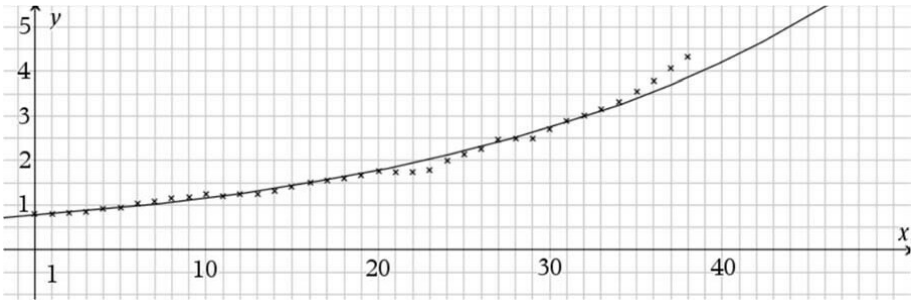
Exercise 1 Calc. : ✓

Partie 1

Le diagramme ci-dessous montre lévolution du nombre de passagers du transport aérien mondial entre 1980 et 2018, ainsi que le graphique dune fonction exponentielle f qui modélise cette évolution.
Au nombre x dannées après 1980 correspond le nombre $f(x)$ de passagers en milliards.



a) Le modèle exponentiel donné est-il pertinent ? **Justifier** la réponse. — 2 marks

b) On considère les définitions du modèle f suivantes :

$$f_1(x) = 0,75 \cdot e^{0,043x} \quad ; \quad f_2(x) = e^{0,043x} \quad ; \quad f_3(x) = 0,75 \cdot e^{-0,043x}$$

Désigner la définition qui correspond le mieux au graphique représenté ci-dessus et **justifier** la réponse. — 3 marks

c) On considère le modèle $f(x) = e^{0,0431x-0,284}$

Calculer le nombre de passagers que ce modèle permet de prévoir en 2023. Ce modèle a-t-il encore un sens en 2023 ? **Justifier** la réponse. — 3 marks

Partie 2

On estime que la probabilité qu'un passager du transport aérien ne se présente pas lors du décollage est de $0,05$.
Une compagnie aérienne qui vend des places pour un avion de 100 places, décide d'en vendre 103 pour faire du surbooking et espère ainsi réaliser des bénéfices supplémentaires si certains passagers ne se présentent pas au départ.

d) **Calculer** la probabilité qu'au moins un passager qui se présente au départ ne trouve pas de place dans l'avion. Arrondir à 5 décimales. — 3 marks

e) Les billets de cet avion sont vendus à 200 l'unité. Si un passager se présente et n'a pas de place dans l'avion, la compagnie lui doit 800 de dédommagement.

On obtient alors le tableau suivant, où X désigne le nombre de passagers qui se présentent au départ, et Y l'impact du surbooking , en euros, sur le résultat de la vente des billets, en fonction de X.

X	≤ 100	101	102	103
Y	+600	−200	−1000	−1800
Probabilité	0,8935	0,0739	0,0275	0,0051

.

Calculer $E(Y)$ et **interpréter** le résultat. Est-il avantageux pour cette compagnie de faire du surbooking ? — 4 marks

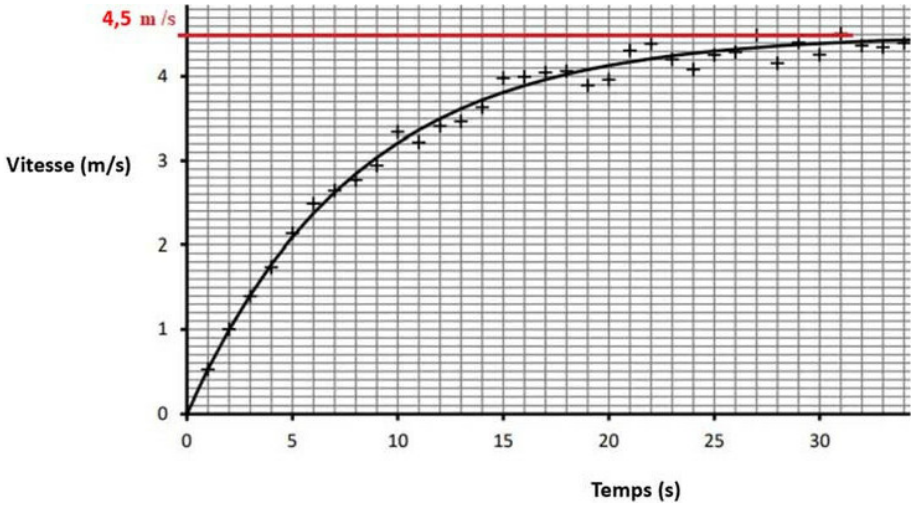
Partie 3

Afin de réduire les nuisances sonores et les émissions de CO2, le déplacement d'un avion au sol se fait sans utiliser ses moteurs principaux (réacteurs), mais des moteurs électriques. L'avion, initialement à l'arrêt, démarre sur un sol horizontal ; la puissance des moteurs électriques ne lui permet pas de dépasser une vitesse maximale $v_{\max}$.

La vitesse de l'avion, exprimée en mètres par seconde (m/s), est modélisée par la fonction v définie par

$v(t) = 4,5 \cdot \left(1 - e^{0,13t}\right)$, où $t \geq 0$ est le temps exprimé en secondes (s).

