Exercise 1 Calc. : ✓

The high-speed train (TGV) going to Gare Centrale in Luxembourg City starts slowing down when it passes the train station of the town of Bettembourg. The train velocity, v, in m/s, is given by:

$$v(t) = 84 - 0.3t$$

... where t is the time in seconds after the train has passed the Bettembourg train station.
For the following questions, you may use the formulae:

- The distance d (in meters) covered by an object moving at a velocity $v(t)$ between time a and time b is given by: $d = \int_a^b |v(t)|\,\mathrm{d}t$.
- The acceleration a (in m/s^2) of an object moving at a velocity $v(t)$ is given by: $a = \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}$. It can be positive or negative.
- The thermal energy E (in J, Joules) generated between time a and time b by the TGV train moving at a velocity $v(t)$ is given by: $E = 220\ 000 \int_a^b v(t)\,\mathrm{d}t$.

a) **Find** the distance the train has covered in 100 seconds after it has gone through the Bettembourg train station. — 2 marks

b) **Calculate** the acceleration of the train (here a deceleration). — 2 marks

c) **Justify** with an appropriate calculation that the train stops 280 seconds after it has gone through the Bettembourg train station, keeping in mind that the train is considered to have stopped when its velocity is equal to zero. — 3 marks

d) During deceleration, there is heat buildup in the brakes of the train due to friction. **Calculate** the thermal energy generated in the train brakes between the start of the deceleration process in Bettembourg and the point at which the train comes to a complete stop in Gare Centrale. — 2 marks

The TGV generates noise. The government is investigating using trees and bushes to mitigate the effects of this noise. Through dense foliage, the train noise attenuation A, measured in decibels per meter, dB/m, is given by the following model:

$$A(x) = -0.058 + 0.0177 \cdot \ln(x)$$

... where x is the propagation distance of the noise, measured in meters from the train.

e) **Calculate** the attenuation right past the bushes, 30 meters away from the train. — 3 marks

f) **Find** the minimal distance away from the train that provides an attenuation of at least 0.04 dB/m. — 3 marks

g) **Discuss** the limit of the attenuation value when the propagation distance approaches infinity. — 2 marks

People reach the train station on time with a probability of 89%. On a winter's day, 210 people want to ride a train. Let X be the number of persons who reach their train on time. We assume that X follows a binomial distribution.

h) **Determine** the probability that none of the persons reach their train with a delay. — 2 marks

i) **Find** the probability that at least 200 of the persons reach their train on time. — 2 marks

j) **Find** the probability that less than 90% of this group will reach their train on time. — 2 marks

k) **Calculate** the expected value and the standard deviation of X. — 2 marks

Exercise 2 Calc. : ✓

Le train à grande vitesse (TGV) à destination de la Gare Centrale de Luxembourg–Ville commence à ralentir lorsqu'il passe devant la gare de la ville de Bettembourg. La vitesse du train, v, en m/s, est donnée par :

$$v(t) = 84 - 0,3t$$

... où t est le temps en secondes après le passage du train à la gare de Bettembourg.
Pour les questions suivantes, vous pouvez utiliser les formules :

- La distance d (en mètres) parcourue par un objet se déplaçant à une vitesse $v(t)$ entre le temps a et le temps b est donnée par : $d = \int_a^b |v(t)|\,\mathrm{d}t$.
- L'accélération a (en m/s^2) d'un objet se déplaçant à une vitesse $v(t)$ est donnée par : $a = \frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}$. L'accélération peut être positive ou négative.
- L'énergie thermique E (en J, Joules) générée entre le temps a et le temps b par le TGV se déplaçant à une vitesse $v(t)$ est donnée par : $E = 220\,000 \int_a^b v(t)\,\mathrm{d}t$.

a) **Trouver** la distance parcourue par le train 100 secondes après avoir traversé la gare de Bettembourg. — 2 marks

b) **Calculer** l'accélération du train (ici une décélération). — 2 marks

c) **Justifier** par un calcul approprié que le train s'arrête 280 secondes après avoir traversé la gare de Bettembourg, en gardant à l'esprit que le train est considéré comme arrêté lorsque sa vitesse est égale à zéro. — 3 marks

d) Pendant la décélération, il y a une accumulation de chaleur dans les freins du train en raison du frottement. **Calculer** l'énergie thermique générée lors des freinages du train entre le début du processus de décélération à Bettembourg et le moment où le train s'arrête complètement à la Gare Centrale. — 2 marks

Le TGV génère du bruit. Le gouvernement étudie l'utilisation d'arbres et de buissons pour atténuer les effets de ce bruit. À travers un feuillage dense, l'atténuation du bruit des trains A, mesurée en décibels par mètre, dB/m, est donnée par le modèle suivant :

$$A(x) = -0,058 + 0,0177 \cdot \ln(x)$$

... où x est la distance de propagation du bruit, mesurée en mètres depuis le train.

e) **Calculer** l'atténuation du bruit juste après les buissons, à 30 mètres du train. — 3 marks

f) **Trouver** la distance minimale du train qui fournit une atténuation de bruit d'au moins 0,04 dB/m. — 3 marks

g) **Discuter** la limite de la valeur d'atténuation lorsque la distance de propagation s'approche de l'infini. — 2 marks

Les gens arrivent à la gare à l'heure avec une probabilité de 89%. Un jour d'hiver, 210 personnes souhaitent prendre le train. Soit X le nombre de personnes qui arrivent à leur train à l'heure. Nous supposons que X suit une loi binomiale.

h) **Déterminer** la probabilité qu'aucune des personnes n'atteigne son train avec du retard. — 2 marks

i) **Trouver** la probabilité qu'au moins 200 personnes atteignent leur train à l'heure. — 2 marks

j) **Trouver** la probabilité que moins de 90% de ce groupe atteignent leur train à l'heure. — 2 marks

k) **Calculer** l'espérance et l'écart-type de X. — 2 marks