Abständen von 3 Stunden gemessen und die folgenden Werte wurden aufgezeichnet.

Zeit	00:00	03:00	06:00	09:00	12:00
Tiefe (m)	3,6	5,2	3,6	2,0	3,6

Die Wassertiefe soll mit einer Sinusfunktion modelliert werden.

1. **Zeigen Sie** nach, dass die Funktion — 6 marks

$$h(t) = 1,6 \cdot \sin(0,5236 \cdot t) + 3,6$$

zur Modellierung der Wassertiefe (h in Meter) zur Zeit (t in Stunden) benutzt werden kann.

Erklären Sie, wie jede der drei Konstanten aus den Daten in der Tabelle ermittelt werden kann.

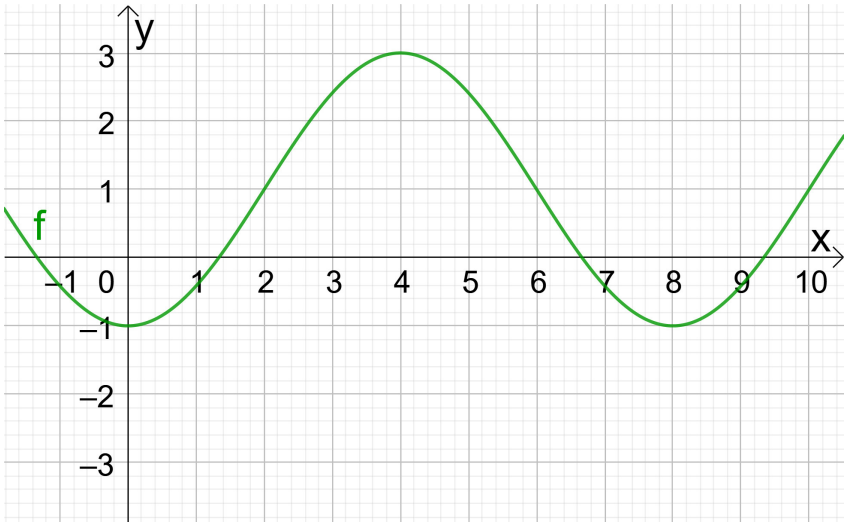
Eine groSSe Fähre von einer nahe gelegenen Insel benötigt eine Mindesttiefe von 4 m, um an der Anlegestelle anlegen zu können.

2. **Zeigen Sie,** dass die Fähre am 15. Juni frühestens um 00:29 Uhr an der Anlegestelle anlegen kann (auf die nächste Minute gerundet). — 3 marks

3. **Ermitteln Sie** den spätesten Zeitpunkt vor der Mittagszeit, zu dem die Fähre an der Anlegestelle anlegen kann. — 3 marks

Exercise 10 Calc. : ✗

Der Graph eines periodischen Modells ist gegeben. Die Modellgleichung ist:
$f(x) = a \sin(b(x - c)) + d$ (mit Parametern a, b, c und d).



1. Bestimme die Amplitude des Modells. — 2 marks
2. Bestimme die Periodendauer des Modells. — 2 marks
3. Bestimme alle Parameter a, b, c und d. — 3 marks

Exercise 11 Calc. : ✓

Im Hafen von Seebrügge variiert die Wassertiefe mit den Gezeiten. Ein Wissenschaftler hat folgende Messungen gemacht:

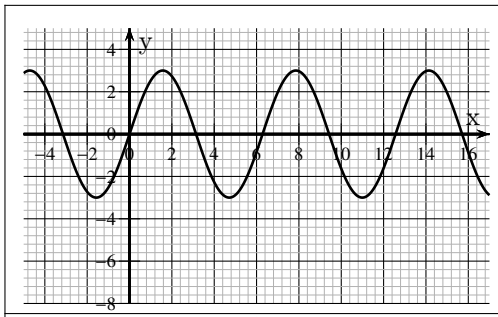
- Die Wassertiefe ist minimal zum Zeitpunkt $t = 1$ (Zeit in Stunden) und beträgt dann 12 m.
- Sechs Stunden danach ist die Wassertiefe maximal und beträgt dann 18 m.
- Zwölf Stunden nachdem die Wassertiefe minimal war, ist die Wassertiefe wieder minimal und beträgt dann wieder 12 m.

