Exercise 1 Calc. : ✓

Partie 1

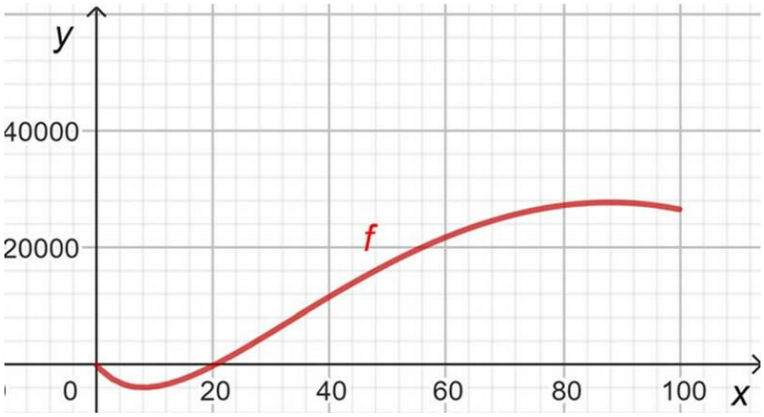
On utilise les pommes d'un verger pour produire du jus de pomme. Étant donnée la taille du verger, la quantité de jus produite par an ne peut excéder 100 tonnes.

Le résultat net (bénéfice ou déficit), en euros, réalisé par le fermier est modélisé par

$$f(x) = 2160x - 10x^2 - 40\,000 \ln\left(\frac{x+12}{12}\right)$$

où x est le nombre de tonnes de jus de pomme.

Le diagramme ci-dessous montre le graphique de la fonction f.



a) **Calculer** le bénéfice réalisé par la vente de 50 tonnes de jus de pomme. 1 mark

b) **Déterminer** le nombre de tonnes de jus de pomme que le fermier doit produire pour obtenir un bénéfice (résultat net positif). Arrondir à un nombre entier de tonnes. 3 marks

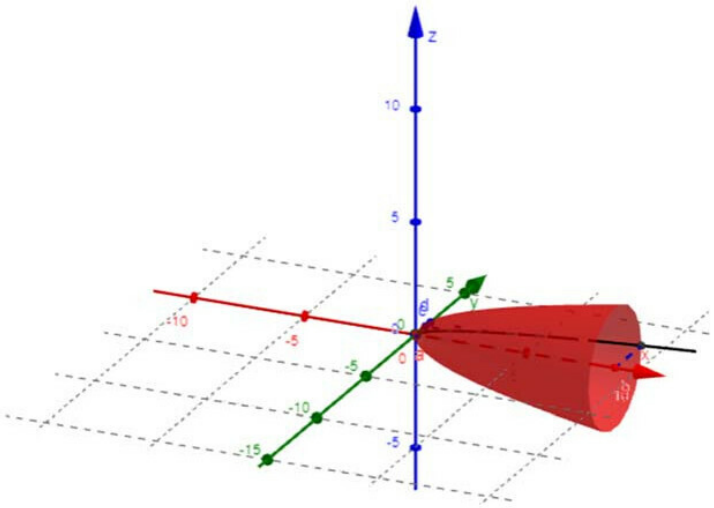
c) La dérivée de la fonction f est donnée par :

$$f'(x) = 2160 - 20x - \frac{40\,000}{x+12}$$

Utiliser la dérivée pour **déterminer** le nombre de tonnes de jus de pomme à produire pour obtenir le bénéfice maximum. **Calculer** ce bénéfice maximum. 4 marks

Partie 2

Le fermier souhaite organiser une dégustation.
Pour cet événement, il prévoit d'utiliser des verres dont la forme est modélisée par la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{0,8x}$ dont on fait tourner le graphique autour de l'axe des abscisses pour $0 \leq x \leq 9$.
Le résultat est illustré sur la figure ci-dessous.



d) Pour calculer le volume d'un tel solide de révolution, on utilise la formule :

$$V(x) = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 \, \mathrm{d}x$$

Si x est mesuré en cm, le volume $V(x)$ sera donné en cm^3.

Calculer le volume d'un verre et donner la réponse en litres. Arrondir à deux décimales. — 2 marks

e) On doit aussi dresser des tables pour la dégustation. La société qui fournit les verres les propose en 6 couleurs différentes. On dispose également de 3 tailles différentes de serviettes.

Déterminer de combien de façons on peut dresser une table en utilisant des verres de 2 couleurs différentes avec des serviettes de 2 tailles différentes. — 2 marks

f) Pour la publicité de l'événement, le fermier souhaite utiliser le slogan suivant :

Manger des pommes rend heureux.

On a effectué un sondage dont les résultats sont regroupés dans le tableau suivant, où

X est le nombre de pommes consommées par semaine et

Y est l'évaluation du bonheur personnel sur une échelle allant de 1 à 10

X	4	9	5	2	1	0	9	7	5
Y	5	4	9	6	4	5	8	4	2

.

Déterminer le coefficient de corrélation de Pearson et **justifier** si le slogan est correct ou non, sur la base des statistiques. — 3 marks

Partie 3

Le fermier utilise différentes sortes de pommes de son verger pour produire de la salade de fruits :

60% de pommes *Elstar* et 40% de pommes *Boskoop.*

On admet que pour cette salade de fruits, 97% des pommes *Elstar* et 95% des pommes *Boskoop* sont de bonne qualité.

g) Le fermier prélève une pomme au hasard pour la contrôler.

Montrer que la probabilité que la pomme soit de mauvaise qualité est de $0,038$. — 3 marks

Le fermier conditionne ses pommes dans des boîtes de 60.
On note Y la variable aléatoire qui désigne le nombre de pommes de mauvaise qualité par boîte.

h) **Justifier** que Y suit une loi binomiale. — 3 marks

i) On choisit une boîte au hasard.