Le diagramme ci-dessous montre le graphique de cette fonction ; les croix représentent les valeurs expérimentales.



f) **Déterminer** la limite de la fonction v en plus l'infini et **interpréter** le résultat. 3 marks

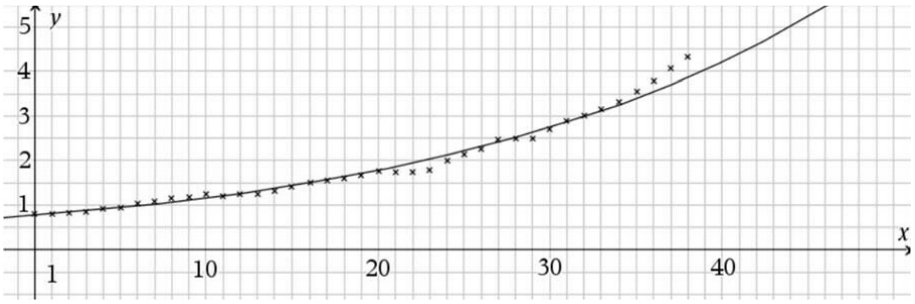
g) **Déterminer** l'accélération initiale de l'avion. 3 marks

h) **Calculer** $\int_{10}^{20} v(t)\,\mathrm{d}t$ et **interpréter** le résultat. 4 marks

Exercise 2 Calc. : ✓

Part 1

The diagram below shows the evolution of the number of passengers in global air transport between 1980 and 2018, as well as the graph of an exponential function f which models this evolution.
The number x of years after 1980 corresponds to the number $f(x)$ of passengers in billions.



a) Is the given exponential model relevant? **Justify** the answer. — 2 marks

b) We consider the following definitions of the model f:

$$f_1(x) = 0.75 \cdot e^{0.043x} \quad ; \quad f_2(x) = e^{0.043x} \quad ; \quad f_3(x) = 0.75 \cdot e^{-0.043x}$$

Designate the definition that best corresponds to the graph represented above and **justify** the answer. — 3 marks

c) We consider the model $f(x) = e^{0.0431x-0.284}$

Calculate the number of passengers that this model can predict in 2023. Does this model still make sense in 2023? **Justify** the answer. — 3 marks

Part 2

It is estimated that the probability that an air passenger will not show up for the takeoff is 0.05. An airline that sells seats for a 100-seat plane decides to sell 103 seats to "overbook" and thus hopes to make additional profits if some passengers do not show up at departure.

d) **Calculate** the probability that at least one passenger arriving at departure will not find a seat on the plane. Round to 5 decimal places. — 3 marks

e) Tickets for this plane are sold at 200 each. If a passenger shows up and does not have a seat on the plane, the company owes them 800 of compensation.

We then obtain the following table, where X designates the number of passengers arriving for departure, and Y the impact of "overbooking", in euros, on the result of ticket sales, depending on of X.

X	≤ 100	101	102	103
Y	+600	−200	−1000	−1800
Probability	0.8935	0.0739	0.0275	0.0051

.

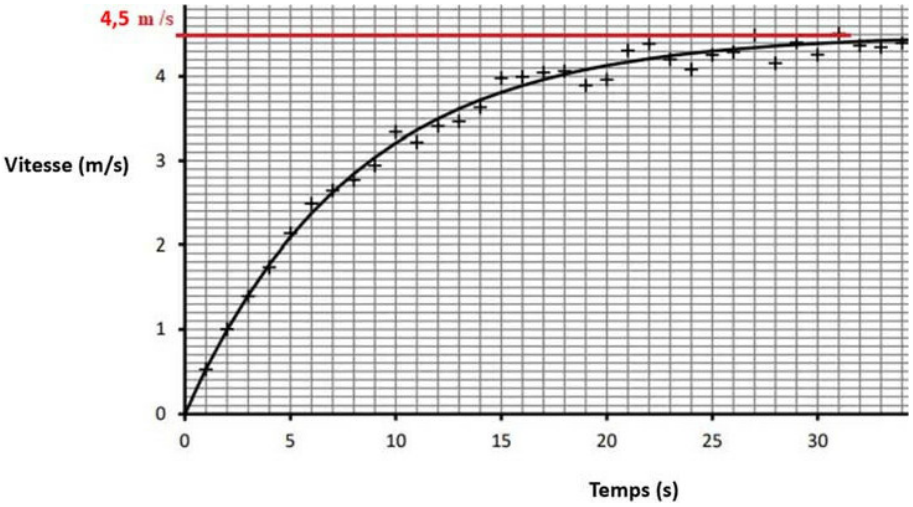
Calculate $E(Y)$ and **interpret** the result. Is it advantageous for this company to "overbook"? — 4 marks

Part 3

In order to reduce noise pollution and CO2 emissions, the movement of an aircraft on the ground is done without using its main engines (reactors), but electric motors. The plane, initially stationary, starts on level ground; electric engine power does not allow it to exceed a maximum speed $v_{\max}$. The speed of the aircraft, expressed in meters per second (m/s), is modeled by the function v defined by

$v(t) = 4.5 \cdot \left(1 - e^{0.13t}\right)$, where $t \geq 0$ is the time expressed in seconds (s).

The diagram below shows the graph of this function; the crosses represent the experimental values.



f) **Determine** the limit of the function v at plus infinity and **interpret** the result. 3 marks

g) **Determine** the initial acceleration of the plane. 3 marks

h) **Calculate** $\int_{10}^{20} v(t)\,dt$ and **interpret** the result. 4 marks