1. Erkläre in Worten ohne Rechnung, warum die Wassertiefe w durch das folgende mathematische Modell beschrieben werden kann:
   $w(t) = a\sin(b(t-c)) + d$ (mit w in Meter und t in Stunden). — 2 marks
2. Bestimme die Periodendauer des Modells. — 2 marks
3. Bestimme die Amplitude des Modells. — 2 marks
4. Bestimme alle Parameter a, b, c und d. — 4 marks

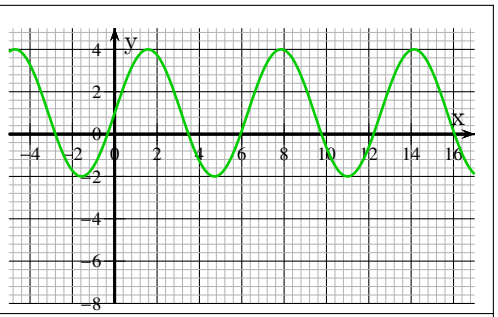
Exercise 12 Calc. : ✗

Relier chacune des fonctions suivantes avec le graphe correspondant : — 8 marks

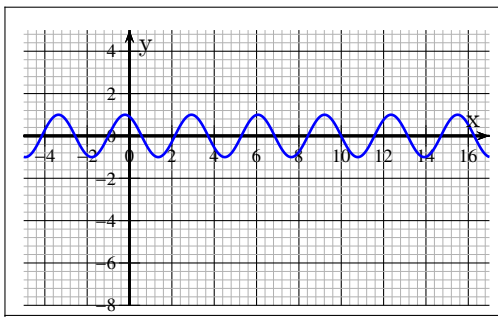
Fonction	$3\cos(x) - 3$	$3\sin(x)$	$\sin(2x + 2)$	$3\sin(x) + 1$
Graphe				



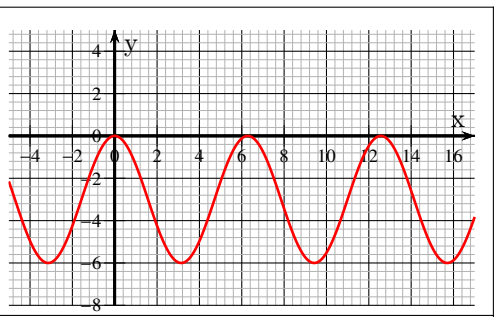
A



B



C



D

Exercise 13 Calc. : ✗

Les données suivantes peuvent être modélisées par la fonction :

$$f(x) = a\sin(b(x-c)) + d$$

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	11	9,8	7	4,2	3	4,2	7	9,8	11	9,8

1. Estimer l'amplitude de la fonction. — 1 mark
2. Estimer la période de la fonction. — 1 mark
3. Estimer la valeur moyenne de la fonction. — 1 mark
4. Estimer le déphasage de la fonction. — 1 mark
5. Remplacer les lettres a, b, c et d par les valeurs appropriées pour écrire la fonction sinusoïdale qui modélise les données. — 3 marks

Exercise 14 Calc. : ✓

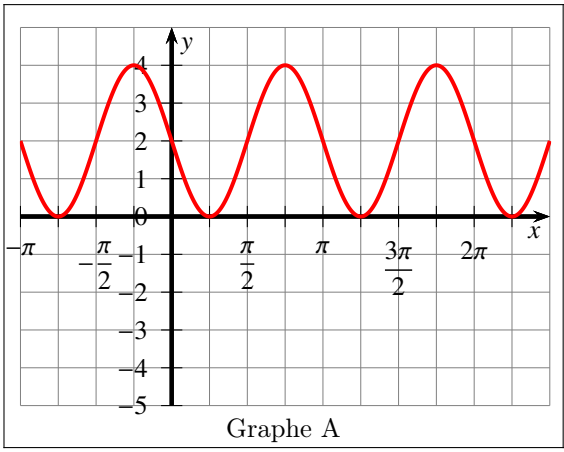
La fonction $f(x) = 60\sin\left(\frac{2\pi}{30}(t-7,5)\right)+75$ peut être utilisée pour modéliser l'altitude (en mètres) d'un passager du London Eye (la grande roue de Londres), où t est le temps en minutes après le départ.