Calculer la probabilité qu'il y ait exactement 2 pommes de mauvaise qualité dans la boîte. Arrondir à deux décimales. — 2 marks

j) **Calculer** $E(Y)$ et **expliquer** la signification du résultat. — 2 marks

Exercise 2 Calc. : ✓

Part 1

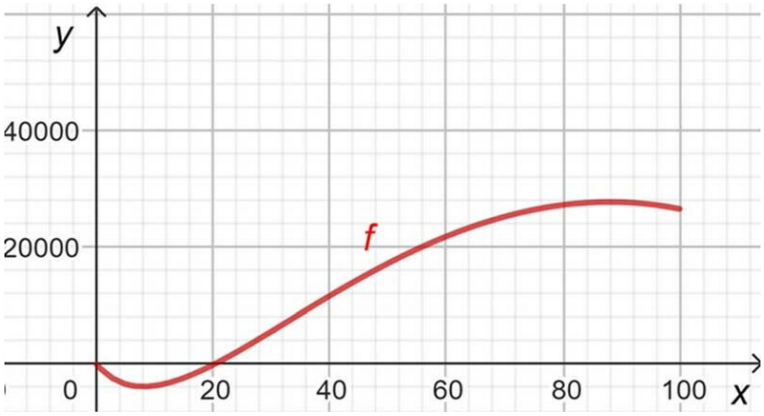
Apples from an orchard are used to produce apple juice. Given the size of the orchard, the quantity of juice produced per year may not exceed 100 tons.

The net result (profit or deficit), in euros, achieved by the farmer is modeled by

$$f(x) = 2160x - 10x^2 - 40\,000 \ln\left(\frac{x+12}{12}\right)$$

where x is the number of tons of apple juice.

The diagram below shows the graph of the function f.



a) **Calculate** the profit made by the sale of 50 tons of apple juice. — 1 mark

b) **Determine** the number of tons of apple juice that the farmer must produce to obtain a profit (positive net result). Round to a whole number of tonnes. — 3 marks

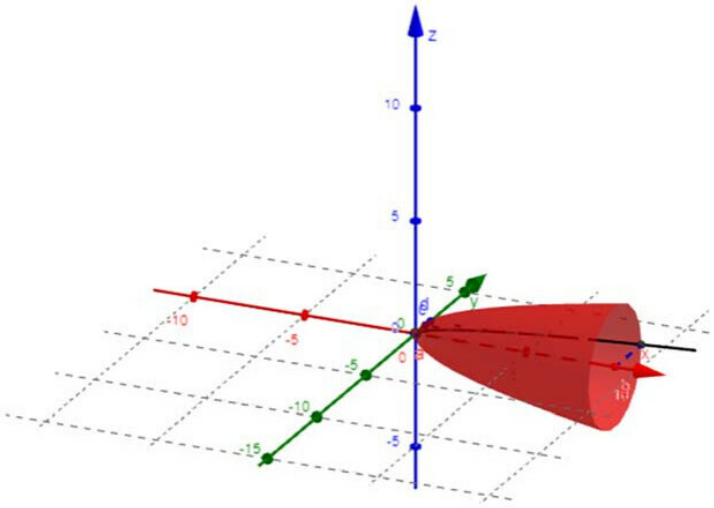
c) The derivative of the function f is given by:

$$f'(x) = 2160 - 20x - \frac{40\,000}{x+12}$$

Use the derivative to **determine** the number of tons of apple juice to produce to obtain the maximum benefit. **Calculate** this maximum profit. — 4 marks

Part 2

The farmer wants to organize a tasting.
For this event, he plans to use glasses whose shape is modeled by the function f defined by $f(x) = \sqrt{0.8x}$ of which we rotate the graph around the x-axis for $0 \leq x \leq 9$.
The result is shown in the figure below.



d) To calculate the volume of such a solid of revolution, we use the formula:

$$V(x) = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 \, \mathrm{d}x$$

If x is measured in cm, the volume $V(x)$ will be given in cm^3.

Calculate the volume of a glass and give the answer in liters. Round to two decimals. — 2 marks

e) We also need to set up tables for the tasting. The company that provides the glasses offers them in 6 different colors. We also have 3 different sizes of napkins.

Determine how many ways you can set a table using glasses of 2 different colors with napkins of 2 different sizes. — 2 marks

f) To advertise the event, the farmer wants to use the following slogan:

"*Eating apples makes you happy*".

A survey was carried out, the results of which are grouped in the table next, where

X is the number of apples consumed per week and

Y is the assessment of personal happiness on a scale from 1 to 10

X	4	9	5	2	1	0	9	7	5
Y	5	4	9	6	4	5	8	4	2

.

Determine the Pearson correlation coefficient and **justify** if the slogan is correct or not, based on statistics. 3 marks

Part 3

The farmer uses different kinds of apples from his orchard to produce apple salads:

60% *Elstar* apples and 40% *Boskoop* apples.

We admit that for this fruit salad, 97% of apples are *Elstar* and 95% of *Boskoop* apples are of good quality.

g) The farmer takes an apple at random to check it.

Show that the probability that the apple is of poor quality is 0.038. 3 marks

The farmer packages his apples in boxes of 60.

We note Y as the random variable which designates the number of poor quality apples per box.

h) **Justify** that Y follows a binomial distribution. 3 marks

i) We choose a box at random.

Calculate the probability that there are exactly 2 poor quality apples in the box. Round to two decimal places. 2 marks

j) **Calculate** $E(Y)$ and **explain** the meaning of the result. 2 marks