1. Déterminer la période du London Eye. — 2 marks
2. Déterminer l'amplitude du London Eye. — 3 marks
3. Utiliser cette fonction pour estimer l'altitude d'un passager 18 minutes après le départ. — 2 marks
4. À quelle hauteur au-dessus du sol se trouve la plateforme d'embarquement ? — 3 marks
5. Esquisser un graphe de la fonction f. — 4 marks
6. Utiliser votre graphe pour estimer combien de temps un passager passe à une altitude supérieure à 100 m lors d'un tour complet. — 3 marks

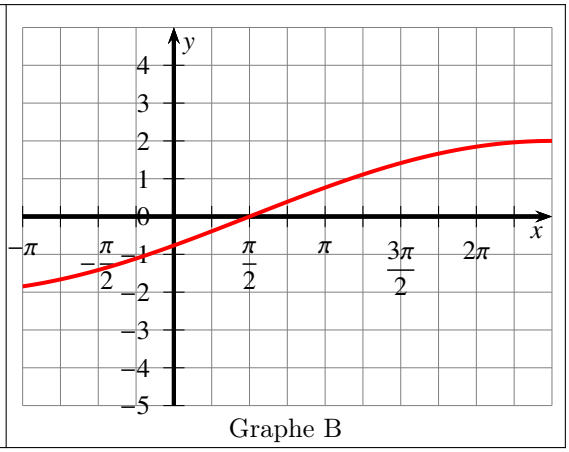
Exercise 15 Calc. : ✗

Associer chacune des fonctions suivantes avec son graphe : 3 marks

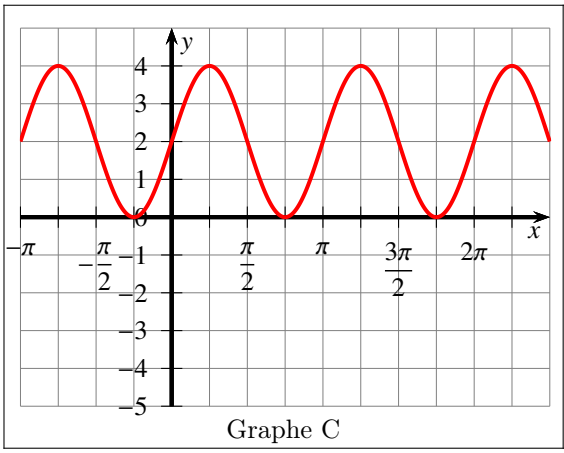
$$a(x) = 4\sin\left(\frac{x}{2}\right), \quad b(x) = 2\sin(2x) + 2 \quad \text{et} \quad c(x) = 2\sin\left(\frac{1}{2}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right).$$



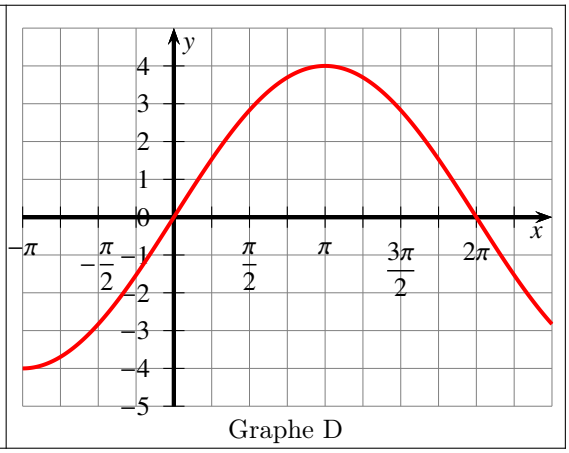
Graphe A



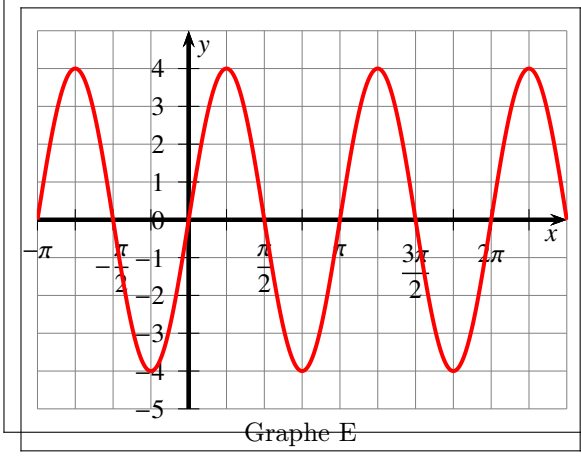
Graphe B



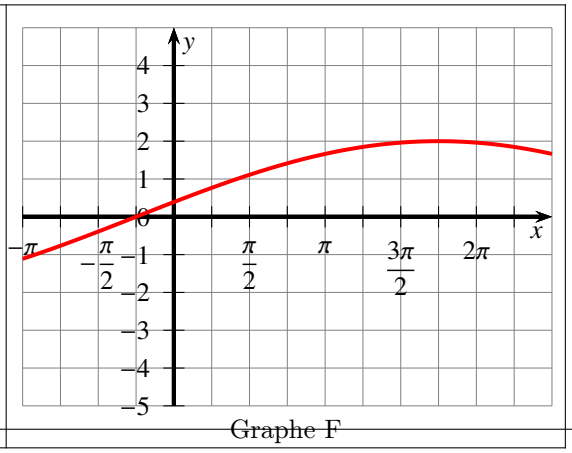
Graphe C



Graphe D



Graphe E



Graphe F

Exercise 16 Calc. : ✓

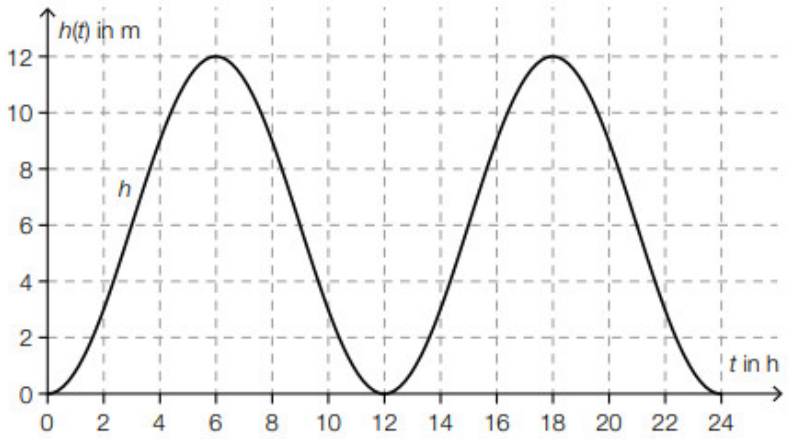
Les deux parties sont indépendantes.

Partie 1

Le niveau de la mer le plus bas est appelé marée basse, et dans ce cas on dit que le niveau de la mer est de 0. Le niveau de la mer peut alors être modélisé par la fonction h suivante :

$$h(t) = a \cdot \sin(b \cdot (t - c)) + d$$

où t est le temps (en heures) et $h(t)$ est le niveau de la mer au temps t (en mètres).



1. **Lire** graphiquement les valeurs des paramètres a et d. — 2 marks
2. En utilisant le graphique, **déterminer** la valeur du paramètre b. — 2 marks

Partie 2

La profondeur de l'eau dans un bassin portuaire peut être décrite par la fonction H suivante, où t est le temps après minuit (en heures) et $H(t)$ est la profondeur de l'eau au temps t (en mètres):

$$H(t) = 6 + 1,8 \cdot \cos(0,507 \cdot t)$$

3. **Interpréter** le sens du nombre 6 dans l'expression de $H(t)$ dans le contexte de cet exercice. — 2 marks
4. **Calculer** la profondeur de l'eau à 8h15 du matin. — 2 marks
5. **Indiquez**, dans le contexte de cet exercice, comment interpréter les valeurs de t qui sont solutions de l'équation $H'(t) = 0$. — 2 marks